ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ
ПОВОЛЖСКИЙ РЕГИОН

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

№ 1 2007

СОДЕРЖАНИЕ

ИНФОРМАТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

Зинкин С. А. Самомодифицируемые сценарные модели функционирования систем и сетей хранения и обработки данных (базовый формализм и темпоральные операции) 3

Дубинин В. Н., Вяткин В. В. Модели последовательного выполнения функциональных блоков IEC 61499 на основе динамически изменяемых приоритетов 13

Бикташев Р. А. Анализ вероятностно-временных характеристик подсистемы «процессор–память» многопроцессорных систем с использованием моделей на основе стохастических сетей массового обслуживания 23

Савельев Б. А., Бобрышева Г. В. Вычисления в конечных полях малой размерности 34

Федотов Н. Г., Кольчугин А. С., Смолькин С. А., Романов С. В. Триплетные признаки распознавания сложноструктурированных, семантически насыщенных изображений 43

Кольчугина Е. А. Результаты эксперимента по созданию эволюционирующего программного обеспечения 54

Волчихин В. И., Прошкина Е. Н. Задача нечеткой кластеризации данных мониторинга деятельности преподавателей 61

ЭЛЕКТРОНИКА, ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И РАДИОТЕХНИКА

Голованов О. А., Макеева Г. С., Туманов А. А. Электродинамический метод рекомпозиции нелинейных универсальных автономных блоков с каналами Флоке на основе линеаризации их дескрипторов 66

Данилов А. М., Лапшин Э. В., Гарькина И. А. Влияние временного запаздывания при имитационном моделировании динамических систем 74

Чувыкин Б. В., Шахов Э. К., Ашанин В .Н. ∑Δ-АЦП: синтез одноконтурных структур 91

Алексеев К. А., Телицын Д. Ю. К проблеме идентификации динамических характеристик датчиков с использованием электрогидравлического эффекта и вейвлет-анализа 107

Федорова М. А. Эволюционные методы в системах с обнаружением и адаптацией 116

Неволин В. И. Непараметрический синтез когерентного обнаружителя радиоимпульса с неизвестными частотой и фазой на фоне Марковской помехи 125

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

Кревчик В. Д., Скрябин В. А., Тарабрин Г. В. К теории дислокационного упрочнения в процессе обработки деталей уплотненным абразивом. 135

Зверовщиков В. З., Зверовщиков А. Е. Динамические характеристики уплотненной массы рабочей загрузки при объемной центробежной обработке деталей. 140

Пенский О. Г. Сопряженные модели проникания твердых тел 151

Митрошин В. Н. Описание одночервячного экструдера как объекта управления с распределенными параметрами 162

Иванов С. П., Иванова Е. С., Иванов О. Г., Лоскутов Ю. В., Шлычков С. В. К расчету на устойчивость физически нелинейных пластин в упругой среде 175

Полянский Д. Ю., Кисин И. Л. Оптимальное управление заявками на грузовые автоперевозки 183

Епишин И. Г., Жмуркин С. М., Трилисский В. О. Экспертная технология управления риском при проектировании и разработке оборудования для опасных производств 193

Голотенков О. Н., Лифанов А. К., Антонов А. И. Инженерная методика расчета параметров работы вибрационной выбивной машины 203

Аннотации 215

Сведения об авторах 222

ИНФОРМАТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

УДК 681.324

С. А. Зинкин

САМОМОДИФИЦИРУЕМЫЕ СЦЕНАРНЫЕ МОДЕЛИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМ И СЕТЕЙ ХРАНЕНИЯ И ОБРАБОТКИ ДАННЫХ (БАЗОВЫЙ ФОРМАЛИЗМ И ТЕМПОРАЛЬНЫЕ ОПЕРАЦИИ)

На основе введенного определения самомодифицируемого сценария как активной семантической сети, представленной суперпозициями концептуальных графов, рассматривается алгебраический подход к конструированию сложных иерархических эволюционирующих сценарных сетей. Принятая парадигма взаимодействия процессов соответствует согласованному использованию информационных объектов, представленных сигнатурой многоосновной алгебраической системы. Структурные и логические связи между понятиями предметной области представляются сигнатурой и формулами в этой сигнатуре. Сигнатура представляет декларативные знания, сценарии – процедурные знания о предметной области. Сценарии реализуются сетями абстрактных машин, состоящих из модулей, объединенных причинно-следственными связями.

Введение

Технологии распределенных баз данных и распределенных систем объектов предопределяют переход от централизованной обработки данных к децентрализованной [1]. Распределенные объекты, взаимодействующие посредством передачи сообщений через сеть передачи данных либо через разделяемую информационную среду, определяют важную парадигму, широко используемую при проектировании распределенных систем. Многие аспекты распределения при этом могут быть скрыты за интерфейсом объектов. В этой связи возрастает интерес к формальным моделям и базирующимся на них методам и средствам представления причинно-следственных (каузальных) и декларативных знаний об архитектуре и функционировании систем и сетей обработки данных. Предлагаемый в настоящей работе формализм активных семантических сетей (близких к сценарным моделям в [2, 3]) основан на алгебре концептуальных графов (понятие концептуального графа определено в работе [4]). Темпоральные операции над событиями (подсценариями) мы включаем в систему операций подобно тому, как это определено в системах алгоритмических алгебр [5].

При программной и аппаратной реализации активных семантических сетей (АСеС) темпоральные отношения и соответствующие им операции рассматриваются как результаты причинно-следственных (каузальных) отношений и операций. Как отмечено в работе [6], замена временных связей причинно-следственными дает возможность более наглядного описания струк-

турных особенностей функционирования систем. Моменты или интервалы времени представляются как события, среди которых различаются элементарные (неделимые, мгновенные) и составные, имеющие внутреннюю структуру, образованную из подсобытий [6]. В предлагаемой нами модели мы будем использовать также и явно заданные темпоральные отношения между подсценариями.

Сценарии согласования и координации объектов и процессов

В работах [7–13] описаны основные варианты сценариев. В настоящей работе сделана попытка формализации сценарных представлений на основе логико-алгебраических моделей, объединяющих двухосновную алгебру сценариев (концептуальных графов) и многоосновное исчисление предикатов первого и высших порядков.

Данный подход позволяет интегрировать большое число технологий проектирования сетевых программных систем, практически не делая особых различий между распределенной операционной системой, распределенным сетевым приложением и распределенной системой управления базой данных.

По определению [2, 3] сценарием называется «формализованное описание стандартной последовательности взаимосвязанных фактов, определяющих типичную ситуацию предметной области». В работе [4] для представления знаний о некоторой предметной области предлагаются графические представления – концептуальные графы и составленные из них семантические сети. «Концептуальный граф представляет логическую формулу. Имена и аргументы предикатов представлены в нем соответственно двумя типами узлов. Дуги графа соединяют имена предикатов с их аргументами… Семантические сети представляют более сложные структуры. Каждая сеть состоит из множества концептуальных графов и позволяет визуализировать множество отношений между ними… Концептуальные графы и семантические сети составляют графическую версию исчисления предикатов» [4]. В этой же работе было описано общее правило преобразования n-арного предиката $(n \geq 2)$ вида

$$\text{Предикатное_имя(значение_1, значение_2, …, значение_}n\text{)} \qquad (1)$$

в конъюнкцию бинарных предикатов

$$\begin{gathered}\text{Функция_1(предикатное_имя, значение_1)\&}\\ \text{\&Функция_2(предикатное_имя, значение_2)\&…}\\ \text{…\&Функция_}n\text{(предикатное_имя, значение_}n\text{),}\end{gathered} \qquad (2)$$

задающую концептуальный граф, где «предикатное_имя» является первым концептом, а «значение_i» – вторым концептом (высказывательной) функции_i.

Заметим, что формулы (1) и (2) замкнуты, т.е. не содержат свободных предметных переменных, и представляют собой высказывания с предикатными символами вместо булевых переменных. В этом плане фраза из [4], комментирующая данные высказывания, не вполне корректна.

Пусть теперь «предикатное_имя» будет именем события (подсценария), а «значение_i» – именем некоторого объекта. Тогда отношение «Функция_i» задает роль данного объекта в выполнении события (подсценария).

Пусть для семантической сети в целом будут заданы множество отображений вида $p\colon A\times B\to\{true,\ false\}$ и $f\colon A\to B$, где A – множество событий (подсценариев), реализуемых в семантической сети; B – множество объектов, участвующих в реализации событий (подсценариев) предметной области; p – бинарный предикатный символ; f – унарный функциональный символ. Тогда концептуальные графы, композицией которых представлена семантическая сеть, описываются формулами вида

$$p_{i1}(a_i, b_{i1})\,\&\,p_{i2}(a_i,\ b_{i2})\,\&\ldots\&\,p_{in}(a_i,\ b_{in});\tag{3}$$

$$(f_{j1}(a_j)=b_{j1})\,\&\,(f_{j2}(a_j)=b_{j2})\,\&\ldots\&\,(f_{jn}(a_j)=b_{jn}),\tag{4}$$

причем каждая формула может содержать как обычные предикатные символы, так и предикатные символы равенства.

Определение активной семантической сети (сценария)

Введем понятие «активной» семантической сети (АСеС) как варианта сценарной сети, основанное на алгебре активных семантических сетей, в которой исходные («элементарные») концептуальные графы составляют систему образующих.

Активная семантическая сеть (в дальнейшем просто сценарий) – это набор

$$\begin{gathered}N_S=(A,\ B,\ E,\ Q,\ R,\ P,\ F,\ U,\ V,\ W;\\ F_{time},\ G,\ N,\ \Omega_{Top},\ \Omega_{Cop},\ L,\ \Omega_{Lop},\ \Phi),\end{gathered}\tag{5}$$

где A – множество подсценариев (событий); B – множество начальных подсценариев (событий); E – множество конечных подсценариев (событий), $E\subset A$; Q – множество объектов, участвующих в выполнении подсценариев; R – множество имен классов, подклассов множеств и подмножеств объектов; P – множество бинарных предикатов вида $p\colon A\times Q\to\{true,\ false\}$; F – множество унарных функций вида $f\colon A\to Q$; U – множество бинарных «темпоральных» предикатов вида $u: A\times A\to\{true, false\}$; V – множество объектных бинарных и унарных предикатов вида $v\colon (Q\bigcup R)\times(Q\bigcup R)\to\{true,\ false\}$, $v'\colon (Q\bigcup R)\to\{true,\ false\}$; W – множество объектных унарных функций вида $w\colon Q\bigcup R\to Q\bigcup R$; F_{work} – множество унарных предикатов вида $f_{work}\colon A\to\{true,\ false\}$, используемых для определения рабочего или нерабочего состояния подсценария; F_{time} – множество функций вида $f_{time}\colon A\to Int$, где Int – множество интервалов времени реализации подсценариев; G – множество элементарных концептуальных графов (система образующих алгебры семантических сетей); N – множество семантических сетей, образованных композициями концептуальных графов путем применения к ним операций из множеств Ω_{Top} и Ω_{Cop}, определенных ниже; Ω_{Top} – множество темпоральных операций вида $\omega_{Top}: A\times A\to A$; Ω_{Cop} – множество операций из алгебры алгоритмов Глушкова вида $\omega_{Cop}: L\times A\times A\to A$ и $\omega'_{Cop}: \mathrm{L}\times\mathrm{A}\to\mathrm{A}$ (α-дизъюнкция и α-итера-

ция; условие α здесь всюду определено); L – множество логических условий; Ф – множество атомов; Ω_{Lop} – множество логических операций вида $\omega_{Lop} : L \times L \to L$ и $\omega'_{Lop} : L \to L$.

Самомодифицируемость сценариев

Используя механизмы непосредственно интерпретируемых спецификаций, базирующихся на понятии расширенного формализма сетей абстрактных машин РСеАМ, придадим иерархическим активным семантическим сетям (сценариям) свойство «самомодифицируемости».

Ролевые и объектные предикаты и функции при необходимости могут модифицироваться с помощью правил вывода вида

$$\frac{t_1, b}{p^{(1)}(t_1) \leftarrow b}, \quad \frac{t_1, t_2, b}{p^{(2)}(t_1, t_2) \leftarrow b}, \quad \frac{t_1, s}{f^{(1)}(t_1) \leftarrow s}, \tag{6}$$

где $p^{(1)}, p^{(2)}$ – унарный и бинарный предикатные символы; $f^{(1)}$ – унарный функциональный символ; t_1, t_2, s – произвольные термы, возможно, различных сортов; b – булев терм.

Модифицируя данные предикаты и функции, можно по мере необходимости конкретизировать или изменять отношения между объектами, изменяя их роли и свойства.

Для обеспечения данной возможности добавим к набору (5) следующий набор множества обновлений (модификаций), определенных на сценарии функций и предикатов:

$$\{U_P,\ U_F,\ U_U,\ U_V,\ U_{V'},\ U_W,\ U_{Fwork},\ U_{Ftime}\},$$

где нижние индексы указывают на множества модифицируемых функций или отношений.

Модифицируя бинарные темпоральные предикаты, можно в существенной степени манипулировать свойствами сценариев. Например, можно изменять степень параллелизма при выполнении тех или иных действий, предусмотренных сценарием. Проиллюстрируем сказанное примерами нескольких модулей СеАМ. Рассмотрим следующий модуль СеАМ:

$$\begin{aligned} m_1 = [(\tilde{\forall} x \in A, \quad y \in A) | (x, y)](\{ | (x, y) \xleftarrow{*} false; \\ \updownarrow (x, y) \xleftarrow{*} true \} \vee R^E). \end{aligned} \tag{7}$$

При выполнении данного модуля выбираются все пары объектов (подсценариев, или событий) $< x, y >$, связанных отношением «|» – «выполняются, возможно, одновременно». Затем это отношение аннулируется, а между теми же объектами устанавливается отношение «$\updownarrow$» – «выполняются разновременно». Точка с запятой «;» в блоке модуля m_1 используется для упрощенного обозначения операции «следование». Звездочка над стрелкой указывает на то, что реально выполняется несколько элементарных обновлений предиката. Необходимость в подобной замене темпоральных операций может возникнуть, например, при ограниченности ресурсов системы хранения и обработки данных или при ее деградации.

Сценарии и логика предикатов второго порядка

Далее реализуем следующую модификацию некоторого сценария: «каковы бы ни были темпоральные отношения, связывающие события x и y, заменить их отношением «$\updownarrow$». Данные действия могут быть реализованы следующим модулем:

$$m_2 = [(\tilde{\forall} x \in A) f(x)]([(\tilde{\forall} y \in A) f(y) \,\&\, (x \neq y)]([(\tilde{\forall} r \in R) r(x,y)] \\ (\{r(x,y) \xleftarrow{*} false; \updownarrow (x,y) \xleftarrow{*} true\} \vee R^E) \vee R^E) \vee R^E), \tag{8}$$

где $f(x)$ – характеристическая функция множества объектов (событий); r – переменная, пробегающая по отношениям множества R всех темпоральных отношений между событиями. Данный модуль построен на основе использования логики предикатов второго порядка. Модули m_1 и m_2 построены на основе суперпозиции α-дизъюнкций. При невыполнении проверяемых условий в модулях реализуются тождественные обновления R^E.

Представленный ниже модуль реализует следующую модификацию сценария: «найти произвольное темпоральное отношение, связывающее объекты (события) a_1 и a_2 при условии, что оно единственное, и заменить его отношением неодновременности»:

$$m_3 = [(\exists !! r \in R) r(a_1, a_2)](\{r(a_1, a_2) \leftarrow false; \\ \updownarrow (a_1, a_2) \leftarrow true\} \vee R^E). \tag{9}$$

Как и в предыдущем случае, построение данного модуля основано на логике предикатов второго порядка.

Реализация запросов к сетям сценариев с использованием логики предикатов высших порядков

Рассмотрим некоторую сценарную сеть, содержащую следующие подсети, представленные на рисунке 1.

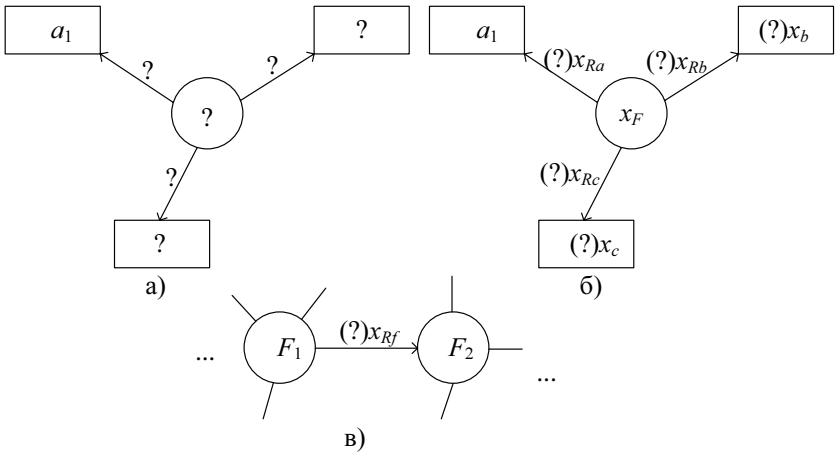


Рис. 1 Подсети сети сценариев: а – подсеть запроса; б – подсеть запроса с введенными переменными для обозначения объектов и предикатных имен; в – неизвестное темпоральное отношение в подсети

Предположим, что имеется полная и корректно построенная сеть сценариев. Для нахождения конкретных значений предметных переменных x_b, x_c, x_F и неизвестных бинарных предикатных имен x_{Ra}, x_{Rb}, x_{Rc} и x_{Rf} будем использовать следующие модули СеАМ, построенные с применением логики предикатов высших порядков:

$$\begin{gathered} M_1 = [(\tilde{\exists}! x_b, x_c, x_{Ra}, x_{Rb}, x_{Rc}, x_F) T_a(a_1) \,\&\, T_b(x_b) \,\&\, T_c(x_c) \,\& \\ \& R_a(x_{Ra}) \,\&\, R_b(x_{Rb}) \,\&\, R_c(x_{Rc}) \,\&\, E_F(x_F) \,\&\, x_{Ra}(x_F, x_a) \,\& \\ \& \, x_{Rb}(x_F, x_b) \,\&\, x_{Rc}(x_F, x_c)](\{x_{Ra}(x_F, a_1) \leftarrow \text{true}, \\ x_{Rb}(x_F, x_b) \leftarrow true, x_{Rc}(x_F, x_c) \leftarrow true\} \vee R^E); \end{gathered} \tag{21}$$

$$\begin{gathered} M_2 = [(\tilde{\forall} x_b, x_c, x_{Ra}, x_{Rb}, x_{Rc}, x_F) T_a(a_1) \,\&\, T_b(x_b) \,\&\, T_c(x_c) \,\& \\ \& R_a(x_{Ra}) \,\&\, R_b(x_{Rb}) \,\&\, R_c(x_{Rc}) \,\&\, E_F(x_F) \,\&\, x_{Ra}(x_F, x_a) \,\& \\ \& \, x_{Rb}(x_F, x_b) \,\&\, x_{Rc}(x_F, x_c)](\{x_{Ra}(x_F, a_1) \leftarrow true, \\ x_{Rb}(x_F, x_b) \leftarrow true, x_{Rc}(x_F, x_c) \leftarrow true\} \vee R^E); \end{gathered} \tag{22}$$

$$M_3 = [(\tilde{\exists}! x_{Rf}) x_{Rf}(F_1, F_2)](x_{Rf}(F_1, F_2) \leftarrow true \vee R^E). \tag{23}$$

Для модулей M_1 и M_2 определены унарные предикаты T_a, T_b, T_c, E_F, определяющие сорта (типы) объектов; унарные предикаты R_a, R_b, R_c, определяющие виды (свойства) отношений между событиями (подсценариями) и реализующими данные события объектами. На рисунке 1,б переменные x_b и x_c пробегают по соответствующим множествам объектов, x_F пробегает по множеству событий (подсценариев), а x_{Ra}, x_{Rb} и x_{Rc} пробегают по соответствующим множествам бинарных предикатных символов. Модуль M_1 с помощью оператора $\tilde{\exists}!$ выбирает какой-либо вариант ответа (подсеть), а модуль M_2 с помощью оператора $\tilde{\forall}$ выбирает все подсети, удовлетворяющие заданному условию. Модуль M_3 позволяет ответить на вопрос о том, какое темпоральное отношение связывает события F_1 и F_2. Правила обновления предикатов, указанные в фигурных скобках выражений (21), (22) и (23), конкретизируют искомые отношения.

Реализация темпоральных операций в сценариях сетями абстрактных машин

В приведенных ниже модулях СеАМ, реализующих шесть основных темпоральных операций $\{\uparrow, \Uparrow, \Uparrow^{\bullet}, |, \updownarrow, \|^{\bullet}\}$, используются следующие унарные предикатные символы:

f_{bi} и f_{ei} – символы начала и конца реализации i-го подсценария (в дальнейшем, без ограничения общности, будем называть подсценарии сценариями, имея в виду уровень, на котором работает исследователь); f_{Ai} – символ состояния сценария A_i; f_{dbi} и f_{dei} – символы начала и конца выполнения специальных программ-демонов, осуществляющих непосредственную

реализацию действий, для которых и предназначен сценарий A_i; f_{ij} – символ, подтверждающий причинное воздействие сценария A_i на сценарий A_j.

Символами a_1, a_2 и a_3 обозначены значения предметных переменных – имен агентов-серверов, использующих текст соответствующего модуля СеАМ в качестве сценария (или метода) своего функционирования. Каждый сценарий реализован двумя модулями m_{bi} и m_{ei} – начальным и завершающим.

1. $A_1 \uparrow A_2$ – обычное следование сценариев друг за другом, выполнение A_2 начинается после того, как закончится выполнение A_1.

2. $A_1 \Uparrow A_2$ – выполнение A_2 начинается после того, как начнется выполнение A_1.

3. $A_1 \Uparrow^{\bullet} A_2$ – выполнение A_2 начинается после того, как начнется A_1, и до того, как A_1 закончится. Другими словами, выполнение A_2 начинается во время реализации A_1.

4. $A_1 \mid A_2$ – A_1 и A_2 причинно не связаны и происходят «возможно, одновременно» (либо «возможно, неодновременно»). Такой же символ будем использовать и для обозначения «возможно, конкурентного» выполнения сценариев.

5. $A_1 \updownarrow A_2$ – подсценарии A_1 и A_2 происходят неодновременно.

6. $A_1 \|^{\bullet} A_2$ – интервал реализации сценария A_1 перекрывает интервал реализации сценария A_2. Другими словами, A_2 начинается после начала A_1 и заканчивается до окончания A_1.

7. $A_1 \| A_2$ – необходимое пересечение интервалов реализации сценариев. Общим символом $\|$ обозначим класс операций, при выполнении которых интервалы реализации подсценариев «необходимо пересекаются», например, для обмена сообщениями с подтверждением. К этому классу относятся также, например, операции $\Uparrow^{\bullet}$ и $\|^{\bullet}$. Другие варианты интерпретации данной операции свяжем с выполнением операции барьерной синхронизации сценариев.

Барьерная синхронизация сценариев

Рассмотрим несколько примеров реализации операций барьерной синхронизации нескольких сценариев на базе описанных выше темпоральных операций.

Пример 1. Барьерная синхронизация с асимметричной конвейерной организацией связей реализуется путем последовательного применения операции $\|^{\bullet}$:

$$A_1 \|^{\bullet} A_2 \|^{\bullet} A_3 \|^{\bullet} A_4 = ((A_1 \|^{\bullet} A_2) \|^{\bullet} A_3 \|^{\bullet} A_4 = A_1 \|^{\bullet} (A_2 \|^{\bullet} (A_3 \|^{\bullet} A_4)).$$

В силу ассоциативности операции $\|^{\bullet}$ скобки определяют порядок ее применения.

Пример 2. Барьерная синхронизация «от первого сценария» реализуется с помощью использования двух видов темпоральных операций:

$$A_1 \|^{\bullet} (A_2 \mid A_3 \mid A_4) = (A_1 \|^{\bullet} A_2) \mid (A_1 \|^{\bullet} A_3) \mid (A_1 \|^{\bullet} A_4).$$

Операция $\|^{\bullet}$ обладает свойством дистрибутивности как слева, так и справа относительно операции $|$.

Пример 3. Барьерная синхронизация сценариев, при которой они могут обмениваться индивидуальными данными, в общем случае описывается с помощью операции $\|$: $A_1 \| A_2 \| A_3 \| A_4$. При подобном подходе предполагается, что при барьерной синхронизации важным является то, чтобы был обеспечен обмен данными по принципу «каждый с каждым» независимо от того, каким образом подобный обмен организован.

В последнем примере сценарии A_2, A_3, A_4 реализуются в две фазы. На первой фазе эти сценарии обмениваются данными при посредничестве сценария A_1. Затем следует обычная фаза, выполняемая остальными модулями, реализующими сценарии.

В приведенной таблице 1 дано графическое представление темпоральных операций в сценариях. Здесь $|||$ – символ операции «выполнить синхронно одновременно», а операции $\vee$ и $\oplus$, а также их варианты $\vee^{\bullet}$ и $\oplus^{\bullet}$ определены далее. Отметим, что применяемые в распределенном и параллельном программировании операции $\vee$ и $\oplus$ («дизъюнкция» и «исключительное или» для процессов) были ранее исследованы в работе [15].

Таблица 1

Графическое представление операций в сценариях

Обозначение операций в формулах	Основное обозначение операций на рисунках	Упрощенное графическое представление
$A_1 \uparrow A_2$	$A_1 \xrightarrow{\uparrow} A_2$	$A_1 \longrightarrow A_2$
$A_1 \Uparrow A_2$	$A_1 \xrightarrow{\Uparrow} A_2$	$A_1 \Longrightarrow A_2$
$A_1 \Uparrow^{\bullet} A_2$	$A_1 \xrightarrow{\Uparrow^{\bullet}} A_2$	$A_1 \Longrightarrow A_2$ $\bullet$
$A_1 \|^{\bullet} A_2$	$A_1 \xrightarrow{\|^{\bullet}} A_2$	$A_1 \Longrightarrow A_2$ $\bullet$
$A_1 \updownarrow A_2$	$A_1 \xrightarrow{\updownarrow} A_2$	$A_1 \longleftrightarrow A_2$
$A_1 \mid A_2$	$A_1 \overset{\mid}{\text{———}} A_2$	$A_1 \text{———} A_2$
$A_1 \| A_2$	$A_1 \overset{\|}{\text{———}} A_2$	$A_1 \Longrightarrow A_2$

Окончание табл. 1

$A_1 \mid\mid\mid A_2$	$A_1 \overset{\mid\mid\mid}{\text{———}} A_2$	$A_1 \text{═══} A_2$
$A_1 \vee A_2$	$A_1 \overset{\vee}{\text{———}} A_2$	*
$A_1 \vee^{\bullet} A_2$	$A_1 \overset{\vee^{\bullet}}{\text{———}} A_2$	*
$A_1 \oplus A_2$	$A_1 \overset{\oplus}{\text{———}} A_2$	*
$A_1 \oplus^{\bullet} A_2$	$A_1 \overset{\oplus^{\bullet}}{\text{———}} A_2$	*
$A_0 \uparrow [\alpha](A_1 \vee A_2)$	$A_0 \xrightarrow{\alpha} A_1$, $A_0 \xrightarrow{\neg\alpha} A_2$	$A_1 \overset{\alpha}{\text{- - -}} \overset{\neg\alpha}{\text{- - -}} A_2$
$A_0 \uparrow [\alpha]\{A_1\} \uparrow A_2$	$A_0 \xrightarrow{\neg\alpha} A_1 \xrightarrow{\alpha} A_2$, $A_1 \xrightarrow{\neg\alpha} A_1$, $A_0 \xrightarrow{\alpha} A_2$	*

* Упрощенное обозначение не задано.

Использование основных идей из алгебры алгоритмов Глушкова, например принципа суперпозиции операторов, позволяет естественным образом проектировать сложные иерархические сети сценариев. В этой связи имеет смысл выделить два вида сценарных сетей. В простых сетях первого вида подсети, начиная с тривиальных подсетей – элементарных сценариев, составляющих систему образующих, участвуют в операциях однократно. В сложных сетях второго вида допускается многократное участие указанных подсетей в произвольных суперпозициях подсетей.

Выводы

1. На основе введенного определения самомодифицируемого сценария как активной семантической сети, представленной суперпозициями концептуальных графов, предложен алгебраический подход к конструированию сложных иерархических эволюционирующих сценарных сетей, облегчающий создание новых технологий проектирования систем хранения и обработки данных.

2. Принятая парадигма взаимодействия процессов отличается согласованным использованием информационных объектов, представленных сигнатурой многоосновной алгебраической системы, причем структурные и логические связи между понятиями предметной области представляются сигнату-

рой и формулами в этой сигнатуре. Сигнатура представляет декларативные знания, сценарии – процедурные знания о предметной области.

3. Сценарии реализуются сетями абстрактных машин, состоящих из модулей, объединенных причинно-следственными связями, что позволяет эффективно оперировать с моделями вертикально и горизонтально структурированных распределенных систем.

Список литературы

1. **Конолли, Т.** Базы данных. Проектирование, реализация и сопровождение. Теория и практика / Т. Конолли, К. Бегг. – М. : Вильямс, 2003. – 1440 с.
2. Искусственный интеллект : в 3-х кн. : справочник / под ред. Д. А. Поспелова.– М. : Радио и связь, 1990. – Кн. 2 : Модели и методы. – 304 с.
3. **Литвинцева, Л. В.** Сценарии / // Искусственный интеллект : в 3-х кн. : справочник / Л. В. Литвинцева ; под ред. Д. А. Поспелова. – М. : Радио и связь, 1990. – Кн. 2 : Модели и методы. – С. 56–60.
4. Логический подход к искусственному интеллекту / А. Тейз, П. Грибомон, Ж. Луи [и др.]. – М. : Мир, 1990. – 432 с.
5. **Глушков, В. М.** Методы символьной мультиобработки / В. М. Глушков, Г. Е. Цейтлин, Е. Л. Ющенко. – Киев : Наукова думка, 1980. – 252 с.
6. **Котов, В. Е.** Сети Петри / В. Е. Котов. – М. : Наука, 1984. – 160 с.
7. Робототехника и гибкие автоматизированные производства : в 9-ти кн. / В. М. Назаретов, Д. П. Ким ; под ред. И. М. Макарова. – М. : Высш. шк., 1986. – Кн. 6 : Техническая имитация интеллекта. – 144 с.
8. **Кандрашина, Е. Ю.** Представление знаний о пространстве и времени в системах искусственного интеллекта / Е. Ю. Кандрашина, Л. В. Литвинцева, Д. А. Поспелов. – М. : Наука, 1989. – 328 с.
9. **Лозовский, В. С.** Сетевые модели / В. С. Лозовский // Искусственный интеллект : в 3-х кн. : справочник / под ред. Д. А. Поспелова. – М. : Радио и связь, 1990. – Кн. 2 : Модели и методы. – С. 28–49.
10. **Кандрашина, Е. Ю.** Ленемы / Е. Ю. Кандрашина // Искусственный интеллект : в 3-х кн. : справочник / под ред. Д. А. Поспелова. – М. : Радио и связь, 1990. – Кн. 2 : Модели и методы. – С. 60–65.
11. **Литвинцева, Л. В.** Пополнение знаний / Л. В. Литвинцева, Д. А. Поспелов // Искусственный интеллект : в 3-х кн. : справочник / под ред. Д. А. Поспелова. – М. : Радио и связь, 1990. – Кн. 2 : Модели и методы. – С. 76–81.
12. **Кандрашина, Е. Ю.** Технологические комплексы для разработки баз знаний / Е. Ю. Кандрашина // Искусственный интеллект : в 3-х кн. : справочник / под ред. В. Н. Захарова, В. Ф. Хорошевского. – М. : Радио и связь, 1990. – Кн. 3 : Программные и аппаратные средства. – С. 109–120.
13. **Абрахманов, А. А.** Инструментальный технологический комплекс для систем семиотического моделирования / А. А. Абрахманов, В. С. Лозовский, С. В. Лозовский // Искусственный интеллект : в 3-х кн. : справочник / под ред. В. Н. Захарова, В. Ф. Хорошевского. – М. : Радио и связь, 1990. – Кн. 3 : Программные и аппаратные средства. – С. 131–150.
14. **Плесневич, Г. С.** Логические модели / Г. С. Плесневич // Искусственный интеллект : в 3-х кн. : справочник / под ред. Д. А. Поспелова. – М. : Радио и связь, 1990. – Кн. 2 : Модели и методы. – С. 14–28.
15. **Котов, В. Е.** Связь сетевого и логического подходов к описанию процессов / В. Е. Котов, Л. А. Черкасова // Прикладные аспекты математической логики. Вычислительные системы. – Вып. 122. – Новосибирск : Изд-во Института математики СО АН СССР, 1987. – С. 97–109.

УДК 681.5:681.3.066

В. Н. Дубинин, В. В. Вяткин

МОДЕЛИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ВЫПОЛНЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ БЛОКОВ IEC 61499 НА ОСНОВЕ ДИНАМИЧЕСКИ ИЗМЕНЯЕМЫХ ПРИОРИТЕТОВ

В статье рассматривается подход к построению различных последовательных моделей выполнения функциональных блоков нового международного стандарта IEC 61499 на основе приоритетного механизма. Предлагаются многоуровневые приоритеты модельных переходов и правила их изменения для реализации различных дисциплин планирования выполнения функциональных блоков. Рассматриваются три модели последовательного выполнения: 1) «Прямой вызов»; 2) модель на основе последовательной гипотезы; 3) синхронная модель.

Введение

Принятый в 2005 г. международный стандарт IEC 61499 для построения распределенных систем управления промышленными процессами [1], на который возлагаются большие надежды, не нашел еще должного применения на практике. Это в большой мере определяется тем, что в стандарте заложен семантический разрыв между моделью функциональных блоков (ФБ) и моделями выполнения ФБ. Часто это определяют как наличие «дыр» в семантике ФБ. Модель ФБ допускает целый ряд моделей выполнения. В последнее время, например, были предложены такие модели, как «непрерываемый многопотоковый ресурс» (NPMTR-модель [2]), реализованный в FBDK/FBRT [3], последовательные модели [4–8], реализованные в средах выполнения μCrons, FUBER и CEC, соответственно. Семантика, основанная на сканировании входов, подобно используемой в программируемых логических контроллерах, была рассмотрена в [9]. Некоторые параллельные модели выполнения ФБ были предложены в [10]. Таким образом, системы управления, разработанные на основе ФБ, в настоящее время не обладают свойством портабельности. Для решения этого вопроса в рамках сообщества OOONEIDA [11] в 2006 г. была создана рабочая группа по разработке модели выполнения приложений ФБ стандарта IEC 61499.

В идеале модель выполнения ФБ должна обладать следующими (возможно, противоречащими друг другу) качествами, а именно должна быть: 1) интуитивно понятной инженеру; 2) простой в реализации; 3) предсказуемой в поведении; 4) справедливой; 5) с хорошей реактивностью; 6) свободной от зацикливаний и оттеснений; 7) верифицируемой. Очевидно также и то, что модель выполнения ФБ не должна противоречить модели ФБ, принятой в стандарте IEC 61499 и по максимуму опираться на нее.

В данной работе рассматривается подход к построению различных последовательных моделей выполнения ФБ на основе формальной модели ФБ, предложенной в работах [12–14], и расширенной приоритетным механизмом. Предлагаются многоуровневые приоритеты модельных переходов и правила их изменения для реализации различных дисциплин планирования выполнения ФБ. Достоинством метода является простота его реализации. Приводятся примеры реализации трех моделей последовательного выполнения: 1) модели

«Прямой вызов» [4, 10]; 2) модели на основе последовательной гипотезы [7, 8]; 3) синхронной модели, варианты которой были рассмотрены в [9, 15, 16].

Предлагается система классификации моделей выполнения ФБ на основе следующих классификационных признаков: 1) гранула выполнения (*F* – функциональный блок; *T* – ЕС-переход); 2) метод распространения вычислений (*B* – вширь; *D* – вглубь); 3) метод передачи сигналов между ФБ (*S* – последовательный; *C* – синхронный); 4) метод выполнения составного ФБл (*E* – как единой сущности; *M* – как контейнера); 5) приоритетность базисных ФБ перед составными ФБ (*X* – больше; *Y* – меньше; *Z* – равны). В соответствии с данной классификацией каждая модель выполнения кодируется словом из приведенных классификационных признаков в соответствии с заданным порядком, например: TDS**. Знак * в позиции будет определять несущественность данного признака для модели выполнения (или ее рассматриваемой части).

1. Формальная модель функциональных блоков

Формальная модель ФБ была предложена в [12–14]. В данной модели рассматриваются только одноуровневые представления сетей ФБ, для многоуровневых сетей определена процедура перехода к эквивалентному одноуровневому представлению. Для сохранения семантики результирующей сети ФБ введено понятие *клапана данных*. Диаграмма ЕСС представляется в канонической форме, что соответствует наличию максимум одной ЕС-акции у одного ЕС-состояния.

В модели ФБ определены состояния приложения, базисного функционального блока и клапана данных, а также модельные переходы. Сеть ФБ функционирует, переходя из одного состояния в другое (начиная от начального) под воздействием срабатывания модельных переходов. Состав модельных переходов и их описание представлено в таблице 1.

Таблица 1

<table>
<tr><th>Тип</th><th>Наименование</th><th>Состояние интерпретатора ЕСС</th><th>Другие условия</th><th>Приоритет</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Срабатывание первичного ЕС-перехода</td><td>Свободен</td><td rowspan="2">1) Исходящее состояние ЕС-перехода является текущим состоянием (родительского) ФБл;
2) Условие ЕС-перехода истинно</td><td rowspan="2">2</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Срабатывание вторичного ЕС-перехода</td><td>Занят</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Съем входных данных</td><td>Свободен</td><td>Существует сигнал на событийном входе, имеющем WITH-связь</td><td>1</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Освобождение интерпретатора ЕСС</td><td>Занят</td><td>Не существует разрешенных ЕС-переходов</td><td>3</td></tr>
<tr><td>5</td><td>Передача сигнала через клапан данных</td><td>–</td><td>Имеется сигнал на событийном входе клапана данных</td><td>4 (высший)</td></tr>
</table>

ЕС-переход называется *первичным*, если его условие включает событийный вход. Если же условие ЕС-перехода состоит только из сторожевого условия, то такой ЕС-переход называется *вторичным* [14].

Суть возникшей в последнее время острой необходимости разработки модели выполнения ФБ интерпретируется с позиций формальной модели ФБ следующим образом: 1) в системе ФБ одновременно может существовать несколько разрешенных модельных переходов; 2) необходимо детерминировать формальную модель ФБ, определив порядок срабатывания модельных переходов, интуитивно понятный инженеру (во избежание возможных ошибок). Стратегия срабатывания модельных переходов будет определять модель выполнения ФБ.

2. Динамические многоуровневые приоритеты

Многоуровневый приоритет модельного перехода в расширенной формальной модели ФБ определяется как четверка (A, B, C, D), где A – приоритет типа модельного перехода; B – изменяемый приоритет функционального блока (ФБл) (или клапана данных); C – неизменяемый собственный приоритет ФБл (или клапана данных); D – приоритет модельного перехода среди подобных внутри конкретного ФБл. Будем считать, что приоритеты являются целыми числами.

Для записи многоуровневых приоритетов может использоваться точечная нотация. Примеры записи приоритетов: 2.24.2.7, 3.19.1.*, 1.20.4.*. Знак * свидетельствует об отсутствии и/или несущественности данного компонента для заданного типа перехода. Далее, если это специально не оговаривается, под приоритетом ФБл понимается его изменяемый приоритет. Все приоритеты упорядочены в соответствии с отношением лексикографического порядка, обозначаемым через $\succ$. Пример: $2.24.2.7 \succ 2.23.10.9$.

При интерпретации модели ФБ в первую очередь выполняются модельные переходы с наивысшим приоритетом. Следует отметить, что приоритет того ФБл, который не планируется к последующему выполнению, будем обозначать буквой λ (иначе, $-\infty$). В соответствии с этим не будут планироваться все модельные переходы, связанные с этим блоком. Таким образом, ФБ, помеченные буквой λ, могут не приниматься во внимание планировщиком.

Для реализации всевозможных моделей выполнения ФБ предлагается использование динамически изменяемых приоритетов. При этом для каждой конкретной модели выполнения ФБ для каждого из типов модельных переходов разрабатываются шаблоны правил перевычисления приоритетов модельных переходов. Собственно правила, разработанные в соответствии с этими шаблонами, входят составной частью в правила срабатывания модельных переходов. Следует отметить, что правило перевычисления приоритетов переходов может быть общим для всего ФБл и, таким образом, не определяться для каждого модельного перехода ФБл.

Для заданной модели выполнения ФБ (иначе, дисциплины планирования) являются жестко фиксированными и неизменными следующие компоненты вектора приоритетов: 1) приоритет типов переходов (компонент A), поскольку он задает семантику ФБ в соответствии со стандартом [1]; 2) собственный приоритет ФБ (компонент C); 3) приоритет ЕС-переходов внутри ФБл (компонент D). В соответствии со стандартом IEC 61499 приоритет ЕС-переходов неявно определяется положением их описания в представляющем XML-файле [1]. Таким образом, изменяемым компонентом вектора приоритета является только изменяемый приоритет ФБ (хотя возможность изменения компонента D увеличила бы мощность модели ФБ).

Первоначальные значения компонентов вектора приоритетов ФБ устанавливаются по следующим правилам. Компоненты *A* и *D* являются жестко фиксированными (см. выше). Собственные приоритеты ФБ устанавливаются, если это необходимо для реализации выбранной дисциплины планирования. При этом собственный приоритет ФБл будет определять предпочтительность одного ФБл перед другим при равенстве их изменяемых приоритетов. Собственные приоритеты ФБ также могут использоваться при определении стартового ФБл при приходе в систему стартового входного события. Изменяемые приоритеты ФБ устанавливаются в одинаковые значения, например, в 0. Возможна также другая начальная установка: изменяемый приоритет стартового ФБл устанавливается равным некоторому целому числу, приоритеты остальных ФБ устанавливаются равными λ.

Определим объекты, участвующие в правилах перевычисления приоритетов. На рисунке 1 представлены два ФБ – F_i и F_j, причем в первом ФБл срабатывает ЕС-переход, в результате чего вызывается ЕС-акция, связанная с целевым состоянием этого сработавшего ЕС-перехода. В результате выполнения ЕС-акции посылается сигнал на вход блока F_j. Назовем блоки F_i и F_j *связанными*. По отношению к блоку F_i блок F_j является *блоком-последователем*.

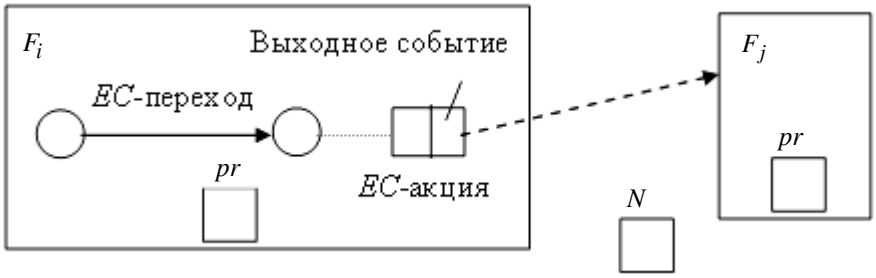


Рис. 1 Связанные функциональные блоки

С каждым ФБл связывается переменная *pr*, в которой хранится значение приоритета соответствующего ФБл. Поскольку рассматриваются диаграммы ЕСС только в канонической форме [12], то с одним ЕС-состоянием может быть связана только одна ЕС-акция. Глобальная переменная *N* предназначена для хранения значения приоритета, доступного всем ФБ сети. Во многих дисциплинах эта переменная хранит порядковый номер попытки выполнить ФБл.

В сетях ФБ действует *принцип локальности изменения* состояния сети. Суть данного принципа заключается в том, что при срабатывании перехода в каком-либо ФБл может измениться статус только тех ФБ, которые являются последователями данного ФБл. Поэтому в правиле перевычисления приоритетов участвует только текущий ФБл и ФБ, которым передается сигнал, т.е. связанные ФБ.

3. Модели выполнения функциональных блоков

Демонстрационный пример

Для демонстрации различных дисциплин планирования выполнения ФБ используется простая система экземпляров базисных ФБ, приведенная на рисунке 2,а. Составные ФБ, а также передачи данных между ФБ в данном

примере не рассматриваются, что не затрагивает суть предлагаемого подхода. Как видно из рисунка 2, данная система включает экземпляры базисных ФБ двух видов: типа *A* (рис. 2,б) и типа *B* (рис. 2,в).

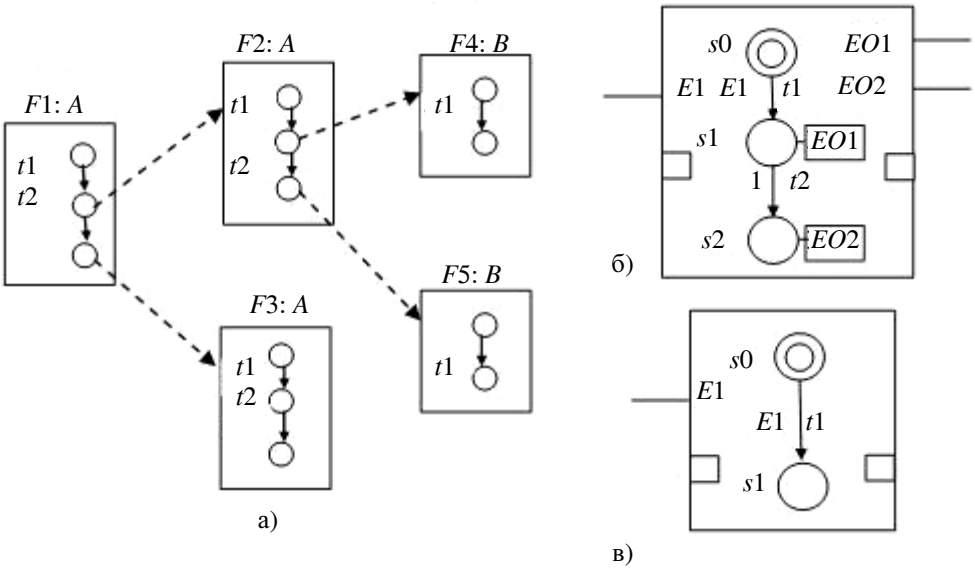


Рис. 2 Пример системы экземпляров базисных функциональных блоков:
а – общая система; б – тип *A*; в – тип *B*

В дальнейшем для записи модельных переходов в последовательностях срабатывания и связанных с ними изменениями приоритетов ФБ используется следующая нотация:

<описание модельного перехода>::=
<имя ФБл-родителя>.<имя модельного перехода>
(<изменяемый приоритет ФБл до срабатывания>
[.*< неизменяемый приоритет ФБл до срабатывания*>]
[,*< изменяемый приоритет ФБл после срабатывания>)*]
<имя модельного перехода>::=.{*<имя ЕС-перехода>* | *E* | *S* | *V*}

Считаем, что имя модельного перехода определяется или именем соответствующего ЕС-перехода (в случае переходов типа 1 или 2), или символами *E*, *S* или *V* в случае переходов типа 4, 3 или 5, соответственно (см. таблицу 1). Предполагаем, что имя ЕС-перехода начинается со строчной буквы.

Примеры записей модельных переходов и изменений приоритетов: *F*4.*t*1(25,25), *F*4.*E*(25,λ), *F*1.*t*2(23.1), *F*4.*E*(25.2,λ). Для краткости полагаем, что если приоритет ФБл до и после срабатывания перехода не изменился, то указывается только одно число, определяющее данный приоритет, например: *F*4.*t*1(25).

Модель выполнения, основанная на методе «Прямой вызов»

В модели выполнения, основанной на методе «Прямой вызов» (в оригинале – *Direct Call* или *Direct Function Call*), генерация нового события реализуется путем вызова метода *run* связанного ФБл [4, 10]. Как отмечено в работе [10], недостатком данного метода является зависимость времени распространения сигнала от топологии сети ФБ, причем это время может

пространения сигнала от топологии сети ФБ, причем это время может быть значительным. На данном методе во многом основывается модель выполнения NPMTR [2], реализованная в FBDK/FBRT [3].

Модель выполнения, основанная на «Прямом вызове», характеризуется классификационным словом TDS**. Отличительная особенность модели – использование вычислений вглубь на уровне ЕС-переходов.

Правило изменения приоритетов для модельных переходов типа 1 и 2 (срабатывание ЕС перехода) в функциональном блоке F_i следующее: $pr(F_j) = pr(F_i) + 1$. Иными словами, срабатывание ЕС-перехода в одном блоке увеличивает на единицу приоритет блока-последователя. Здесь и далее под $pr(F)$ будем понимать изменяемый приоритет блока F.

Правило изменения приоритетов для перехода типа 4 в функциональном блоке F_i следующее: $pr(F_i) = \lambda$. Иными словами, освобождение ЕСС интерпретатора в некотором ФБл исключает данный блок (на некоторое время) из процесса планирования. Остальные типы модельных переходов, относящиеся к функциональному блоку F_i , отсутствуют.

Рассмотрим пример на рисунке 2. Допустим, что сначала срабатывает ЕС-переход $t1$ в функциональном блоке $F1$ и начальный приоритет блока $F1$ равен 23. Тогда последовательность выполнения модельных переходов в системе ФБ (с указанием изменения приоритетов) будет следующей:

$$F1.t1(23)\to F2.t1(24)\to F4.t1(25)\to F4.E(25,\lambda)\to F2.t2(24)\to F5.t1(25)\to F5.E(25,\lambda)$$
$$\to F2.E(24,\lambda)\to F1.t2(23)\to F3.t1(24),F3.t2(24)\to F3.E(24,\lambda)\to F1.E(23,\lambda).$$

Можно заметить, что при использовании данной дисциплины планирования совершается обход в глубину дерева экземпляров ФБ (рис. 3). На данном рисунке рядом с ФБ проставлены их приоритеты во время выполнения.

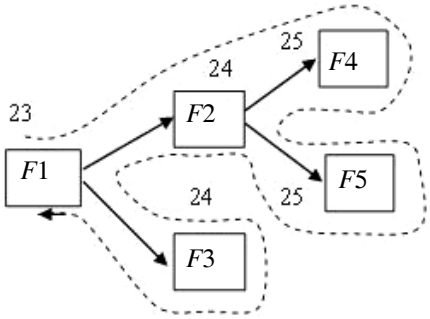


Рис. 3 Обход дерева экземпляров ФБ вглубь
при использовании метода «Прямой вызов»

При использовании метода «Прямой вызов» одновременно несколько ФБ может находиться в активном состоянии (например, блоки $F1$, $F2$ и $F4$ на рис. 3). Под *активным* состоянием ФБл будем понимать его состояние, когда интерпретатор ЕСС данного блока находится в занятом состоянии.

Как было отмечено в работах [4, 10], использование структурных циклов в системе ФБ при использовании метода *Direct Call* может привести к зацикливанию системы в целом. При использовании предложенной приоритетной дисциплины это приведет к постоянному бесконечному росту приоритетов ФБ, входящих в цикл.

Модель выполнения, основанная на последовательной гипотезе

Данная модель выполнения ФБ основана на шести постулатах [7, 8], в соответствии с которыми при приеме и обработке входного сигнала ФБл выполняется как единое целое («*single run*») до тех пор, пока в нем имеются разрешенные ЕС-переходы. Выходные сигналы выводятся последовательно, по мере их возникновения. В соответствии с предложенной классификацией данную модель выполнения можно характеризовать словом FDS**.

Правило изменения приоритетов для модельных переходов типа 1 и 2 (срабатывание ЕС-перехода) в функциональном блоке F_i следующее: $pr(F_j) = N$; $N = N - 1$. Иными словами, срабатывание ЕС-перехода в одном блоке делает приоритет блока-последователя равным глобальному номеру попытки выполнения ФБл. При этом переменная N, в которой хранится данный номер, уменьшается на единицу. Таким образом, нумерация попыток выполнения ФБ производится по декрементному принципу. Правило изменения приоритетов для перехода типа 4 в блоке F_i такое же, как и в предыдущей модели.

Рассмотрим пример системы ФБ, приведенный на рисунке 2. Предположим, что: 1) начальное значение глобальной переменной N равно 22; 2) сначала срабатывает ЕС-переход $t1$ в функциональном блоке $F1$; 3) начальный приоритет блока $F1$ равен 99.

Тогда последовательность выполнения модельных переходов в системе ФБ будет следующей:

$$F1.t1(99)\to F1.t2(99)\to F1.E(99,\lambda)\to F2.t1(22)\to F2.t2(22)\to F2.E(22,\lambda)\to$$
$$F3.t1(21)\to F3.t2(21)\to F3.E(21,\lambda)\to F4.t1(20)\to F4.E(20,\lambda)\to F5.t1(19)\to F5.E(19,\lambda)$$

Как видно из рисунка 4 при использовании модели выполнения, основанной на последовательной гипотезе, производится обход дерева экземпляров по ярусам. При использовании более сложных топологий сетей ФБ, отличных от древовидных, вычисления удобнее представлять с использованием временной оси в виде развертывающейся спирали.

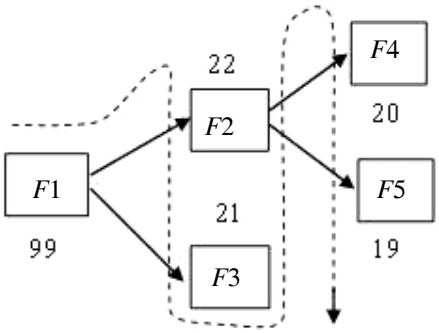


Рис. 4 Обход дерева экземпляров ФБ по ярусам

Синхронная модель выполнения

Синхронная модель выполнения ФБ предполагает наличие внешних часов. Выполнение гранул (ЕС-переходов или ФБ) производится в моменты дискретного времени $\ldots t-1, t, t+1, \ldots$ В один момент времени выполняются все гранулы (ЕС-переходы или ФБ), которые могут выполниться.

При организации вычислений для этой модели наиболее адекватен метод распространения вычислений вширь. При этом гранулы выполняются по фронтам. Каждый следующий фронт выполняется в момент времени на единицу больше момента времени выполнения предыдущего. Очередной фронт формируется на основе предыдущего.

Рассмотрим реализацию синхронной модели типа FBC**. В данной модели ФБл выполняется как единое целое, вычисления распространяются вширь (по фронтам) и сигналы между ФБ передаются одновременно.

Правило изменения приоритетов для модельных переходов типа 1 и 2 (срабатывание ЕС-перехода) в функциональном блоке F_i следующее: $pr(F_j) = pr(F_i) - 1$. Иными словами, срабатывание ЕС-перехода в одном ФБл уменьшает на единицу приоритет блока-последователя. Правило изменения приоритетов для перехода типа 4 такое же, как и для вышерассмотренных моделей.

Рассмотрим пример вычисления ФБ в системе, приведенной на рисунке 2, при синхронном срабатывании. Допустим: 1) собственные приоритеты блоков $F1$, $F2$, $F3$, $F4$ и $F5$ равны 4, 1, 2, 3 и 5, соответственно; 2) сначала срабатывает ЕС-переход $t1$ в функциональном блоке $F1$. Последовательность выполнения модельных переходов в системе ФБ будет следующей:

$$F1.t1(23.4) \rightarrow F1.t2(23.4) \rightarrow F1.E(23.4,\lambda) \rightarrow F3.t1(24.2) \rightarrow F3.t2(24.2) \rightarrow F3.E(24.2,\lambda) \rightarrow F2.t1(24.1) \rightarrow F2.t2(24.1) \rightarrow F2.E(24.1,\lambda) \rightarrow F5.t1(25.5) \rightarrow F5.E(25.5,\lambda) \rightarrow F4.t1(25.3) \rightarrow F4.E(25.3,\lambda).$$

В данном случае используются как изменяемые, так и неизменяемые приоритеты ФБ. При записи они отделяются точкой. Процесс вычислений представлен на рисунке 5.

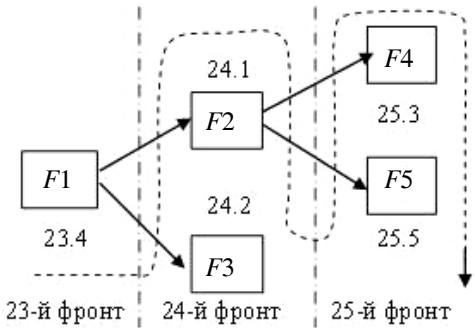


Рис. 5 Выполнение ФБ по фронтам при синхронном выполнении

Порядок вычисления ФБ во фронте готовых к выполнению ФБ определяется собственными приоритетами ФБ: чем выше приоритет ФБл во фронте, тем раньше будет сделана попытка его выполнить.

Синхронная модель выполнения ФБ имеет ряд преимуществ, среди которых: 1) ясность и понятность для инженера; 2) справедливость метода, поскольку раньше выполняются те функциональные блоки, которые получили входной сигнал раньше; 3) отсутствие зацикливаний и оттеснений, возможных в предыдущих моделях.

К недостаткам синхронной модели типа FBC** можно отнести зависимость результата от последовательности выполнения ФБ во фронте. Это касается случая, когда во фронте существуют связанные ФБ. Упорядочение

выполнения ФБ во фронте с использованием собственных приоритетов ФБ является в большой степени искусственным приемом, поскольку в общем случае трудно обосновать предпочтение одного ФБл перед другим. Сам стандарт не предусматривает наличие приоритетов у ФБ.

Чтобы избежать зависимости результата от порядка выполнения ФБ во фронте связанных блоков предлагается *двухступенчатая схема* выполнения ФБ с промежуточной буферизацией выходных сигналов. Следует отметить, что реализация двухступенчатой схемы с использованием модели ФБ, предложенной в [12–14], невозможна, поскольку в ней не предусмотрена промежуточная буферизация выходных сигналов. Поэтому требуется специальная модификация модели ФБ для возможности реализации двухступенчатой синхронной модели выполнения.

В заключение следует отметить, что интерпретация модели выполнения ФБ сходна с интерпретацией «обычной» модели ФБ [14] за исключением того, что вместо недетерминированного выбора используется приоритетный выбор активного модельного перехода. При срабатывании какого-либо модельного перехода автоматически выполняются действия по изменению компонентов состояния системы, а также производится изменение приоритетов компонент системы и, в соответствии с этим, приоритетов модельных переходов. На основе предложенного подхода может быть построена среда выполнения ФБ. Она должна включать интерпретатор модели ФБ, который в свою очередь должен включать планировщик выполнения модельных переходов. Функция планировщика проста – выборка наиболее приоритетного перехода из списка разрешенных модельных переходов. Данный список может быть упорядоченным и неупорядоченным.

Заключение

В данной работе было предложено расширение формальной модели ФБ приоритетным механизмом для реализации моделей выполнения ФБ. Применимость данного подхода была проиллюстрирована на примере реализации трех различных моделей выполнения. Направлением дальнейших исследований является определение всех возможных моделей выполнения на основе динамически изменяемых приоритетов, а также их сравнительный анализ.

Список литературы

1. Function blocks for industrial-process measurement and control systems. Part 1: Architecture, International Electrotechnical Commission. – Geneva, 2005
2. **Suender, C.** Usability and Interoperability of IEC 61499 based distributed automation systems / C. Suender, A. Zoitl, J. H. Christensen [et al.] // 4th IEEE Conference on Industrial Informatics (INDIN'06). – Singapore, 2006. – P. 31–37.
3. Function Block Development Kit // http://www.holobloc.com/doc/fbdk/index.htm
4. **Zoitl, A.** Executing real-time constrained control applications modelled in IEC 61499 with respect to dynamic reconfiguration / A. Zoitl, G. Grabmair, F. Auinger, C. Suender // 3rd IEEE Conference on Industrial Informatics (INDIN'05), August 2005, Perth. – Australia, 2005.
5. **Čengić, G.** Formal Modeling of Function Block Applications Running in IEC 61499 Execution Runtime / G. Čengić, O. Ljungkrantz, K. Åkesson // 11th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA 2006), September 20–22, 2006. – Prague, Czech Republic, 2006. – P. 1269–1276.

6. **Colla, M.** Applying the IEC-61499 Model to the Shoe Manufacturing Sector / M. Colla, A. Brusaferri, E. Carpanzano // 11th IEEE Conference on Emerging Technologies for Factory Automation (ETFA 2006), September 20–22, 2006. – Prague, Czech Republic, 2006. – P. 1301–1308.
7. **Vyatkin, V.** Execution Model of IEC61499 Function Blocks based on Sequential Hypothesis, paper draft / V. Vyatkin, V. Dubinin // http://www.ece.auckland.ac.nz/~vyatkin/o3fb/VyatkinDubinin_SequentialSemantic.pdf
8. **Vyatkin, V.** Sequential Axiomatic Model for Execution of Basic Function Blocks in IEC61499 / V. Vyatkin, V. Dubinin // 5th IEEE Conference on Industrial Informatics (INDIN'07), July 23–26, 2007. – Vienna, Austria, 2007.
9. **Lastra, J. L.** M. An IEC 61499 Application generator for Scan-Based Industrial Controllers / J. L. M. Lastra, L. Godinho, A. Lobov, R. Tuokko // 3rd IEEE Conference on Industrial Informatics, August 2005. – Perth, Australia, 2005.
10. **Ferrarini, L.** Implementation approaches for the execution model of IEC 61499 applications / L. Ferrarini, C. Veber // 2nd IEEE Conference on Industrial Informatics (INDIN'04), June 2004. – Berlin, Germany, 2004.
11. OOONEIDA – An Open Object-Oriented Knowledge Economy for Intelligent Industrial Automation // http://www.oooneida.net
12. **Дубинин, В. Н.** Формализованное описание и моделирование систем функциональных блоков IEC 61499 / В. Н. Дубинин, В. В. Вяткин // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. – 2005. – № 5 (20). – С. 76–89. – (Технические науки).
13. **Dubinin, V.** Towards a Formal Semantics of IEC 61499 Function Blocks / V. Dubinin, V. Vyatkin // 4th IEEE Conference on Industrial Informatics (INDIN'06), August 16–18, 2006. – Singapore, 2006. – P. 6–11.
14. **Dubinin, V.** Using Prolog for Modelling And Verification of IEC 61499 Function Blocks and Applications / V. Dubinin, V. Vyatkin, H.-M. Hanisch // 11th IEEE Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA 2006), September 20–22, 2006. – Prague, Czech Republic, 2006. – P. 774–781.
15. **Vyatkin, V.** Modelling and execution of reactive function block systems with Condition/Event nets / V. Vyatkin // 4th IEEE Conference on Industrial Informatics (INDIN'06), August 16–18, 2006. – Singapore, 2006. – P. 874–879.
16. **Yoong, L.** H. Synchronous Execution for IEC 61499 Function Blocks / L. H. Yoong, P. Roop, V. Vyatkin, Z. Salcic // 5th IEEE Conference on Industrial Informatics (INDIN'07), July 23–26, 2007. – Vienna, Austria, 2007.

УДК 681.3.001.57

Р. А. Бикташев

АНАЛИЗ ВЕРОЯТНОСТНО-ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОДСИСТЕМЫ «ПРОЦЕССОР–ПАМЯТЬ» МНОГОПРОЦЕССОРНЫХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ СЕТЕЙ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

В статье рассматриваются способы организации многопроцессорных систем (МПС) с архитектурами разделяемой памяти типа UMA и NUMA. Предлагаются модели на основе стохастических сетей массового обслуживания для получения вероятностно-временных характеристик таких систем. Приводится алгоритм расчета стохастических сетей, используемый в разработанной визуальной программе для моделирования и исследования характеристик МПС. Представлены модели для микроанализа подсистем «процессор–память» многопроцессорных ВС. Рассмотрен конкретный пример построения моделей для получения сравнительных характеристик двух четырехпроцессорных систем с различными архитектурами памяти.

Введение

Микроанализ производят с целью получения характеристик вычислительной системы на низких уровнях проектирования, т.е. на уровне отдельных устройств или частей системы [1]. В настоящее время накоплен большой исследовательский опыт по аналитическому и имитационному моделированию однопроцессорных и многопроцессорных вычислительных систем. Большинство работ направлено на анализ аппаратных конфликтов, возникающих в общих ресурсах, таких как общая шина, общие блоки памяти. Хотя такого рода конфликты являются значительным фактором для снижения эффективной производительности многопроцессорных систем, но в большинстве случаев они рассматриваются только в виде моделей самостоятельных блоков или устройств, а не во всем комплексе задействованных аппаратных средств, участвующих в моделируемом процессе, что снижает точность моделей. В отдельных работах рассматриваются подробные модели однопроцессорных систем на уровне команд, генерируемых процессором в память, с учетом влияния буферной (кэш) памяти [2]. Однако практически отсутствуют модели многопроцессорных систем, в которых учитывалось бы комплексное влияние на пропускную способность подсистемы «процессор–память» межпроцессорной шины, кэш-памяти и основной памяти.

Известно, что межпроцессорная шина менее производительная, чем локальная. Кроме того, при доступе к шине множества процессоров, необходимо производить процедуру арбитража. Эти обстоятельства снижают реальную пропускную способность межпроцессорной шины и вносят дополнительные задержки в вычислительные процессы.

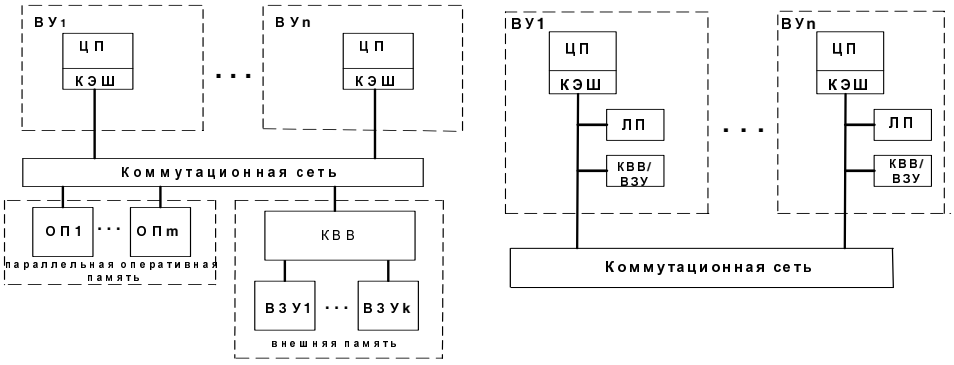
Кэш, кроме очевидных преимуществ по повышению пропускной способности памяти и разгрузке межпроцессорной шины, создает также условия для снижения эффективной производительности процессоров. Это объясняется необходимостью обеспечения согласованного состояния разделяемых данных в памяти многопроцессорных систем (кэш-когерентности). Кэш-когерентность создает дополнительный трафик на межпроцессорной шине

[3], что приводит к задержкам в реализации вычислительных процессов и, следовательно, к снижению эффективной производительности. Величина трафика зависит от конкретной реализации кэш-памяти: от способа внутренней организации и, особенно, от количества уровней в архитектуре процессорного узла и объема на каждом уровне.

На разработку более точных аналитических моделей многопроцессорных систем, основанных на аппарате стохастических сетей массового обслуживания, учитывающих перечисленные выше факторы, а также методику их построения, и направлена данная работа.

1. Типы анализируемых структур

Существует множество структурных решений многопроцессорных систем, зависящих от способов реализации общей памяти и коммутационной сети. Во-первых, это системы с сосредоточенной (UMA) и распределенной (NUMA) архитектурами памяти. В первом типе структуры вся память размещается вне процессорных узлов, т.е. является удаленной (рис. 1,а). В процессорный же узел включается только кэш одного или нескольких уровней. Время доступа каждого процессора к любой ячейке общей памяти является одинаковым. Во втором типе структуры процессорный узел содержит не только кэш, но и подключенную к локальной шине часть основной памяти (рис. 1,б). Адресное пространство и в первом, и во втором типах архитектуры является единым и делится между процессорными узлами.



а) б)

Рис. 1 МПС с архитектурами памяти типа UMA (а) и NUMA (б)

Другим классификационным признаком является способ организации межпроцессорной связи, которая осуществляется с помощью коммутационных сетей, подразделяющихся на два типа: с временной коммутацией (общая шина) и с пространственной коммутацией (системы с множеством шин, многоступенчатые или перекрестные коммутаторы) [4, 5].

Разработчиков специализированных МПС в первую очередь интересуют количественные характеристики различных способов построения таких систем.

Эти характеристики получают, исходя из заданных значений структурных параметров, в качестве которых при микроанализе выступают: быстро-

действие отдельного процессора $V_{ср}$; пропускная способность кэш-памяти V_K или время обращения к кэш t_K; пропускная способность основной памяти V_M или время обращения к памяти t_M; пропускная способность коммутационной сети V_B или время передачи слова данных t_W; вероятность появления кэш-промахов p_m; вероятность появления события, связанного с поддержанием кэш-когерентности, p_k; n – число процессоров; число модулей памяти – m; число устройств ВЗУ – k.

2. Представление МПС математической моделью на основе стохастических сетей массового обслуживания

Стохастические сети вполне адекватно отображают процессы функционирования многопроцессорных систем и дают приемлемые результаты для оценки их вероятностно-временных характеристик.

Рассмотрим разомкнутую стохастическую сеть массового обслуживания, содержащую n систем обслуживания (СМО) S_1, S_2, ..., S_n. Будем считать, что заявки на обслуживание поступают в сеть из единственного источника S_0. Поглощение обслуженных заявок происходит также в СМО S_0 (рис. 2). Заявки из источника с вероятностью P_{0i} могут поступать в любую из СМО. Внутри сети заявки перемещаются случайным образом и могут покинуть ее из любой СМО с вероятностью P_{i0}.

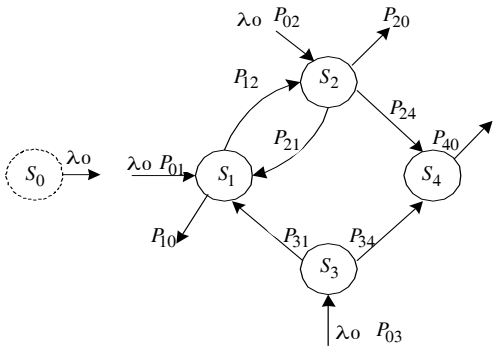


Рис. 2 Пример разомкнутой сети с одним источником заявок

Такая постановка не противоречит положениям теории стохастических сетей массового обслуживания [6] и вызвана тем, что в вычислительных системах существует единственный вход, куда поступают задания на выполнение программ: процессор или процессорный блок. В качестве источника заявок могут выступать задания, поступающие от периферийных устройств (терминалов, контроллеров, различного рода датчиков и других источников) или от компьютеров в системах с распределенной обработкой и др.

Стохастическая сеть задается следующими параметрами [7]: числом n СМО в сети (S_0, S_1, …, S_n), где S_0 – фиктивная СМО, моделирующая источник заявок с интенсивностью их обслуживания λ_0; числом каналов k_i в каждой СМО сети (k_1, k_2, ..., k_n); интенсивностью потока заявок λ_0 источника S_0;

интенсивностью потока на входе i-й СМО λ_i; средним временем обслуживания заявок в каждой СМО сети (v_1, v_2, ..., v_n); матрицей вероятности передач $P = [p_{ij}]$, где p_{ij} – вероятность того, что заявка, покидающая СМО Si, поступит на обслуживание в СМО S_j. При заданных параметрах определяются характеристики стохастической сети: интенсивность входящего в каждую СМО сети потока λ_j; средняя длина очереди заявок в i-й СМО l_i и во всей сети L; среднее число заявок, пребывающих в i-й СМО m_i и во всей сети M; среднее время ожидания обслуживания заявки i-й СМО ω_i и во всей сети W; среднее время пребывания заявки в i-й СМО u_i и во всей сети U.

3. Алгоритм расчета характеристик

Для автоматизации исследований разработана визуальная программа расчета характеристик разомкнутых стохастических сетей, представляющих модели многопроцессорных систем [8]. Алгоритмы расчетов базируются на теории стохастических сетей массового обслуживания, которая изложена в [6, 7].

Последовательность расчета характеристик разомкнутых стохастических сетей следующая:

1. Определяются интенсивность потоков на входе каждой отдельной СМО стохастической сети с помощью системы уравнений:

$$\lambda_i = \sum_{j=0}^{n} \lambda_j p_{ji}, \text{ где } i = \overline{0,n},$$

где $p_{00} = 0$.

2. Определяется загрузка как $\rho_i = \dfrac{\lambda_i v_i}{k_i} = \dfrac{\beta_i}{k_i} \langle 1$, где k_i – число каналов в i-й СМО; а $\beta_i = \lambda_i v_i$ – среднее число занятых каналов.

3. Определяются средние значения характеристик отдельных СМО сети:

– длина очереди:

$$l_i = \frac{\beta_i^{k_i+1}}{k_i!\, k_i \left(1 - \beta_i / k_i\right)^2} p_{0i},$$

где p_{0i} – вероятность отсутствия заявок в i-й СМО, которая вычисляется по формуле

$$p_{0i} = \left[\sum_{a_i=0}^{k_i-1} \frac{\beta_i^{a_i}}{a_i!} + \frac{\beta_i^{k_i}}{k_i! \left(1 - \beta_i / k_i\right)} \right]^{-1};$$

– число заявок, пребывающих в СМО:

$$m_i = l_i + \beta_i = \frac{\beta_i^{k_i+1}}{k_i!\, k_i \left(1 - \beta_i / k_i\right)^2} p_{0i} + \beta_i;$$

– среднее время ожидания заявки в очереди:

$$\omega_i = \frac{l_i}{\lambda_I} = \frac{v_i \cdot \beta_i^{k_i}}{k_i!k_i\left(1-\beta_i/k_i\right)^2} p_{0i} \cdot$$

Среднее время пребывания заявки в системе:

$$u_i = \omega_i + v_i = \frac{v_i \cdot \beta_i^{k_i}}{k_i!k_i\left(1-\beta_i/k_i\right)^2} p_{0i} + v_i \cdot$$

4. Определяются средние значения характеристик сети в целом:

– число заявок, ожидающих обслуживания в сети (число заявок в очередях сети):

$$L = \sum_{i=1}^{n} l_i \ ;$$

– число заявок, пребывающих в сети (число заявок в очередях сети и на обслуживании):

$$M = \sum_{i=1}^{n} m_i \ ;$$

– время ожидания заявки в очередях сети:

$$W = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \omega_i \ ,$$

и время пребывания заявки в сети:

$$U = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i u_i \ ,$$

где $\alpha_i = \lambda_i / \lambda_0$ – коэффициент передачи в i-ю СМО.

4. Концептуальная модель подсистемы «процессор–память»

Модель взаимодействия аппаратных ресурсов при выполнении запросов процессоров в память показана на рисунке 3.

Часть этих запросов обслуживается в кэш; в случае кэш-промаха запрос по коммутационной сети передается в память. Существует два вида запросов: на чтение и на запись. Каждый из них имеет свои особенности, заключающиеся в том, что частота запросов чтения превышает в 4–6 раз частоту запросов записи. Причем время обслуживания запросов чтения основной памятью больше времени обслуживания запросов записи. Однако большинство запросов чтения удовлетворяется в кэш (90–99%); запросы записи либо вовсе не удовлетворяются (если используется алгоритм сквозной записи), либо удовлетворяются частично (если применен алгоритм обратной записи). Кроме того, транзакция записи вызывает изменение строк кэш, что приводит к не-

обходимости выполнения процедуры согласования разделяемых данных (кэш-когерентности) в процессорных узлах и в основной памяти.

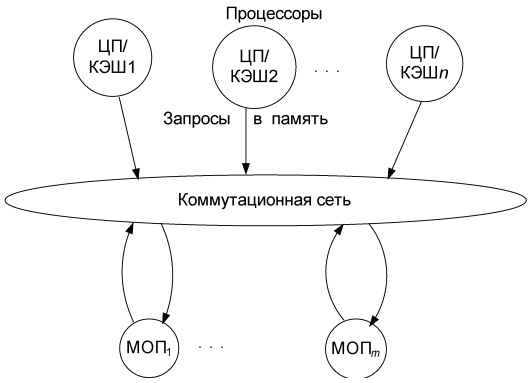


Рис. 3 Модель взаимодействия аппаратных ресурсов МПС при выполнении запросов процессоров в память

Вначале рассмотрим модель взаимодействия аппаратных ресурсов при выполнении транзакции чтения в многопроцессорной системе с коммутационной сетью на основе общей шины, функционирующей в режиме расщепления транзакций [5]. Выполнение транзакции проходит две фазы обслуживания: сначала общей шиной, затем одним из модулей памяти. Перед началом выполнения транзакции процессор запрашивает доступ к шине. Если шина свободна, процессор выставляет на нее адрес слова, после чего освобождает шину. Контроллер памяти самостоятельно читает слово (пакет) данных и передает его запрашивающему процессору. Таким образом, транзакция чтения расщепляется на две операции: 1) выдачу процессором адреса слова в память; 2) передачу памятью слова (пакета длиной в строку кэш) данных в процессор. Пропускная способность шины при этом повышается, поскольку она освобождается на время физического процесса чтения слова (пакета) данных из памяти. Это время может быть использовано другим процессором на выполнение своих запросов. Однако шина обслуживает каждую транзакцию чтения дважды, что вносит дополнительные задержки в выполняемые операции.

Запрос на запись, так же как и запрос на чтение, проходит две фазы обслуживания: шиной и модулем памяти. При выполнении транзакции записи запрашивается доступ к шине и, если она свободна, то процессор выставляет на нее адрес и слово данных, после чего освобождает шину. Эта информация запоминается контролером памяти, который самостоятельно осуществляет процесс физической записи в заданную ячейку.

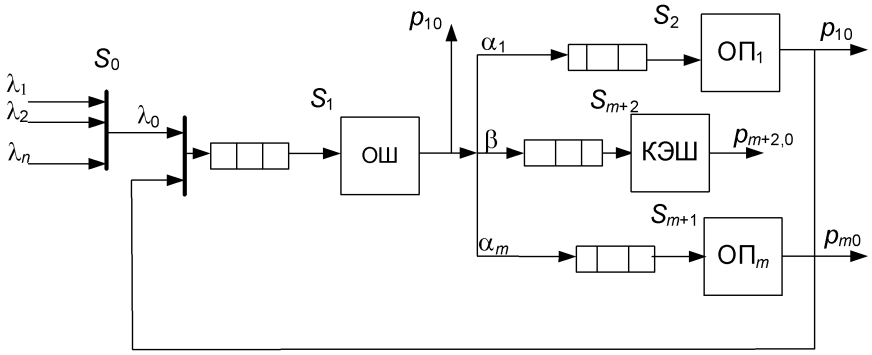
При занятой шине процессор переходит в режим ожидания до ее освобождения. Если занят запрашиваемый модуль памяти, то запрос становится в очередь (очередь реализуется аппаратурой контроллера памяти). Чем больше процессоров содержит МПС, тем больше очереди к шине и к модулям памяти, следовательно, выше потери производительности из-за конфликтов при доступе к шине.

Будем считать, что пропускная способность общей шины зависит от ширины шины b, которая определяется величиной, обратной числу циклов шины, необходимых для передачи одного слова (байта) данных. При $b = 1$ число линий в шине равно числу разрядов в информационной части переда-

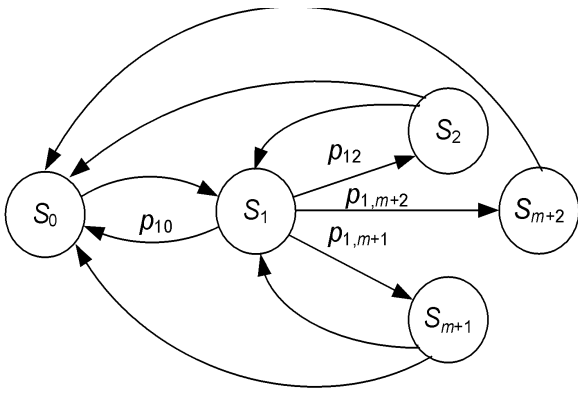
ваемого сообщения. Пропускная способность общей памяти зависит от способа выдачи данных (в пакетном режиме или одиночными словами) и от числа параллельно работающих модулей.

5. Аналитические модели подсистемы «процессор–память»

Структура модели МПС с архитектурой UMA и ее граф передач показаны на рисунке 4. Источником заявок являются процессоры, генерирующие потоки транзакций чтения, записи в память и потоки для обеспечения кэш-когерентности. В качестве обслуживающих приборов выступают общая шина, общая память и кэш. Поток заявок α_i моделируют транзакции обращения i-го процессора к глобальной (удаленной) памяти; β_i – транзакции, обеспечивающие кэш-когерентность. Процесс выполнения заявок из потока α_i проходит две фазы обслуживания транзакций записи: общей шиной S_i и одним из модулей памяти S_j ($j = 2, \ldots, m + 1$). Для транзакций чтения три фазы обслуживания: общей шиной, общей памятью и снова общей шиной. Заявки из потока $\beta = \sum_{i=1}^{n} \beta_i$ проходят две фазы обслуживания – общей шиной и кэш. Все входящие в СМО потоки считаются простейшими, а времена обслуживания распределенными по экспоненциальному закону.



а)



б)

Рис. 4 Структура модели МПС с архитектурой памяти UMA (а) и граф передач стохастической сети (б)

Интенсивность потока заявок на входе сети определяется суммарным потоком заявок процессоров $\gamma_i = \alpha_i + \beta_i$. Заявка, поступившая в СМО S_i и заставшая ее занятой, становится в очередь, которая считается неограниченной (что в значительной степени соответствует многозадачному режиму работы каждого вычислительного узла), причем $\lambda_0 = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i$. Заявка, обслуженная в СМО S_i, с вероятностью p_{ij} поступает на обслуживание в одну из СМО S_j (j = 2, …, m + 1). Получив полное обслуживание, заявка покидает сеть с вероятностью p_{i0}.

Структура модели МПС с архитектурой NUMA и ее граф состояний показаны на рисунке 5.

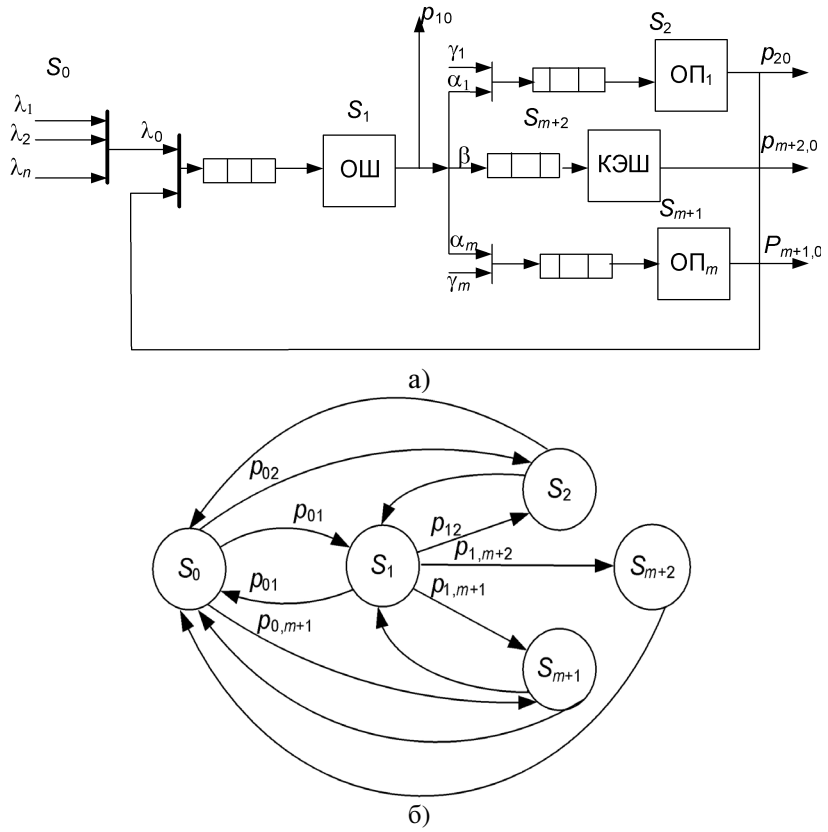


Рис. 5 Структура модели МПС с архитектурой памяти NUMA (а) и граф передач стохастической сети (б)

В модели действуют следующие потоки: γ_i – поток заявок, генерируемый i-м процессором. Суммарный поток, формируемый источником заявок (СМО S_0), составляет $\lambda_0 = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i$ (i = 1, …, n). Заявки из потока $\gamma_j = p_{0j}\gamma_0$ (j = 1, …, m) проходят одну фазу обслуживания – модулем памяти S_j. Заявки

из потока $\alpha_j = p_{1j}\gamma_0$ (j = 1, .., m) и $\beta = \sum_{i=1}^{n}\beta_i$ получают такое же обслуживание, как и в предыдущей модели.

Предложенные модели были применены для получения сравнительных характеристик четырехпроцессорных систем с общей шиной (ОШ) и архитектурами памяти типа UMA и NUMA. Моделирование производилось с помощью программы расчета стохастических сетей массового обслуживания [9]. Исходные данные были получены для архитектур, в которых использовались процессоры Pentium 4 с тактовой частотой 2000 МГц, модули памяти DDR PC-3200 400 Мгц DDR (время такта – 5 нс) и шина QDR 800 МГц (QDR, время такта – 5 нс, цикл шины – 2,5 нс).

Время обращения к памяти рассчитывалась на основе ее таймингов и статистических данных о шансах возникновения разных режимов доступа. Это время составило 37,5 нс. В примере анализируется, как влияет частота запросов в общую память на ее реальную пропускную способность с учетом того, что часть запросов удовлетворяется в кэш вычислительного узла. Очевидно, что частота запросов в память зависит от архитектуры процессора, включенного в состав мультипроцессора, его тактовой частоты, числа процессоров в системе, объема и кэш-памяти процессорного узла, а также эффективности алгоритма поддержания кэш-когерентности.

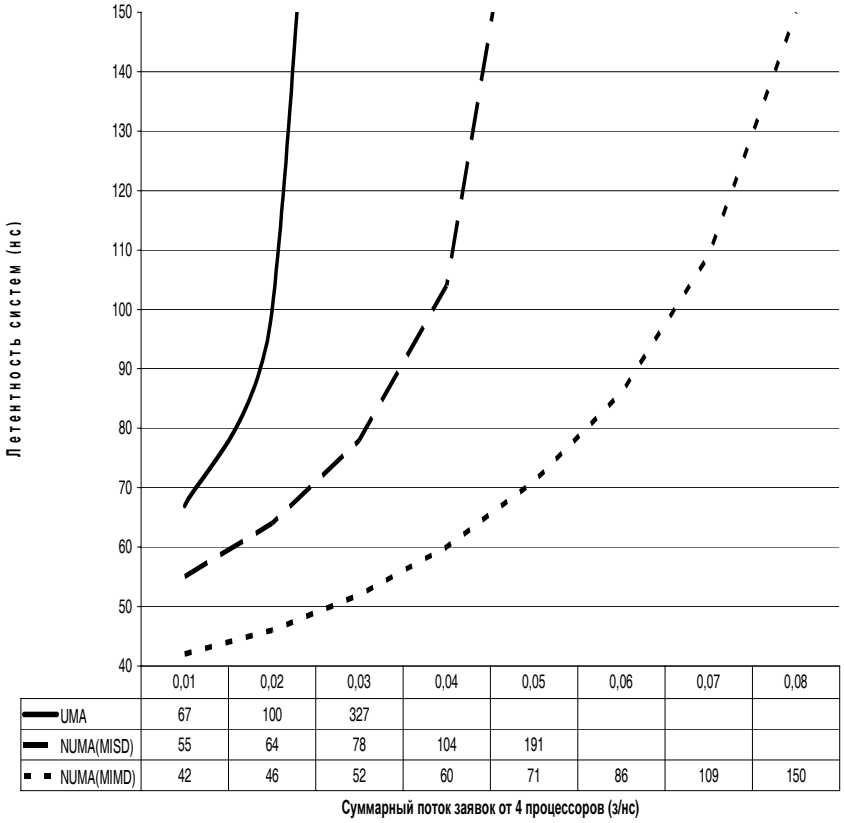
За исходную была принята четырехпроцессорная архитектура мультипроцессора, в процессорных узлах которой на всех уровнях содержится 512 Кб кэш. В соответствии со статистикой в кэш объемом 512 Кб попадает 99% запросов, поэтому суммарный поток заявок в память от процессора частотой 2 ГГц принят равным 0,02 запроса/нс. Считается, что запрос памяти происходит в каждом процессорном такте. Поток запросов на обеспечение кэш-когерентности составил 5–10% от всех запросов в память.

При моделировании были проанализированы два варианта работы мультипроцессорной системы с архитектурой NUMA:

1) каждый процессор исполняет собственную ветвь программы, которая в основном помещается в локальной памяти; вероятность обращения к удаленной памяти мала (структура задачи MISD) и находится в диапазоне от 0,001 до 0,01;

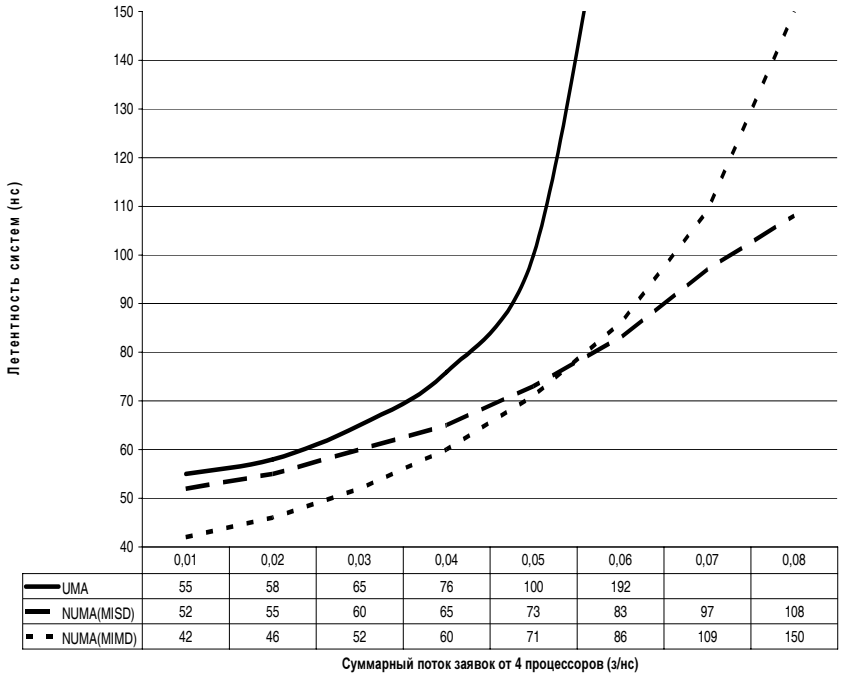
2) все процессоры исполняют ветви программы, данные для которых равномерно распределены по всей памяти, вероятность обращения к модулям памяти велика (структура задачи MIMD) и находится в диапазоне от 0,1 до 0,5;

Для системы с организацией UMA оба варианта равнозначны, т.к. в такой системе отсутствуют понятия локальной и удаленной памяти. Для оценки архитектуры была использована латентность подсистемы памяти, измеряемая в наносекундах. В результате моделирования были получены значения, представленные на рисунке 6,а. Во всех трех вариантах узким местом являлась общая шина. Проведены повторные расчеты с использованием расширенной общей шины (рис. 6,б). Из него видно, как сильно уменьшилось время реакции системы при 2-кратном расширении общей шины (b = 2). По результатам расчетов можно сделать выводы и предложить вполне конкретные решения по увеличению производительности МПС.



	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08
UMA	67	100	327					
NUMA(MISD)	55	64	78	104	191			
NUMA(MIMD)	42	46	52	60	71	86	109	150

а)



	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08
UMA	55	58	65	76	100	192		
NUMA(MISD)	52	55	60	65	73	83	97	108
NUMA(MIMD)	42	46	52	60	71	86	109	150

б)

Рис. 6 Зависимость латентности подсистемы памяти от частоты потока запросов в память: а) одноканальная общая шина; б) двухканальная общая шина

Заключение

1. В результате проведенных исследований были предложены аналитические модели для микроанализа подсистемы «процессор–память» многопроцессорных систем, основанные на стохастических сетях массового обслуживания, которые, в отличие от существующих, позволяют учесть влияние кэш-памяти на вероятностно-временные характеристики.

2. На основании предложенных моделей разработаны и исследованы стохастические сетевые модели для получения сравнительных характеристик четырехпроцессорных систем с архитектурами памяти UMA и NUMA по критерию латентности памяти.

Список литературы

1. **Байцер, Б.** Микроанализ производительности вычислительных систем / Б. Байцер. – М. : Радио и связь, 1983. – 360 с.
2. **Артамонов, Г. Т.** Аналитические вероятностные модели функционирования ЭВМ / Г. Т. Артамонов, О. М. Брехов. – М. : Энергия, 1978. – 386 с.
3. **Таненбаум, Э.** Современные операционные системы / Э. Таненбаум. – СПб. : Питер, 2004. – 1040 с.
4. **Бикташев, Р. А.** Многопроцессорные системы. Архитектура, топология, анализ производительности : учебное пособие / Р. А. Бикташев, В. С. Князьков. – Пенза : Пенз. гос. ун-т, 2004. – 107 с.
5. **Хамахер, К.** Организация ЭВМ / К. Хамахер, З. Вранешич, С. Заки. – 5-е изд. – СПб. : Питер BHV, 2003. – 848 с.
6. **Клейнрок, Л.** Теория массового обслуживания / Л. Клейнрок. – М. : Машиностроение, 1979. – 432 с.
7. Основы теории вычислительных систем / под ред. С. А. Майорова. – М. : Высшая школа, 1978. – 408 с.
8. **Бикташев, Р. А.** Визуальная система аналитического моделирования стохастических сетей / Р. А. Бикташев, И. О. Кошкин, И. А. Тюрин // Новые информационные технологии и системы : труды Международной НТК. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2005. – 2 ч.
9. **Бикташев, Р. А.** Разработка метода анализа архитектур вычислительных систем с использованием моделирования / Р. А. Бикташев, В. А. Кичкидов, Э. Ю. Алиев, С. В. Резуев // Модернизация системы управления качеством образовательного процесса в высшей школе. – Пенза : Изд-во Пенз. гос. технол. акад., 2007. – С. 102–110.

УДК 681.32.512

Б. А. Савельев, Г. В. Бобрышева

ВЫЧИСЛЕНИЯ В КОНЕЧНЫХ ПОЛЯХ МАЛОЙ РАЗМЕРНОСТИ

В статье предложен алгоритм вычисления операций умножения, деления и сложения для конечных полей Галуа. Алгоритм позволяет упростить вычисления для полей небольшой размерности за счет исключения операции логарифмирования.

Введение

Процессы вычислений для систем помехоустойчивой и криптографической защиты информации осуществляются в конечных полях $GF(p^m)$, где m – степень расширения поля; p – характеристика поля. При этом элементы поля могут быть представлены в полиномиальном или нормальном базисах.

Вычислительные устройства (ВУ) элементов в полиномиальном базисе имеют меньшую сложность [1–3], однако ВУ элементов нормального базиса имеют более регулярную структуру [3–5]. Процессы оптимизации вычислений продолжают быть актуальными в современной теории помехоустойчивой и криптографической защиты информации. Один из методов упрощения вычислений для полей $GF(2^m)$ анализируется ниже.

Алгоритм вычислений в конечных полях

Перемножаемые элементы в нормальном базисе можно представить в виде полиномов от фиктивной переменной x:

$$A(x) = \sum_{i=0}^{m-1} a_i \cdot x^{2^i}, \; B(x) = \sum_{j=0}^{m-1} b_j \cdot x^{2^j}, \tag{1}$$

а элементы в полиномиальном базисе:

$$A(x) = \sum_{i=0}^{m-1} a_i \cdot x^{i}, \; B(x) = \sum_{j=0}^{m-1} b_j \cdot x^{j}. \tag{2}$$

Здесь $a_i, b_i \in \{0, 1, ..., p-1\}$.

Нормальный базис можно записать в виде

$$\left\{\alpha^{2^0}, \alpha^{2^1}, ..., \alpha^{2^{m-1}}\right\},$$

соответственно, полиномиальный базис:

$$\left\{\alpha^0, \alpha^1, ..., \alpha^{m-1}\right\},$$

где α – примитивный элемент поля $GF(2^m)$.

Набор базисных элементов позволяет получить все элементы конечного поля в соответствующем базисе. Кроме того, базис позволяет перейти от одного представления элементов поля к другому. Например, чтобы перейти к

элементам нормального базиса от полиномиального, можно использовать выражение

$$\varphi_{н} = \varphi \cdot T_{н}, \tag{3}$$

где $\varphi_{н}$ – элементы нормального базиса; $T_{н}$ – базисный набор элементов нормального базиса; φ – элементы полиномиального базиса.

В теории компьютерных сетей важное значение имеют параметры сложности и быстродействия основных математических операций [2, 3, 5]. В полях с малой размерностью поля (m = 8, 16) широкое распространение получили табличные методы расчетов на основе постоянных запоминающих устройств [6–8].

Так, в работе [6] операции умножения и деления элементов полей α^i и α^j заменяются более простыми операциями сложения и вычитания показателей i и j. Для указанных целей используют операции логарифмирования и антилогарифмирования. Так, если элементы

$$A = \alpha^i \text{ и } B = \alpha^j,$$

то

$$\log_{\alpha} A \cdot B = i \cdot \log\alpha + j \cdot \log\alpha = (i + j) \bmod (2^m - 1), \tag{4}$$

и операция деления

$$A/B = \alpha^i/\alpha^j = \alpha^{i-j} \text{ и}$$

$$\log_{\alpha} A/B = i \cdot \log\alpha - j \cdot \log\alpha = (i - j) \bmod (2^m - 1). \tag{5}$$

Для реализации вычислений в полях $GF(2^m)$ в [7] используют блоки памяти логарифмов и антилогарифмов и модульный корректор по модулю $2^m - 1$.

Блок антилогарифмов вычисляет

$$a\log_{\alpha} (\log_{\alpha} A \cdot B) = \alpha^{i+j} \text{ или}$$

$$a\log_{\alpha} (\log_{\alpha} A/B) = \alpha^{i-j} \tag{6}$$

и возвращает результаты вычислений в элементы соответствующего поля $GF(2^m)$.

В авторском свидетельстве [7] дополнительно в устройство вычисления добавлена операция сложения по модулю 2, расширяющая функциональные возможности по вычислениям. Чтобы упростить вычислительное устройство и одновременно расширить функциональные возможности, предлагается исключить операцию логарифмирования (т.е. таблицу соответствия элементов конечного поля и показателей степеней примитивного элемента поля.

Обычно в вычислительных средствах информация представляется в коде ASCII (двоично-десятичном коде). Поэтому, чтобы исключить часть преобразований и эффективно применить существующие интегральные схемы, целесообразно проводить вычисления в десятичной арифметике. Поскольку имеется однозначное соответствие между элементом конечного поля α^i и его показателями, то умножение элементов α^i и α^j целесообразно проводить по

формулам (4), (5) в двоично-десятичном коде как сложение и вычитание показателей i и j.

Для сложения элементов поля $GF(2^m)$ используется функция Зеха [9], по которой сумма

$$\alpha^i \oplus \alpha^j = \alpha^i (1 \oplus \alpha^{j-i}) = \alpha^i \cdot \alpha^{Z(j-i)}, \qquad (7)$$

где $Z(j-i) = \mathrm{Log}\,(1 \oplus \alpha^{j-i})$ – логарифм Зеха,

$$\alpha^{Z(j-i)} = (1 \oplus \alpha^{j-i}) \text{ – функция Зеха.} \qquad (8)$$

Для иллюстрации приведенных выше теоретических сведений приведем примеры выполнения операций умножения, деления и сложения по модулю 2. Предположим, элементы поля $GF(2^8)$ представлены в нормальном базисе и сгенерированы с помощью порождающего полинома $g(x) = X^8 + X^7 + X^6 + X + 1$ (таблица 1). В таблице 1 элементы поля представлены в порядке возрастания степеней примитивного элемента α, т.е.

$$\gamma = \alpha^{2^0} + \alpha^{2^1} + \ldots + \alpha^{2^7}.$$

Таблица 1

Элементы нормального базиса поля $GF(2^8), g(x) = x^8 + x^7 + x^6 + x + 1$

0 – 1 1 1 1 1 1 1 1	86 – 1 0 1 0 1 1 0 0	171 – 0 0 1 0 1 1 0 0
1 – 1 0 0 0 0 0 0 0	87 – 0 0 0 1 0 1 1 0	172 – 0 1 0 1 0 1 1 0
2 – 0 1 0 0 0 0 0 0	88 – 0 0 0 0 1 1 1 0	173 – 0 0 0 1 1 0 0 1
3 – 0 0 0 1 0 1 1 1	89 – 0 0 1 0 1 0 1 1	174 – 0 0 0 0 1 0 1 1
4 – 0 0 1 0 0 0 0 0	90 – 0 1 0 0 0 0 1 0	175 – 1 0 1 0 0 1 0 0
5 – 1 1 1 0 0 1 1 0	91 – 1 0 0 0 1 1 0 0	176 – 0 0 0 0 0 1 1 1
6 – 1 0 0 0 1 0 0 1	92 – 1 1 1 1 0 0 0 0	178 – 1 0 0 1 0 1 0 1
7 – 1 1 1 0 0 1 0 0	93 – 1 0 0 0 0 1 0 1	177 – 0 0 0 1 0 1 0 0
8 – 0 0 0 1 0 0 0 0	94 – 1 1 0 0 1 1 1 1	179 – 1 1 1 1 1 0 1 1
9 – 0 0 1 1 0 1 0 0	95 – 0 1 0 1 0 0 1 0	180 – 0 0 1 0 0 0 0 1
10 – 0 1 1 1 0 0 1 1	96 – 1 0 1 1 1 0 0 0	181 – 1 1 0 0 1 0 0 0
11 – 0 1 1 1 0 0 0 0	97 – 1 0 0 0 0 0 1 1	182 – 0 1 0 0 0 1 1 0
12 – 1 1 0 0 0 1 0 1	98 – 1 1 1 1 0 1 0 1	183 – 0 0 1 0 1 1 0 1
13 – 1 1 0 1 1 0 0 0	99 – 0 0 0 0 1 0 1 0	184 – 0 1 1 1 1 0 0 0
14 – 0 1 1 1 0 0 1 0	100 – 1 0 0 0 1 0 1 0	186 – 1 1 0 0 0 0 1 0
15 – 0 1 0 1 1 1 1 0	101 – 1 1 0 0 1 0 1 0	185 – 1 1 0 1 0 1 0 0
16 – 0 0 0 0 1 0 0 0	102 – 1 1 0 1 1 1 0 1	187 – 1 1 0 0 1 1 0 0
17 – 0 0 0 1 0 0 0 0	103 – 1 1 1 1 1 1 0 1	188 – 1 1 1 0 0 1 1 1
18 – 0 0 0 1 1 0 1 0	104 – 0 0 0 1 1 0 1 1	189 – 1 0 1 0 0 1 0 1
19 – 1 0 1 1 1 1 1 0	105 – 1 0 0 1 0 0 0 0	190 – 0 0 1 0 1 0 0 1
20 – 1 0 1 1 1 0 0 1	106 – 0 1 1 1 0 1 0 0	191 – 1 1 0 1 1 0 0 1
21 – 1 0 1 0 1 1 0 1	107 – 0 1 1 0 0 1 0 0	192 – 0 1 0 1 1 1 0 0
22 – 0 0 1 1 1 0 0 0	108 – 0 1 0 1 0 0 0 0	193 – 1 0 0 1 0 0 1 1
23 – 1 1 0 0 0 0 1 1	109 – 0 0 1 0 0 0 1 1	194 – 1 1 0 0 0 0 0 1
24 – 1 1 1 0 0 0 1 0	110 – 0 1 0 1 0 0 1 1	195 – 0 1 1 1 1 0 0 1
25 – 0 0 1 0 1 0 1 0	111 – 1 0 0 1 0 1 1 0	196 – 1 1 1 1 1 0 1 0
26 – 0 1 1 0 1 1 0 0	112 – 0 1 0 0 1 1 1 0	197 – 0 0 0 0 1 1 1 1
27 – 0 1 0 0 0 0 0 1	113 – 0 0 1 1 1 1 0 0	198 – 0 0 0 0 0 1 0 1

Продолжение табл. 1

28 – 0 0 1 1 1 0 0 1	114 – 0 1 1 0 0 0 1 0	199 – 1 0 0 0 1 1 1 1
29 – 1 1 1 0 1 1 0 1	115 – 0 1 1 0 1 0 1 0	200 – 0 1 0 0 0 1 0 1
30 – 0 0 1 0 1 1 1 1	116 – 0 1 1 1 1 0 1 1	201 – 1 0 0 1 1 0 0 0
31 – 1 1 1 0 0 0 1 1	117 – 0 1 1 0 0 0 0 1	202 – 0 1 1 0 0 1 0 1
32 – 0 0 0 0 0 1 0 0	118 – 1 1 0 1 1 1 1 1	203 – 0 1 1 1 1 1 1 0
33 – 1 0 1 0 0 0 0 1	119 – 0 1 1 0 0 1 1 0	204 – 1 1 1 0 1 1 1 0
34 – 1 0 0 0 1 0 0 0	120 – 1 1 0 0 1 0 1 1	205 – 1 0 0 1 1 0 1 0
35 – 0 1 0 1 0 0 0 1	121 – 1 1 1 1 0 0 1 1	206 – 1 1 1 1 1 1 1 0
36 – 0 0 0 0 1 1 0 1	122 – 0 0 1 1 0 0 0 0	207 – 1 0 1 0 1 1 1 0
37 – 1 0 0 1 1 1 1 0	123 – 1 1 0 1 0 0 1 0	208 – 1 0 0 0 1 1 0 1
38 – 0 1 0 1 1 1 1 1	124 – 1 1 1 1 1 0 0 0	209 – 1 1 0 1 1 1 1 0
39 – 0 0 1 0 0 1 1 0	125 – 1 0 0 1 0 1 0 0	211 – 0 0 0 0 0 1 1 0
40 – 1 1 0 1 1 1 0 0	126 – 1 1 0 1 0 1 0 1	210 – 0 1 0 0 1 0 0 0
41 – 1 1 0 1 0 0 1 1	127 – 1 1 1 0 1 1 0 0	212 – 0 0 1 1 1 0 1 0
42 – 1 1 0 1 0 1 1 0	128 – 0 0 0 0 0 0 0 1	213 – 0 1 0 1 1 0 0 0
43 – 0 1 0 1 1 0 0 1	129 – 0 0 1 0 1 1 1 0	214 – 0 0 1 1 0 0 1 0
44 – 0 0 0 1 1 1 0 0	130 – 1 1 0 0 1 1 0 1	215 – 0 1 0 0 1 0 0 1
45 – 1 0 0 0 0 1 0 0	131 – 1 1 0 0 1 0 0 1	216 – 0 0 1 0 1 0 0 0
46 – 1 1 1 0 0 0 0 1	132 – 0 1 1 0 1 0 0 0	217 – 1 1 1 1 0 1 1 1
47 – 1 0 0 1 1 1 1 1	133 – 1 1 1 0 0 0 0 0	218 – 1 0 0 1 0 0 0 1
48 – 0 1 1 1 0 0 0 1	134 – 1 0 1 1 0 0 0 1	219 – 0 1 0 1 1 0 1 0
49 – 1 1 1 0 1 0 1 1	135 – 1 0 1 1 1 1 0 0	220 – 1 0 1 0 1 0 0 1
50 – 0 0 0 1 0 1 0 1	136 – 0 0 1 0 0 0 1 0	221 – 1 0 0 1 1 0 0 1
51 – 1 0 1 1 1 0 1 1	137 – 0 1 1 1 1 1 0 1	222 – 0 1 0 0 1 0 1 1
52 – 0 0 1 1 0 1 1 0	138 – 0 1 0 1 1 0 1 1	223 – 1 0 1 1 0 0 1 1
53 – 1 1 1 0 1 0 0 0	139 – 1 0 0 0 0 1 1 1	224 – 0 0 1 0 0 1 1 1
54 – 1 0 1 0 0 0 0 0	140 – 0 1 0 1 0 1 0 0	225 – 1 1 1 1 0 0 1 0
55 – 1 0 1 0 0 1 1 0	141 – 1 0 0 0 0 0 1 0	226 – 0 0 0 1 1 1 1 0
56 – 1 0 0 1 1 1 0 0	142 – 1 1 0 1 1 0 1 1	227 – 0 0 0 1 1 1 1 1
57 – 1 1 0 0 0 1 0 0	143 – 1 1 0 0 0 1 1 1	228 – 0 0 1 1 0 0 0 1
58 – 1 1 1 1 0 1 1 0	144 – 0 1 0 0 0 0 1 1	229 – 1 1 1 1 1 1 0 0
59 – 1 0 1 1 1 1 1 1	145 – 1 0 1 0 0 0 1 0	230 – 0 0 1 1 0 1 0 1
60 – 1 0 0 1 0 1 1 1	146 – 0 0 1 1 1 1 0 1	231 – 0 1 0 1 1 1 0 1
61 – 0 1 1 0 0 0 0 0	147 – 0 1 0 0 1 1 0 0	232 – 1 0 1 1 1 1 0 1
62 – 1 1 1 1 0 0 0 1	148 – 1 0 1 0 0 1 1 1	233 – 0 0 0 0 1 1 0 0
63 – 1 0 1 0 1 0 1 1	149 – 1 0 1 1 0 0 1 0	234 – 1 0 1 1 0 0 0 0
64 – 0 0 0 0 0 0 1 0	150 – 0 0 0 0 1 0 0 1	235 – 1 0 0 1 0 0 1 0
65 – 1 0 0 1 1 0 1 1	151 – 0 0 1 1 1 1 1 1	236 – 1 1 1 0 1 1 1 1
66 – 1 1 0 1 0 0 0 0	152 – 1 1 0 1 0 1 1 1	237 – 1 0 1 1 0 1 0 0
67 – 0 1 1 0 0 0 1 1	153 – 0 1 1 1 0 1 1 1	238 – 0 0 1 1 0 0 1 1
68 – 0 1 0 0 0 1 0 0	154 – 1 1 0 1 0 0 0 1	239 – 0 1 1 0 0 1 1 1
69 – 1 0 1 1 0 1 1 0	155 – 0 1 0 0 1 1 0 1	240 – 1 1 1 0 0 1 0 1
70 – 1 0 1 0 1 0 0 0	156 – 1 0 0 0 1 0 0 1	241 – 0 0 1 1 1 1 1 0
71 – 1 0 1 1 0 1 1 1	157 – 0 1 1 1 1 1 1 1	242 – 1 1 1 1 1 0 0 1
72 – 1 0 0 0 0 1 1 0	158 – 1 1 0 0 0 0 0 0	243 – 1 0 1 1 1 0 1 0
73 – 0 1 1 1 1 0 1 0	159 – 0 1 0 1 0 1 1 1	244 – 0 0 0 1 1 0 0 0
74 – 0 1 0 0 1 1 1 1	160 – 0 0 1 1 0 1 1 1	245 – 0 0 1 0 0 1 0 1
75 – 0 0 0 1 0 0 1 0	161 – 1 1 0 0 0 1 1 0	246 – 0 1 1 0 1 0 0 1
76 – 1 0 1 0 1 1 1 1	162 – 0 1 1 0 1 1 0 1	247 – 1 1 0 0 1 1 1 0
77 – 1 0 1 0 0 0 1 1	163 – 0 1 1 0 1 1 1 1	248 – 0 1 1 1 1 1 0 0
78 – 0 0 0 1 0 0 1 1	164 – 1 1 1 1 0 1 0 0	249 – 0 1 1 1 0 1 0 1
79 – 1 0 0 0 0 0 0 1	165 – 0 0 1 0 0 1 0 0	250 – 0 1 0 0 1 0 1 0

Окончание табл. 1

80 – 0 1 1 0 1 1 1 0	166 – 0 1 0 0 0 1 1 1	251 – 1 0 0 1 1 1 0 1

81 – 1 1 0 1 1 0 1 0 82 – 1 1 1 0 1 0 0 1 83 – 1 0 0 0 1 1 1 0 84 – 0 1 1 0 1 0 1 1 85 – 0 1 0 1 0 1 0 1	167 – 0 0 0 0 0 0 1 1 168 – 1 0 1 1 0 1 0 1 169 – 0 0 0 1 1 1 0 1 170 – 1 0 1 0 1 0 1 0	252 – 1 1 1 0 1 0 1 0 253 – 0 0 1 1 1 0 1 1 254 – 0 1 1 1 0 1 1 0 255 – 1 1 1 1 1 1 1 1

Примечание. В таблице 1 десятичные числа являются степенью α.

Структурная схема вычислительного устройства приведена на рисунке 1. На рисунке 1 схема контроля управляет процессами вычислений. По входу «Опер» задается вид операции: умножение, деление или сложение $\alpha^i \oplus \alpha^j$.

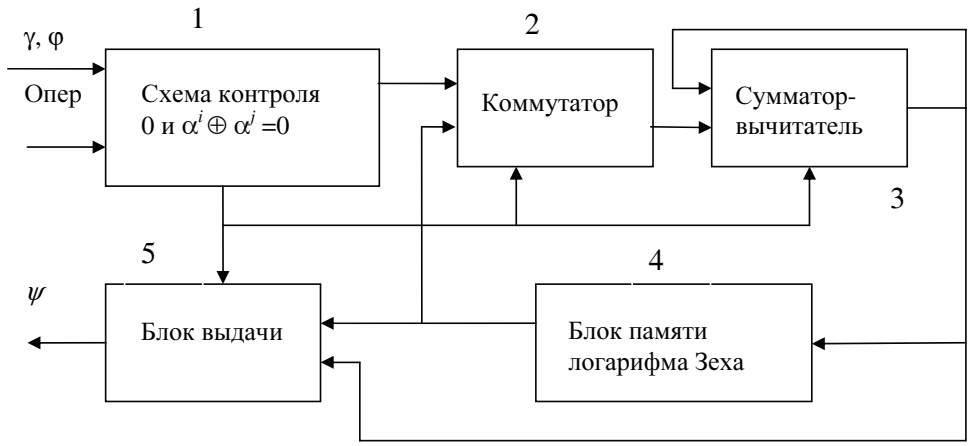


Рис. 1 Вычислительное устройство в поле Галуа

Предположим, что на вход вычислительного устройства (рис. 1) для умножения последовательно подаются элементы, представленные в коде ASCII, и они являются степенью элементов поля $GF(2^8)$ γ и φ в двоично-десятичном коде. Если один из элементов или оба равны 0, то блок 1 (схема контроля на 0) выдает на выход устройства нулевую комбинацию. В противном случае они последовательно поступают на блок 3 (сумматор-вычитатель) через коммутатор 2.

Предположим,

$$\gamma = 10001011_2 = 209_{10} \to \alpha^6;$$

$$\varphi = 11000011_2 = 195_{10} \to \alpha^{23}.$$

После сложения и приведения по модулю $2^8 - 1 = 255$ получим

$$\gamma + \varphi = \psi_c = 10001011_2 + 000011_2 = 10101001_2 = 149_{10} \to \alpha^{220}.$$

Если необходимо произвести деление γ /φ, то оно заменяется на вычитание, т.е.

$$\gamma - \varphi = \psi_в = 10001011_2 - 11000011_2 = 01110000_2 = 14_{10} \to \alpha^{11}.$$

Для поля $GF(2^8)$, элементы которого в нормальном базисе представлены в таблице 1, по формуле (8) рассчитаем элементы функции Зеха. Результаты расчетов представлены в таблице 2.

Таблица 2

Логарифм от функции Зеха для поля Галуа $GF(2^8)$

255 – 0	1 – 157	2 – 59	3 – 53
68 – 51	69 – 215	70 – 159	71 – 210
72 – 195	73 – 93	74 – 234	75 – 29
44 – 31	45 – 116	46 – 226	47 – 62
76 – 108	77 – 192	78 – 127	79 – 203
80 – 218	81 – 245	82 – 87	83 – 48
84 – 125	85 – 170	86 – 110	87 – 82
88 – 62	89 – 185	90 – 232	91 – 10
92 – 197	93 – 73	94 – 122	95 – 21
96 – 166	97 – 248	98 – 99	99 – 98
100 – 249	101 – 230	102 – 136	103 – 64
104 – 7	105 – 163	106 – 6	107 – 65
108 – 76	109 – 40	110 – 86	111 – 246
112 – 134	113 – 23	114 – 251	115 – 178
116 – 45	117 – 37	118 – 4	119 – 221
120 – 9	121 – 233	122 – 94	123 – 183
4 – 118	5 – 173	6 – 106	7 – 104
56 – 67	57 – 253	58 – 150	59 – 2
124 – 176	125 – 84	126 – 25	127 – 78
128 – 206	129 – 154	130 – 214	131 – 52
48 – 83	49 – 177	50 – 252	51 – 68
132 – 60	133 – 227	134 – 112	135 – 144
136 – 102	137 – 141	138 – 175	139 – 184
140 – 63	141 – 137	142 – 165	143 – 22
144 – 135	145 – 231	146 – 186	147 – 223
148 – 213	149 – 155	150 – 58	151 – 158
40 – 109	41 – 171	42 – 190	43 – 55
152 – 216	153 – 34	154 – 129	155 – 149
156 – 254	157 – 1	158 – 151	159 – 70
160 – 181	161 – 28	162 – 235	163 – 105
164 – 174	165 – 142	166 – 96	167 – 229
64 – 103	65 – 107	66 – 30	67 – 56
168 – 250	169 – 24	170 – 85	171 – 41
172 – 220	173 – 5	174 – 164	175 – 138
176 – 124	177 – 49	178 – 115	179 – 32
180 – 209	181 – 160	182 – 20	183 – 123
52 – 131	53 – 3	54 – 38	55 – 43
184 – 139	185 – 89	186 – 146	187 – 238
188 – 244	189 – 219	190 – 42	191 – 39
28 – 161	29 – 75	30 – 66	31 – 44
60 – 132	61 – 47	62 – 88	63 – 140
192 – 77	193 – 26	194 – 241	195 – 72
24 – 169	25 – 126	26 – 193	27 – 19
196 – 198	197 – 92	198 – 196	199 – 11

Окончание табл. 2

200 – 243	201 – 239	202 – 205	203 – 79
20 – 182	21 – 95	22 – 143	23 – 113
204 – 17	205 – 202	206 – 128	207 – 35
208 – 14	209 – 180	210 – 71	211 – 242
32 – 179	33 – 15	34 – 153	35 – 207
212 – 12	213 – 148	214 – 130	215 – 69
216 – 152	217 – 16	218 – 80	219 – 189
220 – 172	221 – 119	222 – 237	223 – 147
12 – 212	13 – 224	14 – 208	15 – 33
224 – 13	225 – 36	226 – 46	227 – 133
228 – 247	229 – 167	230 – 101	231 – 145
232 – 90	233 – 121	234 – 74	235 – 162
16 – 217	17 – 204	18 – 240	19 – 27
236 – 8	237 – 222	238 – 187	239 – 201
240 – 18	241 – 194	242 – 211	243 – 200
8 – 236	9 – 120	10 – 91	11 – 199
244 – 188	245 – 81	246 – 111	247 – 228
248 – 97	249 – 100	250 – 168	251 – 114
252 – 50	253 – 57	254 – 156	255 – 0
36 – 225	37 – 117	38 – 54	39 – 191

Примечание. В таблице 2 слева приведены показатели степени поля Галуа, а справа – показатели степени $Z(j - i)$ функции Зеха.

Теперь с помощью полученной таблицы 2 произведем сложение по модулю 2 элементов поля Галуа:

$$\alpha^{\gamma} = \alpha^{i} \oplus \alpha^{j}.$$

Возьмем, например, $\alpha^{i} = \alpha^{235} = 10010010_2$, $\alpha^{j} = \alpha^{10} = 01110011_2$;

$$\alpha^{\gamma} = 10010010_2 \oplus 01110011_2 = 11100001_2 = \alpha^{46};$$

$$\alpha^{j-i} = \alpha^{10-235} = \alpha^{-225} = \alpha^{30} = 00101111_2,$$

$$\alpha^{Z(j-i)} = 1 \oplus \alpha^{30} = 11010000_2 = \alpha^{66},$$

т.е. $\alpha^{\gamma} = \alpha^{235} \cdot \alpha^{66} = \alpha^{46}$.

Приведенное на рисунке 1 вычислительное устройство позволяет осуществлять операции умножения, деления и сложения по модулю 2.

При выполнении операций умножения элементов поля Галуа $A = \alpha^{i}$ и $B = \alpha^{j}$ показатели i и j в двоично-десятичной форме последовательно подаются на схему 1 контроля 0, и если одна из степеней i, j или обе равны 0, то на выход блока выдачи 5 поступает последовательность, состоящая из одних 0. Если $i \neq 0$ и $j \neq 0$, то они проходят через коммутатор 2 на сумматор-вычитатель 3, где осуществляется сложение $i + j$ по модулю $2^{m} - 1$. Приведение по модулю производится путем обратной связи с выхода сумматора-вычитателя 3 на его вход. Сигнал обратной связи устанавливает его в 1. Результат сложения поступает на выход устройства через блок выдачи 5.

Вычитание показателей $i - j$ при делении α^i на α^j происходит аналогично сложению. При этом сумматор-вычитатель работает на вычитание по модулю $2^m - 1$. В качестве этого блока используется универсальное устройство на основе выпускаемой промышленностью микросхемы, работающей на сложение и вычитание.

Как отмечено выше, сложение по модулю 2 осуществляется на основе функции Зеха по формулам (7), (8) с помощью таблицы 2. Вначале вычисляется разность показателей i в двоично-десятичном коде в сумматоре-вычитателе 3. Предварительно по формуле (8) составляется таблица соответствия функции $Z(j - i)$ показателям элементов поля $GF(2^8)$, представленным в таблице 1. Таблица значений функции $Z(j - i)$ записывается в постоянное ЗУ блока памяти логарифма Зеха 4. При подаче с выхода сумматора-вычитателя 3 на адресный вход блока 4 разности $(i - j)$ на выходе блока 4 будет получено значение показателя $Z(j - i)$. Это значение подается на вход сумматора-вычитателя 3 для сложения с показателем j. Полученная на выходе блока 3 сумма $Z(j - i) + j$ выдается через блок выдачи 5 на выход вычислительного устройства.

В случае сложения по модулю 2 двух одинаковых элементов поля $\alpha^i \oplus \alpha^i = 0$. Это состояние контролируется схемой 5 контроля 0 и $\alpha^i \oplus \alpha^i = 0$, которая при сложении по модулю 2 осуществляет поразрядное сравнение i с j и при их равенстве на выход блока 5 выдается нулевая последовательность.

При операции деления $\alpha^i / \alpha^i = \alpha^0$ показатель 0 с выхода сумматора-вычитателя поступает на блок памяти логарифма Зеха 4, с выхода которого схема контроля через блок 5 выдает элемент поля 11111111.

Заключение

Таким образом, предложенный алгоритм вычислений в конечных полях Галуа $GF(2^m)$ позволяет обойтись без логарифмирования, что уменьшает объем вычислительных операций. Его целесообразно применять при небольшой степени расширения поля $GF(2)$ ($m = 8\ldots16$).

Список литературы

1. **Wang, C. C.** VLSI architecturer for computing Multiplications and inverses in $GF(2^m)$ / C. C. Wang, T. K. Truong, H. M. Shao [et al.] // IEEE Trans. – 1985. – С. 17–34.
2. **Савельев, Б. А.** Повышение быстродействия коррекции искажений в системах хранения информации / Б. А. Савельев // Качество информации : тез. докл. III Всерос. научн. техн. конф. – М. : МИИТ, 1992. – С. 64.
3. **Mastrovito Edoardo D.** VLSI Architectures for Computations in Galois Fields / Mastrovito Edoardo D. // Linkoping Sweden. – 1991. – С. 15–25.
4. **Савельев, Б. А.** Теоретические основы вычислений в полиномиальном базисе / Б. А. Савельев // Вычислительные системы и информационные технологии : межвуз. сб. науч. тр. – Вып. 3 (29) / под ред. В. И. Волчихина. – Пенза : Изд-во Пенз. гос. ун-та., 2005. – С.18–28.
5. А. с. 1.635.193 СССР, МКИ4, GO6F 15/31. Вычислительное устройство в поле Галуа GF(2n) / Б. А. Савельев, В. А. Зиновьев, А. В. Толов, А. М. Дудкин, Б. А. Мигунов. – 1991, Бюл. изоб. № 10.

6. Заявка 60-14434, Япония, МКИ 3 G 06 F 11/10. Арифметическое устройство для действий на элементами конечного поля / Норихисе Сирота ; заявл. 30.12.83 ; опубл. 31.07.85.
7. А. с. 1.753.470 СССР, МКИ4, G06F 7/49. Устройство для вычисления в поле Галуа GF(2n) / А. В. Толов, Б. А. Савельев, Н. Б. Залялов, С. Н. Комраков, Н. И. Басманова. – 1992, Бюл. изоб. № 29.
8. **Савельев, Б. А.** Вычисления в конечных полях с помощью ПЗУ / Б. А. Савельев // Информационные процессы и системы : межвуз. сб. науч. тр. – Вып. 1. – Пенза : Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2000. – С. 45–54.
9. **Вильямс, Мак.** Теория кодов, исправляющих ошибки / Мак. Вильямс, Дж. Слоэн. – М. : Мир, 1979. – 744 с.

УДК 621.3.019:621.397:681.3

Н. Г. Федотов, А. С. Кольчугин, О. А. Смолькин, С. В. Романов

ТРИПЛЕТНЫЕ ПРИЗНАКИ РАСПОЗНАВАНИЯ СЛОЖНОСТРУКТУРИРОВАННЫХ, СЕМАНТИЧЕСКИ НАСЫЩЕННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ[1]

В статье дается описание признаков распознавания образов, основанных на методах стохастической геометрии и имеющих трехфункциональную структуру (триплетных признаков). Рассматриваются подходы к формированию информативных триплетных признаков на основе генерации и экстракции. На примере распознавания изображений из области медицинской диагностики обосновывается применимость описываемых методов формирования признаков для распознавания сложноструктурированных, семантически насыщенных изображений.

Введение

При решении многих практических задач распознавания образов приходится иметь дело со сложноструктурированными изображениями. В случае, когда изображение содержит множество объектов, относящихся к нескольким различным видам, каждый из которых обладает своими собственными значимыми характеристиками, задача формирования признаков существенно усложняется.

В теоретических работах по распознаванию образов основное внимание уделяют исследованию методов построения решающих процедур и соответствующего математического аппарата. В качестве исходной предпосылки при этом считается, что признаки, на основе которых осуществляется отнесение образа к одному из классов, уже известны и измерены. Однако при решении практических задач в области распознавания образов, в частности при распознавании образов, представленных графическими изображениями, получение информативных числовых признаков представляет собой не менее сложную задачу, чем разработка решающей процедуры. Выделение признака по изображению можно рассматривать как процесс предельного сжатия информации, когда изображению, состоящему из сотен тысяч пикселей, ставится в соответствие конкретное числовое значение.

Традиционно формирование признаков считается эмпирической задачей. Аппарат стохастической геометрии позволяет не только дать теоретическое описание этому этапу распознавания, но и предложить универсальный метод формирования большого числа новых конструктивных признаков для образов, представленных в виде изображений. Опора на большое количество признаков повышает надежность и гибкость распознавания.

Характерной особенностью признаков, формируемых на основе предложенного метода, является их структура в виде композиции трех функционалов [1–3]. Исходя из этого, мы называем получаемые признаки триплетными. Благодаря трехфункциональной структуре возможно осуществить генерацию большого числа признаков, что расширяет круг решаемых задач распознавания, включает в него задачи с большим числом классов, таких как

[1] Работа выполнена при поддержке INTAS, Ref. № 04-77-7036 и гранта РФФИ, проект № 05-01-00991.

распознавание иероглифов, объектов из области нанотехнологий, технической диагностики [4].

К настоящему моменту выявлено более 200 функционалов из различных областей математики: теории вероятностей, математической статистики, теории рядов и фракталов, пригодных для формирования триплетных признаков. Это позволяет получить тысячи различных признаков, причем в режиме автоматической компьютерной генерации. Эффективность получаемых признаков связана с их геометричностью. Большинство формул стохастической геометрии, а также преобразования Радона, Хо, Фурье представимы в виде композиции трех функционалов.

Исследованы триплетные признаки, в основе которых лежит сканирование изображений как детерминированной решеткой, так и по траекториям со случайными параметрами [5]. На основе трейс-преобразования и двойственного трейс-преобразования можно не только формировать признаки распознавания, но и выполнять предварительную обработку изображений [6, 7].

В настоящей статье показано, что методы и подходы к формированию признаков на основе стохастической геометрии могут быть эффективно применены не только к распознаванию искусственных демонстрационных изображений, но и при разработке прикладных распознающих систем, работающих с реальными, сложноструктурированными, семантически насыщенными изображениями.

Ярким примером таких изображений являются изображения, получаемые и распознаваемые в системах медицинской диагностики. Ниже будут рассмотрены конкретные примеры формирования признаков для изображений ультразвуковых и гистологических исследований, используемых при диагностике онкологических заболеваний щитовидной железы.

1. Трейс-преобразование

Ключевым моментом в теории триплетных признаков является геометрическое трейс-преобразование, связанное со сканированием изображения по заданным траекториям. Теория трейс-преобразования нашла подробное отражение в предшествующих работах авторов [2, 3, 6, 7]. Наибольшее применение в прикладных исследованиях нашел дискретный вариант трейс-преобразования, осуществляемого на основе дискретной сканирующей решетки.

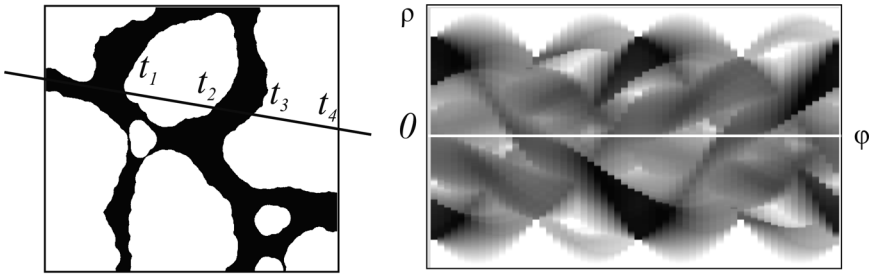
Пусть $F(x,\ y)$ – функция изображения на плоскости $(x,\ y)$. Определим на плоскости сканирующую прямую $l(\varphi,\ \rho,\ t)$, которая задается нормальными координатами φ и ρ:

$$x\cos\varphi + y\sin\varphi = \rho\ .$$

Рассмотрим результат пересечения изображения $F(x,\ y)$ со сканирующей прямой $l(\varphi,\ \rho,\ t)$. Определим функцию двух аргументов $g(\varphi,\ \rho) = \mathbf{T}\big(F \cap l(\varphi,\ \rho,\ t)\big)$ как результат действия функционала $\mathbf{T}$ на результат пересечения изображения со сканирующей прямой при фиксированных значениях переменных φ и ρ. В дискретном случае параметры сканирующей прямой образуют два дискретных множества $\Omega = \{\varphi_1,\ \varphi_2,\ ...,\ \varphi_n\}$,

$\Gamma = \{\rho_1, \rho_2, ..., \rho_m\}$. В результате действия функционала **T** получаем матрицу, элементами которой являются значения $t_{ij} = \mathbf{T}\left(F \cap l\left(\varphi_j,\ \rho_i,\ t\right)\right)$. Детерминированное сканирование позволяет однозначно определить каждый элемент матрицы. Назовем эту матрицу трейс-матрицей или трейс-трансформантой.

Вычисление трейс-трансформанты демонстрирует рисунок 1,а. Здесь показано получение функции $f(\varphi, \rho, t)$ действительной переменной при сканировании прямой l. Если изображение бинарное, функция $f(\varphi, \rho, \cdot)$ равна 1 в интервалах (t_1, t_2) и (t_3, t_4) и принимает нулевое значение при других значениях t (для полутонового изображения за значение функции может быть взята интенсивность изображения в данной точке).



а) б)

Рис. 1 Трейс-преобразование: а) исходное изображение; б) трейс-матрица

Рассмотрим функционал **T** от данной функции и в качестве независимой переменной определим t, получая в результате трейс-трансформанту $g(\varphi, \rho) = \mathbf{T}(f(\varphi, \rho, t))$. В простейшем случае функционал $\mathbf{T}(f(\varphi, \rho, t))$ может быть суммой длин ненулевых отрезков в области определения функции $f(\varphi, \rho, \cdot)$. Для отображенной на рисунке 1,а прямой l трейс-трансформанта будет равна сумме величин $t_2 - t_1$ и $t_4 - t_3$. Если мы определим трейс-трансформанту для всех прямых, сканирующих изображение на рисунке 1,а при различных углах φ и расстояниях ρ, мы получим трейс-матрицу (рис. 1,б). В рассмотренном случае преобразование совпадает с преобразованием Радона для бинарных изображений, хотя в общем случае оно не сводится к нему.

Заметим, что трейс-функционал не обязательно должен определяться лишь характеристиками сечения изображения сканирующей прямой (числом пересечений, суммой длин областей пересечения и т.п.). Для его вычисления может быть привлечена информация об окрестности этого сечения, что особенно актуально при сканировании полутоновых изображений.

При разработке распознающих систем важна устойчивость признаков к определенным видам деформаций изображений. Например, если при съемке трудно обеспечить точное позиционирование объекта, было бы крайне желательно обеспечить независимость значения признака от параллельного переноса или вращения изображения. Такое свойство признака называется инвариантностью. Допустим, что изображение претерпело сдвиг и поворот, при этом возникло новое изображение F'. При этом же сдвиге и повороте прямая

l перейдет в прямую l', оставаясь, таким образом, «вмороженной» в изображение. Функционал $\mathbf{T}$ будет называться полностью инвариантным к группе движения, если для всех прямых и всех допустимых изображений будет соблюдаться равенство $T\left(F \cap l\right) = T\left(F' \cap l'\right)$. В [2] рассматриваются теоремы, доказывающие существование инвариантных признаков, основанных на триплетной структуре.

2. Триплетный признак

Трейс-преобразование представляет собой первый этап формирования триплетного признака. Как уже было отмечено, в дискретном варианте преобразование дает трейс-матрицу, элементами которой t_{ij} являются значения функции преобразования, вычисленные для сканирующей прямой $l(\varphi_j,\ \rho_i, t)$.

Последующее вычисление признака заключается в последовательном свертывании столбцов матрицы с помощью диаметрального функционала $\mathbf{P}$. Результатом применения функционала $\mathbf{P}$ к трейс-трансформанте является 2π-периодическая кривая, а в дискретном варианте – вектор. Дальнейшее сжатие информации осуществляется с помощью циркового функционала $\mathbf{\Phi}$, в результате чего для изображения получается некоторое число-признак.

Таким образом, мы вычисляем новый триплетный признак как последовательную композицию трех функционалов: $\Pi(F) = \mathbf{\Phi} \circ \mathbf{P} \circ \mathbf{T}(F \cap L(\varphi, \rho, t))$, где каждый функционал ($\mathbf{\Phi}$, $\mathbf{P}$ и $\mathbf{T}$) действует на функции одной переменной (φ, ρ и t) соответственно.

3. Генерация и экстракция признаков

Мы выделяем два основных подхода к формированию триплетных признаков.

Первый подход использует уже отмеченное выше свойство, обеспечиваемое трехфункциональной структурой признака, которое позволяет на основе базового набора из нескольких десятков функционалов каждого вида получать тысячи различных признаков в режиме автоматической компьютерной генерации.

Генерация триплетных признаков осуществляется формальным образом на основе имеющейся библиотеки функционалов для обучающей выборки, без учета геометрического смысла и других априорных характеристик получаемых признаков. Затем осуществляется отбор согласно некоторому критерию как можно меньшего числа наиболее информативных признаков. Отбор признаков часто называют процессом минимизации признакового пространства, который основан на применении аппарата математической статистики и теории информации. Основным преимуществом данного подхода является его универсальный характер, позволяющий применять его в тех случаях, когда выделить конкретные геометрические характеристики, важные для классификации, представляется затруднительным (а такие случаи, пожалуй, составляют большинство при решении прикладных задач). Недостатком подхода являются большие вычислительные затраты на обучение распознающей системы, поскольку мы вынуждены генерировать, а затем селекционировать тысячи признаков с целью выделения небольшого числа наиболее информативных.

Второй подход основан на способности признаков стохастической геометрии хорошо отражать геометрические характеристики распознаваемых объектов (форму, размер, выпуклость, ровность контура, ориентацию и т.п.). Это позволяет изначально сформировать небольшое число информативных признаков, подбирая для этого функционалы с заданным геометрическим смыслом. Мы называем данный подход экстракцией признаков. Он хорошо применим при распознавании изображений с достаточно четко выделяющимися геометрическими характеристиками распознаваемых образов каждого класса при малом числе классов распознавания.

Таким образом, выбор используемого подхода прежде всего зависит от количества классов и специфики распознаваемых изображений.

При разработке систем, связанных с распознаванием изображений из области медицинской диагностики, находят применение оба подхода, причем каждому подходу соответствует своя группа признаков. С точки зрения генезиса, в медико-диагностических системах можно выделить две группы признаков: стандартные признаки и абстрактные признаки.

Стандартные признаки – это характеристики изображений, имеющие ясный смысл с точки зрения медицины. Именно эти признаки используются для интерпретации результатов исследования профессиональным врачом-диагностом. Например, для изображений УЗИ это могут быть геометрические размеры, эхогенность и плотность органа и т.п. Автоматическое определение таких признаков реализуется на основе процедуры экстракции.

Абстрактные признаки – это числовые признаки, имеющие исключительно математическое происхождение. Мы не знаем их смысл с точки зрения медицины, однако мы можем показать, что они успешно разделяют изображения на классы в соответствии с поставленным диагнозом. Формирование информативных абстрактных признаков реализуется с помощью процедуры генерации.

4. Экстракция признаков на примере ультразвуковых изображений

Ультразвуковое исследование является основным методом ранней диагностики онкологических заболеваний, в том числе и диагностики рака щитовидной железы.

В анализе и распознавании изображений УЗИ щитовидной железы можно выделить две последовательно решаемых задачи:

– локализация очага поражения органа на изображении;

– оценка (измерение) характеристик очага поражения.

Первая задача является задачей предварительной обработки и решается методом морфологической реконструкции [8]. В результате предварительной обработки на ультразвуковом изображении нами были выделены контуры щитовидной железы, а на ней, в свою очередь, была выполнена сегментация очагов поражения.

Решение второй задачи осуществлено на основе теории триплетных признаков распознавания и представляет собой классический пример экстракции.

Основными геометрическими характеристиками очагового образования являются размер, форма и граница очагового образования.

Определение размеров очагового образования. Размеры очагового образования оцениваются по максимальной протяженности объекта в любом направлении (длине) и максимальной протяженности объекта в перпендикулярном длине направлении (ширине).

Если в качестве **T**-функционала взять длину большего отсекаемого отрезка прямой $l(\varphi,\ \rho, t)$ на объекте, а функционалы **P** и **Ф** определить как функции максимума, то получим максимальный диаметр объекта (длину). Зная значение параметра φ_k, при котором $P(\varphi_k)$ принимает максимальное значение, мы можем получить ширину объекта. Для этого достаточно найти значение, получаемое с помощью функционала **P** при значении параметра $\varphi = \varphi_k + \frac{\pi}{2}$.

Определение формы очагового образования. При проведении ультразвукового исследования форма очагового образования в щитовидной железе характеризуется как правильная или неправильная (рис. 2,а). В общем случае правильной можно назвать форму, близкую к эллипсу.

а) б)

Рис. 2 Свойства очага: а) правильная и неправильная форма;
б) ровная и неровная граница

В качестве функционала **T** возьмем функцию количества точек пересечения прямой $l(\varphi, \rho, t)$ с объектом; **P** и **Ф** – средние значения. Тогда полученный признак будет являться числовой характеристикой формы объекта. Значения признака, близкие к двум, будут характеризовать правильную форму очага. Неправильную форму объекта будут характеризовать значения, существенно большие двух, при этом величина отклонения будет характеризовать степень «неправильности» формы очага.

Характеристика границы очагового образования. Граница очагового образования в ультразвуковой диагностике обычно рассматривается как ровная либо неровная (рис. 2,б).

Для формирования соответствующего признака в качестве **T**-функционала возьмем длину большего отсекаемого отрезка прямой $l(\varphi, \rho, t)$ на объекте. Функционал **P** определим как оценку изменчивости величины t_{ij}. В качестве оценки изменчивости может выступать количество знакоперемен в векторе значений Δt_{ij}, где $\Delta t_{ij} = t_{ij} - t_{i\ j-1}$. В качестве функционала **Ф** выберем среднее арифметическое. Полученный числовой признак будет представлять собой числовую оценку неровности границы объекта. Ровную границу очага будут характеризовать значения признака, близкие к единице; неровную – значения, существенно большие единицы.

Описанный подход был протестирован на наборе ультразвуковых изображений, полученных методом «свободной руки», для 70 различных пациентов.

5. Экстракция и генерация признаков гистологических изображений

Система распознавания гистологических изображений ткани щитовидной железы должна обеспечивать их разделение на следующие классы: нор-

мальная щитовидная железа, неопухолевые поражения (зоб), доброкачественная опухоль (аденома) и злокачественная опухоль (рак).

Изображения гистологических препаратов тканей щитовидной железы представляют собой цветные, многокомпонентные, семантически насыщенные изображения. На них изображены ядра, фолликулы, соединительная ткань и другие виды объектов, каждый из которых имеет свои значимые характеристики. Триплетные признаки хорошо «схватывают» геометрические особенности изображенных объектов, но для этого сначала необходимо выполнить предварительную обработку изображений с целью выделения на них объектов определенного вида.

В настоящей статье рассматриваются изображения 400-кратного увеличения, в качестве основных объектов на которых выделяют ядра и фолликулы. Для построения автоматизированной системы диагностики представляют интерес форма и размеры ядер и фолликул, взаимное расположение и ориентация ядер, плотность расположения объектов в препарате и т.п. Исходя из этого, в качестве цели предварительной обработки было поставлено выделение отдельного изображения фолликул и отдельных изображений ядер препарата. Решение данной задачи было рассмотрено ранее в [9]. На рисунке 3,а показан пример исходного изображения и полученных в результате предобработки изображений ядер и фолликул.

Поскольку нам известен ряд геометрических свойств, используемых для постановки диагноза врачами-гистологами, мы можем построить ряд признаков путем экстракции. Для этого мы выберем функционалы, чувствительные к этим геометрическим свойствам.

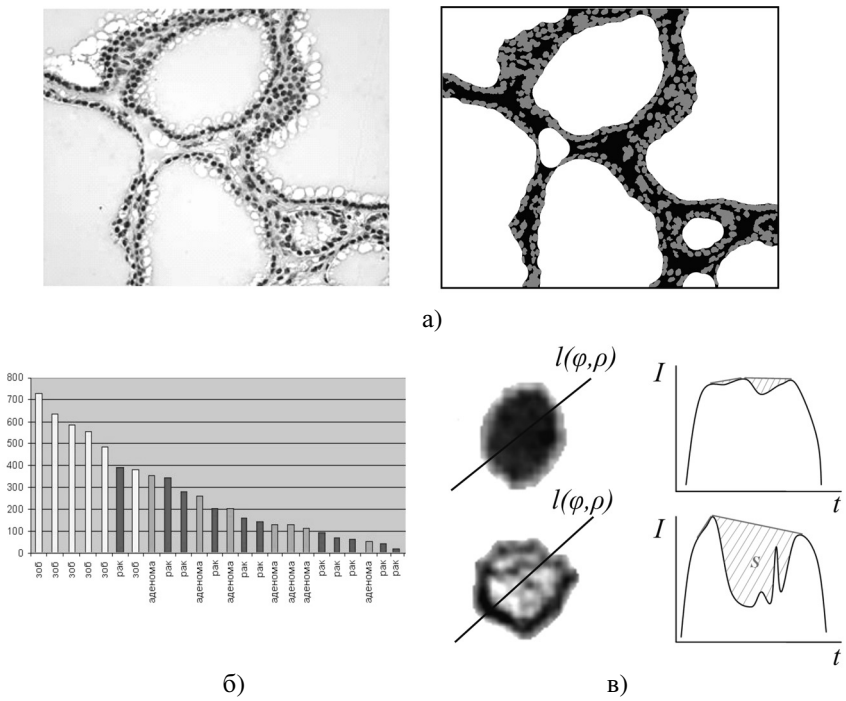


Рис. 3 Гистологические изображения: а) исходное изображение и результат предварительной обработки; б) гистограмма значений признака, характеризующего размеры фолликул; в) принцип получения трейс-преобразования для признака, характеризующего однородность ядра

Одной из таких важных характеристик является размер фолликул, который можно оценить, используя для построения признака следующие функционалы:

$$\mathbf{T}(F \cap l) = \frac{\int\limits_{F \cap l = \varnothing} f(\varphi, \rho, t)dt}{n(\varphi, \rho)};$$

$$\mathbf{P}(\mathbf{T}(F \cap l)) = \int\limits_{-R}^{R} \mathbf{T}(F \cap l)d\rho;$$

$$\Pi(F) = \mathbf{\Phi}\big(\mathbf{P}(\mathbf{T}(F \cap l))\big) = \int\limits_{-\pi}^{\pi} \mathbf{P}(g(\varphi, \rho))d\varphi,$$

где $n(\varphi, \rho)$ – функция числа пересечений изображения F прямой $l(\varphi, \rho, t)$; R – радиус сетчатки. На рисунке 3,б видно, что полученный признак обладает следующим свойством: он позволяет различать опухолевые и неопухолевые поражения, но не пригоден для определения типа опухоли. Проанализировав множество признаков, отражающих характеристики фолликул, мы пришли к выводу, что они все обладают отмеченным свойством.

Для различения типа опухоли необходимо задать признаки, отражающие свойства ядер. Используя бинарные изображения ядер, мы определяем признаки, характеризующие правильность формы ядер, подобно тому, как это было описано ранее для ультразвуковых изображений. Ядра раковых клеток, как правило, отличаются неправильной, угловатой формой. Используя полутоновые изображения ядер, мы можем определить более сложные признаки, основанные на трейс-функционалах, чувствительных к перепадам интенсивности, распределению интенсивности и т.п. Ядра доброкачественных опухолей, как правило, имеют более равномерную интенсивность, в то время как для ядер злокачественных опухолей характерно наличие темного контура и светлых, «прозрачных» областей в центре. Для формирования признаков, чувствительных к этому свойству ядер, предлагается в качестве функционала $\mathbf{T}$ взять площадь области S между сечением изображения F прямой l и выпуклой оболочкой этого сечения. На рисунке 3,в область S выделена штриховкой.

Вместе с тем подход на основе экстракции позволяет сформировать довольно ограниченное число признаков и не позволяет обнаружить неочевидные информативные характеристики, которыми богаты сложные изображения. Как уже было отмечено, в этом случае необходимо использовать генерацию признаков. Собранная нами библиотека из десятков функционалов каждого вида позволила нам сгенерировать около 13 000 различных триплетных признаков.

Для минимизации признакового пространства после генерации была разработана процедура определения минимального набора эффективных поисковых признаков на основе коэффициентов разложения Карунена–Лоэва. Основанием применения дискретного разложения Карунена–Лоэва является наличие у него следующих оптимальных свойств:

– оно минимизирует среднеквадратичную ошибку при использовании лишь конечного числа базисных функций в разложении;

– оно минимизирует функцию энтропии, выраженную через дисперсии коэффициентов разложения.

Пусть образы подлежат классификации на m классов распознавания $\omega_1, \omega_2, ..., \omega_m$. Через $\mathbf{x}_i = \begin{Bmatrix} x_i(t_1) \\ x_i(t_2) \\ ... \\ x_i(t_n) \end{Bmatrix}$ обозначим выборку значений n признаков, относящихся к одному из классов ω_i, $i = 1, ..., m$.

Дискретный вариант обобщенного разложения Карунена–Лоэва можно представить формулами: $\mathbf{x}_i = \sum_{j=1}^{n} c_{ij}\phi_j$, или, в матричной форме, $\mathbf{x}_i = \mathbf{\Phi c}_i$, причем предполагается, что коэффициенты c_{ij} удовлетворяют условию $E\{c_{ij}\} = 0$. Оператор математического ожидания вычисляется по всем значениям c_{ij}. Собственные векторы корреляционной матрицы имеют выражение

$$R = \sum_{i=1}^{n} p(\omega_i) E\{x_i x_i'\}.$$

Коэффициенты этого разложения определяются по формулам:

$$\mathbf{\Phi c}_i = \mathbf{x}_i \Rightarrow \mathbf{\Phi'\Phi c}_i = \mathbf{\Phi' x}_i \Rightarrow \mathbf{c}_i = \mathbf{\Phi' x}_i,$$

так как $\mathbf{\Phi'\Phi} = \mathbf{I}$ в силу ортонормированности базисных векторов, составляющих матрицу $\mathbf{\Phi}$. Обоснование разложения Карунена–Лоэва приведено в [10], поэтому мы перейдем к алгоритму нахождения наименьшего числа информативных признаков распознавания, основанном на коэффициентах разложения Карунена–Лоэва.

Обозначим через f_{ji} выборку значений признака j ($j = 1, ..., n$) объекта класса $\omega_i, i = 1, ..., m$. Построим матрицу математических ожиданий следующим образом:

$$\begin{matrix} E[f_{11}] & E[f_{12}] & ... & E[f_{1n}] \\ E[f_{21}] & E[f_{22}] & ... & E[f_{2n}] \\ ... & ... & ... & ... \\ E[f_{m1}] & E[f_{m2}] & ... & E[f_{mn}], \end{matrix}$$

где $E[f_{ji}]$ – среднее значение j-го признака у i-го класса.

Для каждого из n признаков вычислим значения дисперсий $D_j(E[f_{ji}])$.

Полученные значения дисперсий D_j ($j = 1, ..., n$) упорядочим таким образом, чтобы выполнялись неравенства: $D_1 \geq D_2 \geq ... \geq D_{p-1} \geq D_p \geq ...$

При упорядочении координатных функций ϕ_j в порядке убывания соответствующих им собственных значений D_j ($j = 1, ..., n$) коэффициенты раз-

ложения обладают также в порядке убывания наилучшими разделительными качествами, т.е. вносят в систему большее количество информации. Это означает, что если координатным функциям ϕ_r и ϕ_l соответствуют значения дисперсий D_r и D_l, и при этом $D_r > D_l$, то признак x_r обладает лучшими разделительными свойствами, чем признак x_l. Использование признака x_r вносит в систему распознавания больше информации, чем использование признака x_l.

Для исключения малоинформативных признаков найдем сумму всех дисперсий $S = \sum_{j=1}^{n} D_j$. В набор информативных признаков будем включать признаки в порядке убывания соответствующих им дисперсий до тех пор, пока сумма дисперсий выбранных признаков не достигнет величины kS. Экспериментальным путем установлено, что оптимальное значение k лежит в пределах $0,8 \le k \le 0,95$, в зависимости от требуемой точности решения. В описываемой задаче при $k = 0,8$ было отобрано 59 наиболее информативных признаков.

Заключение

Методы стохастической геометрии позволяют получить новые конструктивные признаки распознавания со структурой в виде композиции трех функционалов – триплетные признаки.

Ключевым элементом теории признаков на основе стохастической геометрии является новое геометрическое трейс-преобразование изображений. Оно является источником формирования триплетных признаков и ценным инструментом для исследования движений объектов и линейных деформаций.

Подход к формированию триплетных признаков на основе экстракции позволяет получать признаки, чувствительные к заданным геометрическим характеристикам распознаваемых изображений.

Теория триплетных признаков позволяет получать большое количество признаков в режиме автоматической компьютерной генерации. Из полученного множества признаков с помощью процедуры минимизации отбираются наиболее информативные признаки.

Методы стохастической геометрии обнаруживают высокую эффективность при распознавании сложноструктурированных изображений, таких как изображения из области медицинской диагностики.

Список литературы

1. **Федотов, Н. Г.** Методы стохастической геометрии в распознавании образов / Н. Г. Федотов. – М. : Радио и связь, 1990.
2. **Fedotov, N. G.** Image Scanning in Machine Vision Leads to New Understanding of Image / N. G. Fedotov, A. A. Kadyrov // Proc. of 5th Int. Workshop of Digital Image Processing and Computer Graphics. – Samara, Russia: Held by the Int. Society for Optical Engineering (DIP'94), SPIE, 1994. – Vol. 2363.
3. **Fedotov, N. G.** The Theory of Image Recognition Features Based on Stochastic Geometry / N. G. Fedotov // Pattern Recognition and Image Analysis. – 1998. – Vol. 8. – №. 2. – P. 264–267.

4. **Федотов, Н. Г.** Техническая дефектоскопия на основе новой теории распознавания образов / Н. Г. Федотов, Т. В Никифорова. // Измерительная техника. – 2002. – № 12. – С. 27–31.
5. **Федотов, Н. Г.** Анализ свойств признаков распознавания, основанных на стохастической геометрии, при различных вариантах сканирования изображений / Н. Г. Федотов, А. В. Моисеев, Л. А. Шульга, А. С. Кольчугин // Математические методы распознавания образов : сборник докладов XII Всероссийской конференции, ноябрь 2005 г. – М. : МАКС Пресс, 2005. – С. 472–475.
6. **Fedotov, N. G.** Pattern Recognition Feature and Image Processing Theory on the Basis of Stochastic Geometry / N. G. Fedotov, L. A. Shulga, A. V. Moiseev, A. S. Kolchugin // Proc. of the 2nd Int. Conf. on Informatics in Control, Automation and Robotics, ICINCO 2005, Barcelona, Spain, September 2005. – Vol. III. – P. 187–192.
7. **Федотов, Н. Г.** Новое геометрическое двойственное трейс-преобразование и его приложение для нелинейной фильтрации изображений / Н. Г. Федотов, Л. А. Шульга, А. В. Моисеев, А. С. Кольчугин // Искусственный интеллект. – 2006. – № 2. – С. 117–120.
8. **Vincent, L.** Morphological Grayscale Reconstruction in Image Analysis: Applications and Efficient Algorithms / L. Vincent // IEEE Transactions on Image Processing. – 1993. – April. – Vol. 2. – № 2. – P. 176–201.
9. **Fedotov, N. G.** Histological image analysis in diagnostic system based on stochastic geometry methods / N. G. Fedotov, L. A. Shulga, A. S. Kol'chugin, S. V. Romanov // Pattern Recognition and Information Processing : Proc. of the 9th Int. Conf. (PRIP 2007). – Minsk, 2007. – May. – Vol. 1. – P. 113–117.
10. **Tou, J.** Pattern recognition principles / J. Tou, R. Gonzalez. – Addison-Wesley, 1974.

УДК 004.42

Е. А. Кольчугина

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА ПО СОЗДАНИЮ ЭВОЛЮЦИОНИРУЮЩЕГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

В статье рассматриваются результаты эксперимента, подтверждающего возможность построения эволюционирующей программной системы на основе коллектива цифровых организмов. Каждый из цифровых организмов обладает генотипом, определяющим алгоритм поведения и подверженным воздействию генетических операций, что позволяет наделить программную систему способностью к адаптации и самоорганизации.

Введение

В настоящее время процесс создания программного обеспечения, как правило, сводится к компоновке и обеспечению взаимодействия уже существующих программных единиц и информационных ресурсов, являющихся результатом деятельности множества промышленных и научных коллективов, отдельных разработчиков. К этим программным единицам и ресурсам можно отнести библиотеки, модули, программно реализованные интерфейсы сопряжения, сетевые базы данных, средства операционной системы, программы-серверы, обеспечивающие приложения услугами, встраиваемые компоненты plug-in.

Очевидно, что в связи с развитием сетевых технологий и сложившейся тенденцией к переносу основной обработки информации в информационно-вычислительные сети [1] выявленные особенности процесса разработки программного обеспечения будут усиливаться. Следствием этого станет необходимость в решении концептуальных задач, которыми являются:

– разработка единого механизма управления программными единицами и информационными ресурсами, используемыми при построении программного обеспечения;

– разработка новой концепции построения программного обеспечения, учитывающей особенности процессов распределенной обработки информации в сети, главными из которых являются высокая степень неопределенности состояния вычислительного окружения и бесконечность множества его возможных состояний.

Предложенная в [2] модель биоценоза содержит решение перечисленных задач. В соответствии с этой моделью информационные и программные ресурсы организуются по единому принципу, предполагающему стратификацию по функциональному признаку и обеспечивающему уникальную идентификацию каждого отдельного ресурса и его разновидности. При этом иерархически организуются и становятся легко анализируемыми логические взаимосвязи между программными и информационными ресурсами. Концепция построения программного обеспечения на основе модели биоценоза такова, что позволяет учесть неопределенность и многообразие состояний вычислительного окружения и адаптироваться к этим особенностям благодаря способности программного обеспечения к эволюционированию.

1. Модель цифрового организма

Идея создания эволюционирующего программного обеспечения была выдвинута еще А. М. Тьюрингом [3]. Тьюринг первым предположил возмож-

ность разработки программ путем эволюции на основе принципов, аналогичных принципам биологической эволюции. Спустя десятилетия благодаря результатам теории генетических алгоритмов и эволюционных вычислений с появлением теории искусственной жизни идеи Тьюринга были развиты в рамках теории генетического программирования [4] в моделях теории искусственной жизни Tierra [5], Avida [6, 7], Darwinbots [8].

Однако ни в одной из перечисленных моделей и теорий не был предложен подход, который мог бы получить массовое практическое применение. Недостатком генетического программирования является ориентация исключительно на язык программирования Лисп и сложность выполнения генетических операций над хромосомами древовидной структуры. Модели Tierra, Avida и Darwinbots носят академический характер и не применяются для разработки утилитарного семантически значимого программного обеспечения. В этих моделях эволюционирующие программы представляют собой произвольные самовоспроизводящиеся наборы инструкций на специализированных версиях ассемблера, в которых эволюционным изменениям подвергаются или отдельные команды (в моделях Tierra и Avida), или группы команд (в модели Darwinbots).

В модели биоценоза [2] структура эволюционирующей программы сходна с моделями Tierra, Avida, Darwinbots и также соответствует понятию цифрового организма, введенному для программ-особей этих моделей. Цифровые организмы, в которых программный код одновременно является исходными данными для генетических операций, можно рассматривать как очередной этап развития концепции соединения структур данных и программного кода в единый активный интеллектуальный объект (рис. 1).

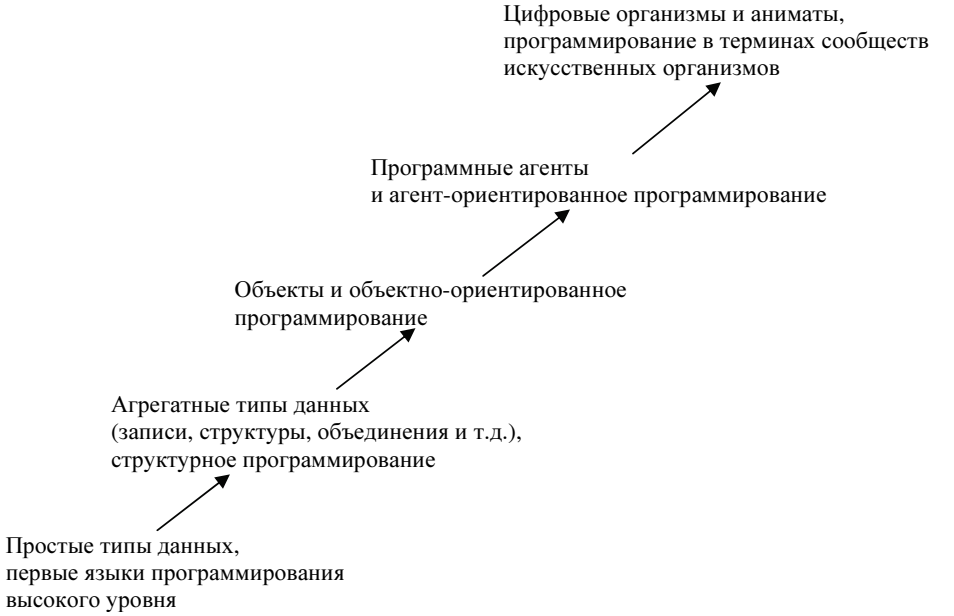


Рис. 1 Эволюция структур данных и парадигм программирования

Однако, в отличие от моделей Tierra, Avida и Darwinbots, эволюционирующие программы в модели биоценоза могут использоваться в практических целях для построения сложных многоуровневых программных систем.

Структура эволюционирующей программы в модели биоценоза описывается суперхромосомой, представляющей собой линейную последовательность нумерованных элементов, называемых локусами. С каждым номером локуса однозначно связана определенная семантическая интерпретация, поэтому у двух различных особей локусы с равными номерами определяют одни и те же атрибуты, хотя значения этих атрибутов могут быть различными. Каждый из локусов содержит либо особое «пустое» значение, либо целочисленный элемент индексного множества. Значение локуса может определять номер программной реализации элемента алгоритма поведения особи или индекс значения переменной в заданном домене. Следовательно, структура генотипа цифрового организма универсально представляет и алгоритм поведения, и значения переменных состояния.

В результате эволюция программ не нарушает общей логики их работы и не лишает их осмысленности. Это обстоятельство позволяет создать на основе предложенной концепции технологию разработки программного обеспечения массового применения. Эволюционные изменения способствуют адаптации программного обеспечения к изменяющимся условиям функционирования и особенностям вычислительной среды. Более того, линейная структура генотипа обеспечивает прозрачность логики работы эволюционирующей программы, делает возможным выявление и удаление цифровых организмов с нежелательными свойствами, позволяет накладывать ограничения на возможность изменения значений локусов и на множество допустимых значений локусов.

В отличие от цифровых организмов моделей Tierra и Avida, цифровые организмы в модели биоценоза могут обладать свойством мобильности, приближаясь в этом смысле к мобильным программным агентам и еще одной разновидности эволюционирующих программ-аниматам, обладающим нейросетью, развивающейся в процессе эволюции.

2. Описание эксперимента

Принципы построения эволюционирующего программного обеспечения, рассмотренные выше, стали основой для реализации программной платформы Padme, созданной автором. Данная платформа реализуется в виде сервера, который осуществляет трансляцию генотипа цифрового организма в фенотип, т.е. в программный код и набор переменных состояния, проверяет соответствие программного кода заданным ограничениям, а также осуществляет запуск программ-особей на выполнение. Платформа может функционировать как автономно на отдельной ЭВМ, так и на базе вычислительной сети. В последнем случае серверы Padme, установленные на разных узлах сети, соединяются друг с другом с помощью логических каналов, определяя тем самым топологию пространства искусственного мира.

В ходе эксперимента был создан искусственный мир с тороидальной топологией двумерного клеточного пространства из 8 клеток, $x \in \{0, 1\}$, $y \in \{0, 1, 2, 3\}$. Искусственный мир населяли цифровые организмы, выполнявшие обработку пассивных данных, организованных в виде файлов, а затем уничтожавшие исходные файлы. За обработку каждого файла и его уничтожение цифровому организму начислялось десять баллов, что является аналогом питания. Организм, набравший свыше 200 баллов, временно прекращал

«питаться» и мог приступать к воспроизводству. В модели имитировалось размножение от двух разнополых родителей с использованием одноточечного кроссинговера. Особи пола n_1 сохраняли свою генетическую информацию в служебных файлах, из которой особи пола n_2 с использованием своей генетической информации формировали новые особи, равновероятно принадлежащие к полу n_1 или n_2. Новорожденная особь получала 20 баллов, каждый из родителей терял при воспроизводстве десять баллов. При перемещении на одну клетку пространства особь теряла один балл. Особь, имеющая нулевое количество баллов, «умирала», т.е. прекращалось выполнение соответствующей программы. Суперхромосома цифрового организма включала в себя семь локусов, определяющих программную реализацию алгоритма поведения, в том числе и локус, определяющий алгоритм перемещения особи в пространстве. Допускались хромосомные мутации, изменяющие значения локусов, а также мутации делеции, дефишенси, удлинения хромосомы.

Целью проведенного эксперимента было установить способность коллектива эволюционирующих программ к самоорганизации в условиях различного пространственного распределения источников обрабатываемых данных и статистических характеристик этих источников. В данном случае самоорганизация означает нарушение симметрии на множестве используемых особями алгоритмов поведения в сторону обеспечивающих лучшую приспособленность своим обладателям. Решить поставленную задачу аналитическим путем невозможно.

Эксперимент состоял из двух независимых частей. В первой части эксперимента источники исходных файлов данных располагались в клетках виртуального пространства с координатами $x = 0$. В каждой клетке располагался один источник, который с интервалом в одну секунду генерировал пять файлов исходных данных. Во второй части эксперимента в каждой клетке пространства находилось по одному источнику, каждый из которых генерировал от одного до десяти исходных файлов данных с интервалом от одной до пяти секунд. Количество сгенерированных файлов и величина паузы определялись как случайные числа. В обеих частях эксперимента генерация данных источниками производилась в течение 120 мин. В начале каждой из частей эксперимента в модель вводились две родительские особи, имеющие, за исключением половых различий, идентичный генотип. Этот генотип является исходным (или «диким») и предполагает перемещение особи в соответствии с алгоритмом vant (двумерный вариант машины Тьюринга). Другими возможными алгоритмами перемещения, реализации которых хранились в библиотеках серверов Padme, являлись алгоритмы перемещения по спирали и алгоритм прямолинейного движения при $x = \text{const}$ или $y = \text{const}$. Условием прекращения эксперимента являлась «смерть» всех цифровых организмов, т.е. прекращение выполнения всех прикладных процессов, запущенных серверами Padme.

3. Результаты эксперимента

Результаты эксперимента (рис. 2–5) позволяют убедиться в том, что статистические характеристики потоков исходных данных, поступавших в модель, и пространственное распределение источников данных оказывают влияние на выбор коллективом цифровых организмов оптимального алгоритма поведения.

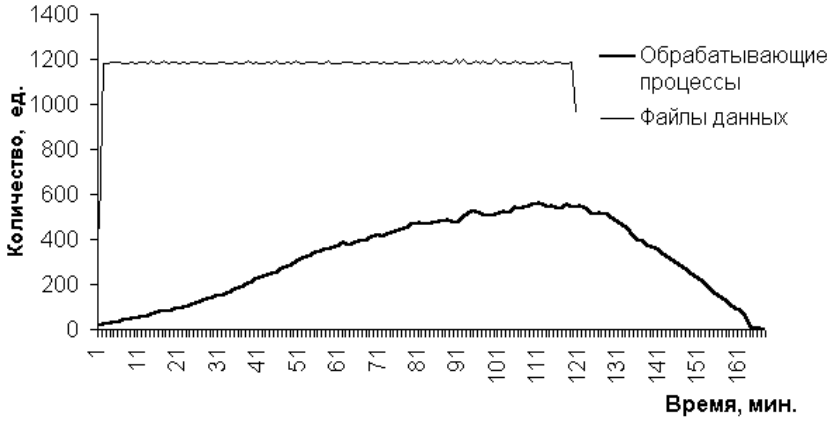


Рис. 2 Изменение количества файлов данных и обрабатывающих процессов (первая часть эксперимента)

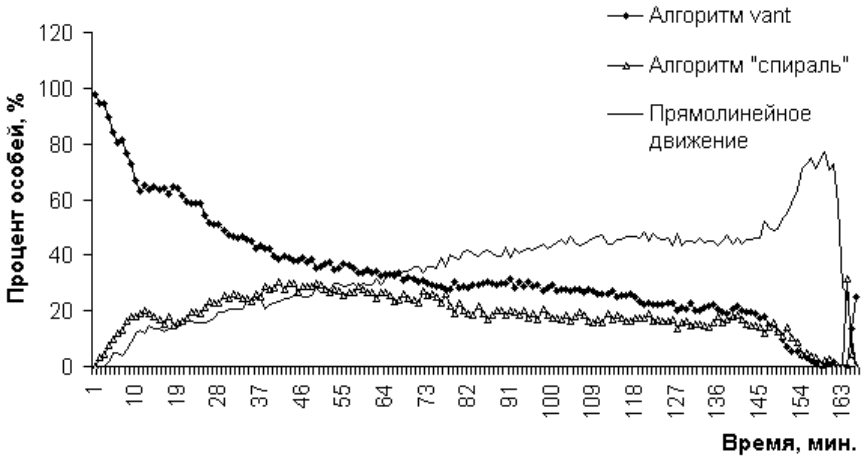


Рис. 3 Преобладающие генотипы (первая часть эксперимента)

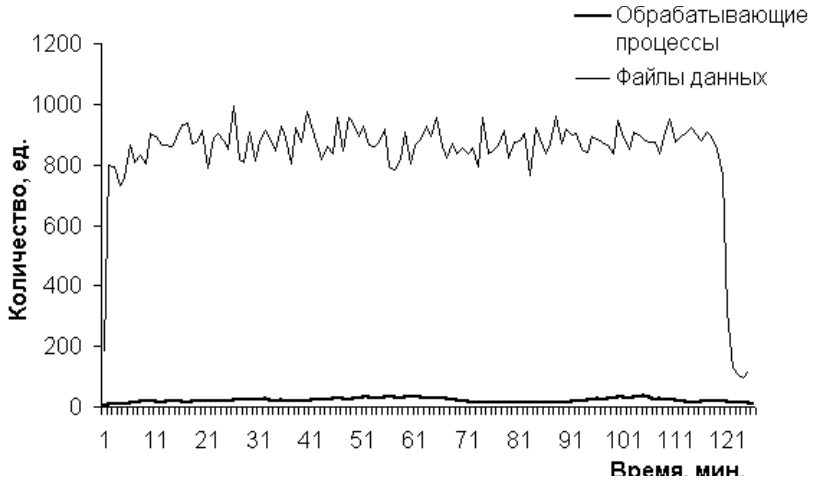


Рис. 4 Изменение количества файлов данных и обрабатывающих процессов (вторая часть эксперимента)

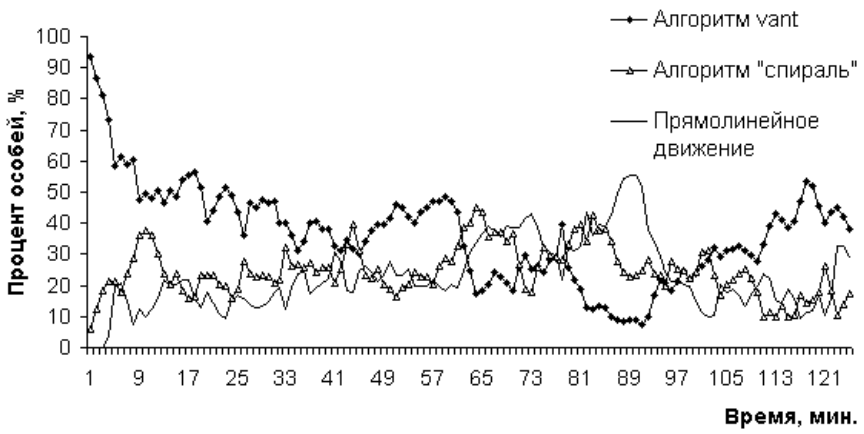


Рис. 5 Преобладающие генотипы (вторая часть эксперимента)

В случае первой части эксперимента (рис. 2, 3) данные характеристики потоков данных устойчивы во времени, распределению источников данных в пространстве присуща упорядоченность, что обусловливает эволюционные преимущества цифровых организмов с алгоритмом перемещения вдоль любой из осей координат. Особь с данным типом поведения гарантированно встречает на своем пути хотя бы один источник данных, а значит, находит «пищу». Количество подобных особей со временем неуклонно увеличивается и в модели начинает выделяться доминирующий генотип.

Результаты второй части эксперимента позволяют говорить о том, что апериодические колебания численности файлов исходных данных в модели приводят, во-первых, к существенному снижению количества цифровых организмов в модели по сравнению с полученной в первой части эксперимента; во-вторых, к невозможности формирования безусловно доминирующего генотипа, хотя наиболее вероятным кандидатом на эту роль оказывается исходный «дикий» тип с алгоритмом перемещения vant.

Следует отметить, что в обеих частях эксперимента преобладали «дикий» тип и две его вариации, отличающиеся только реализацией алгоритмов перемещения, хотя в эксперименте допускались и другие мутации. На рисунках 3 и 5 приведены графики именно для «дикого» типа и его преобладающих вариаций. Прочие генотипы были менее устойчивы, их появление чередовалось с полным исчезновением.

Хотя и в первой, и во второй частях эксперимента источники данных функционировали в течение 120 мин, продолжительность первой части эксперимента составила 167 мин, а продолжительность второй части составила 126 мин. Подобное различие объясняется тем, что в первой части эксперимента возникали очереди к выходным логическим каналам, и особи простаивали в очередях, не теряя баллы.

Заключение

Результаты эксперимента, рассмотренного в данной статье, доказывают наличие у мобильных эволюционирующих программ, созданных на основе модели биоценоза, следующих свойств:

– способность к адаптации поведения и самоорганизации;

– способность к сохранению семантической целостности и практической значимости даже в условиях выполнения генетических операций над программным кодом;

– управляемость поведения коллективов программ.

Все это свидетельствует о возможности применения эволюционирующих программ, созданных на основе модели биоценоза, в практических целях.

Список литературы

1. **Гофф, М. К.** Сетевые распределенные вычисления: достижения и проблемы / М. К. Гофф ; пер. с англ. – М. : КУДИЦ-ОБРАЗ, 2005. – 320 с.
2. **Кольчугина, Е. А.** Моделирование биоценозов / Е. А. Кольчугина // Новые информационные технологии и системы : труды VI Международной научно-технической конференции (г. Пенза, 17–19 июня 2004). – Пенза : Изд-во ПГУ, 2004. – С. 240–246.
3. **Turing, A. M.** Computing Machinery and Intelligence / A. M. Turing // Mind (A Quarterly Review Of Psychology And Philosophy). – 1950. – Vol. LIX. – № 236. – October. – P. 433–460.
4. **Koza, J. R.** Genetic Programming: Biologically Inspired Computation That Creatively Solves Non-Trivial Problems / J. R. Koza, F. H. Bennett, D. Andre, M. A. Keane // Evolution as Computation, DIMACS Workshop, Princeton, January 1999. – Heidelberg : Springer-Verlag, 2001. – P. 15–44.
5. **Thearling, K.** Evolving Multi-Cellular Artificial Life / K. Thearling, T. S. Ray // Artificial Life IV Conference Proceedings. – Cambridge : The MIT Press, 1994. - P. 283–288.
6. **Adami, C.** On Modelling Life / C. Adami // Artificial Life IV, Proceedings of the Forth International Workshop on Synthesis and Simulation of Living Systems / Eds. R. A. Brooks, P. Maes. – Cambrige, MA : MIT Press, 1994. – P. 269–276.
7. **Adami, C.** Evolutionary Learning in the 2d Artificial Life System “Avida” / C. Adami, T. Brown // Artificial Life IV, Proceedings of the Forth International Workshop on Synthesis and Simulation of Living Systems / Eds. R. A. Brooks, P. Maes. – Cambrige, MA : MIT Press, 1994. - P. 377–381.
8. The Darwinbots Internet Site // http://www.darwinbots.com.

УДК 519.23.8

В. И. Волчихин, Е. Н. Прошкина

ЗАДАЧА НЕЧЕТКОЙ КЛАСТЕРИЗАЦИИ ДАННЫХ МОНИТОРИНГА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ

Предлагается алгоритм решения задачи кластеризации при анализе деятельности преподавателей с учетом размытости границ формируемых подмножеств. Приводится пример решения задачи кластеризации в среде математического пакета Mathcad.

В настоящее время во многих вузах страны используется рейтинговая оценка деятельности преподавателей как способ выявления их компетентности, знаний и опыта [1]. Целью рейтинговой оценки деятельности преподавателей университета с последующим поощрением лучших является стимулирование роста квалификации и профессионализма, развития творческой инициативы, эффективности педагогической и научной работы преподавателей, что позволяет повысить качество образовательных услуг, предоставляемых университетом, и престижность вуза [2].

В статье обсуждается постановка и решение задачи нечеткой кластеризации данных мониторинга деятельности преподавателей вуза. Приводятся результаты решения задачи нечеткой кластеризации средствами математического пакета Mathcad.

В рейтинговой оценке принимают участие все преподаватели вуза, включая совместителей. Для обеспечения сравнимости результатов предусматриваются квалификационные категории преподавателей: все преподаватели, профессора, доценты, старшие преподаватели (преподаватели), ассистенты. В данном случае границы формируемых классов четко определены. Иногда для поиска закономерностей в данных необходимо сформировать кластеры, границы которых размыты. Эта размытость состоит в том, что переход от принадлежности к непринадлежности элементов к данным классам скорее постепенен, чем скачкообразен [3]. В данном случае следует применять методы нечеткой кластеризации.

В случае рейтинговой оценки деятельности преподавателей выборку для кластеризации могут составлять преподаватели одной кафедры, одного факультета или всего университета в целом. Обозначим множество объектов кластеризации как $A=\{a_1, a_2, ..., a_n\}$. Конечное множество признаков или атрибутов $P=\{p_1,\ p_2, ..., p_q\}$, где n – общее количество объектов; q – общее количество измеримых признаков объектов.

Для каждого объекта кластеризации (преподавателя) измерены все признаки множества P в некоторой количественной шкале. Каждому из элементов $a_i \in A$ поставлен в соответствие вектор $x_i=(x_1^i, x_2^i, ..., x_q^i)$, где x_j^i – количественное значение признака $p_j \in P$ для объекта $a_i \in A$. Векторы значений признаков $x_i=(x_1^i, x_2^i, ..., x_q^i)$ удобно представить в виде так называемой матрицы данных D размерности $(n \times q)$, каждая строка которой равна значению вектора x_i. Требуется на основе исходных данных определить такое не-

четкое разбиение $\Re(\tilde{A}) = \{\tilde{A}_k \mid \tilde{A}_k \subseteq \tilde{A}\}$ множества $\tilde{A} = A$ на заданное число c нечетких кластеров $\tilde{A}_k$ $\left(k \in \{2, ..., c\}\right)$, которое доставляет экстремум некоторой целевой функции $f(\Re(\tilde{A}))$ среди всех нечетких разбиений.

Предположим, что искомые нечеткие кластеры представляют собой нечеткие множества $\tilde{A}_k$, образующие нечеткое разбиение исходного множества объектов кластеризации $\tilde{A} = A$, для которого

$$\sum_{k=1}^{c} \mu_{\tilde{A}_k}(a_i) = 1 \ (\forall a_i \in A), \tag{1}$$

где c – общее количество нечетких кластеров $\tilde{A}_k$ $\left(k \in \{2, ..., c\}\right)$, которое считается предварительно заданным $(c \in N,\ c > 1)$; $\mu_{\tilde{A}_k}$ – функция принадлежности объекта кластеризации a_i нечеткому кластеру $\tilde{A}_k$.

Для каждого нечеткого кластера рассчитаем центры ν_k по каждому из признаков по формуле

$$\nu_j^k = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\mu_{\tilde{A}_k}(a_i))^m \cdot x_j^i}{\sum_{i=1}^{n} (\mu_{\tilde{A}_k}(a_i))^m} \ (\forall k \in \{2, ..., c\},\ \forall p_j \in P), \tag{2}$$

где m – некоторый параметр, называемый экспоненциальным весом и равный некоторому действительному числу $(m > 1)$.

В качестве целевой функции будем рассматривать сумму квадратов взвешенных отклонений координат объектов кластеризации от центров искомых нечетких кластеров:

$$f(\tilde{A}_k, \nu_j^k) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{c} (\mu_{\tilde{A}_k}(a_i))^m \sum_{j=1}^{q} (x_j^i - \nu_j^k)^2 . \tag{3}$$

Таким образом, задача нечеткой кластеризации может быть сформулирована следующим образом: для заданных исходных данных D, количества нечетких кластеров c $(c \in N,\ c > 1)$, параметра m определить матрицу U значений функций принадлежности объектов кластеризации $a_i \in A$ нечетким кластерам $\tilde{A}_k$ $\left(k \in \{2, ..., c\}\right)$, которые доставляют минимум целевой функции (3).

Решим задачу нечеткой кластеризации с помощью алгоритма нечетких *c*-средних (FCM, Fuzzy C-Means). Предварительно зададим количество искомых нечетких кластеров c $(c \in N,\ c > 1)$, максимальное количество итераций алгоритма s $(s \in N)$, параметр сходимости алгоритма ε $(\varepsilon \in R_+)$, экспоненциальный вес расчета целевой функции и центров кластеров m (как правило, $m = 2$), некоторое исходное нечеткое разбиение $\Re(\tilde{A}) = \{\tilde{A}_k \mid \tilde{A}_k \subseteq \tilde{A}\}$ на c непустых нечетких кластеров, которые описываются совокупностью

функций принадлежности $\mu_k(a_i)$ $\left(\forall k \in \{2, ..., c\},\ \forall a_i \in A\right)$. Возможный вид функций принадлежности приведен на рисунке 1.

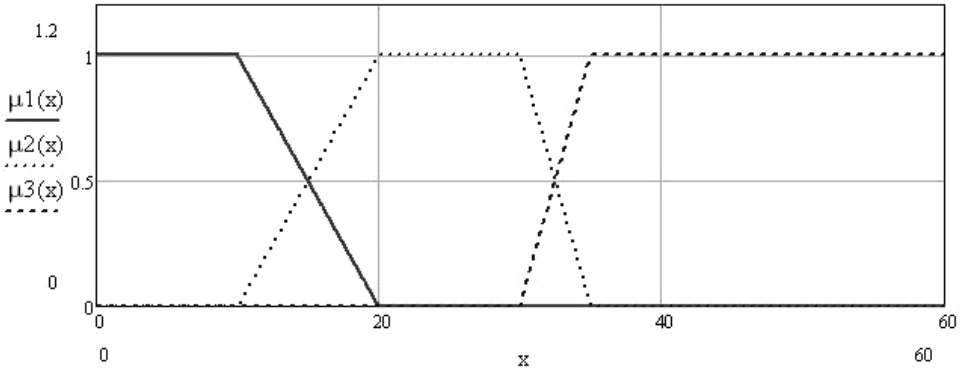


Рис. 1

Значение функции принадлежности для каждого объекта $a_i \in A$ рассчитывается исходя из правила формирования кластеров. Например, по результатам рейтинговой оценки преподавателей необходимо выделить следующие кластеры: преподаватели, у которых активностная составляющая рейтинга превышает квалификационную; преподаватели, у которых квалификационная составляющая рейтинга превышает активностную и пр. На рисунке 2 приводится фрагмент программы в среде Mathcad, позволяющей рассчитать значение функции принадлежности.

```
μ := | for i ∈ 0,1..(n − 1)
     |   | if M_low_K(D_i,1) > 0 ∧ (M_high_A(D_i,0) > 0 ∨ M_sred_A(D_i,0) > 0)
     |   |   | μ_i,0 ← min(max(M_high_A(D_i,0), M_sred_A(D_i,0)), M_low_K(D_i,1))
     |   |   | μ_i,0
     |   | μ_i,0 ← 0  otherwise
     |   | if (M_high_K(D_i,1) > 0 ∨ M_sred_K(D_i,1) > 0) ∧ M_low_A(D_i,0) > 0
     |   |   | μ_i,1 ← min(M_low_A(D_i,0), max(M_high_K(D_i,1), M_sred_K(D_i,1)))
     |   |   | μ_i,1
     |   | μ_i,1 ← 0  otherwise
     |   | μ_i,2 ← 1 − (μ_i,0 + μ_i,1)
     | μ
```

Рис. 2

Для исходного нечеткого разбиения $\Re(\tilde{A}) = \{\tilde{A}_k \mid \tilde{A}_k \subseteq \tilde{A}\}$ по формуле (2) рассчитаем центры нечетких кластеров ν_j^k $(\forall k \in \{2, ..., c\},\ \forall p_j \in P)$ и значение целевой функции $f(\tilde{A}_k, \nu_j^k)$ по формуле (3). Количество выполненных итераций положим равным единице. Сформируем новое нечеткое раз-

биение $\Re'(\tilde{A}) = \{\tilde{A}_k \mid \tilde{A}_k \subseteq \tilde{A}\}$ исходного множества объектов кластеризации A на c непустых нечетких кластеров, рассчитаем центры кластеров и значение целевой функции. Повторим данную последовательность в цикле. Если количество выполненных итераций превышает заданное число s или же модуль разности $\left| f(\tilde{A}_k, \nu_j^k) - f'(\tilde{A}_k, \nu_j^k) \right| \le \varepsilon$, т.е. не превышает значения параметра сходимости алгоритма ε, то в качестве искомого результата нечеткой кластеризации принимаем нечеткое разбиение $\Re'(\tilde{A}) = \{\tilde{A}_k \mid \tilde{A}_k \subseteq \tilde{A}\}$ и заканчиваем выполнение алгоритма.

Результатом работы данного алгоритма является нечеткое разбиение множества преподавателей на кластеры (рис. 3; таблица 1).

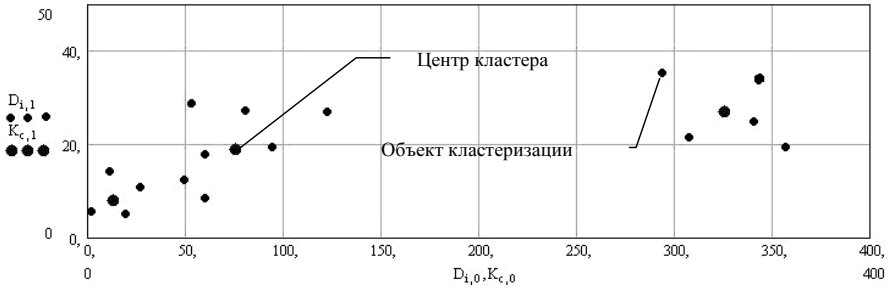


Рис. 3

Таблица 1

1-й кластер:

Преподаватель	Степень принадлежности
Иванова Мария Александровна	0,84
Петров Павел Иванович	0,77
Сидоров Илья Владимирович	0,95
Ромашов Андрей Николаевич	0,87

2-й кластер:

Преподаватель	Степень принадлежности
Кобрышева Галина Владиславовна	0,998
Голубева Елена Михайловна	0,867
Болгова Ирина Анатольевна	0,932
Кошкина Марина Александровна	0,905
Богрова Галина Викторовна	0,999
Нуждина Наталья Николаевна	0,851

3-й кластер:

Преподаватель	Степень принадлежности
Арсенова Лидия Ивановна	0,951
Вергеев Ринат Ильдусович	0,721
Золотова Татьяна Владимировна	0,896
Казарина Ирина Анатольевна	0,976
Меркулова Татьяна Александровна	0,996

В пределах полученных групп возможна дальнейшая обработка данных: ранжирование преподавателей, вычисление средних значений и т.д.

Таким образом, алгоритм нечеткой кластеризации как инструмент предварительного или разведочного анализа данных незаменим при поиске закономерностей в больших наборах многомерных данных.

Список литературы

1. **Новаков, И. А.** Научно-методические основы и практика организации учебного процесса в вузе : учебное пособие / И. А. Новаков, Ю. В. Попов, В. Н. Подлеснов [и др.]. – Волгоград : Изд-во ВолгГТУ, 2003.
2. СТУ 151.1.50.xx-2005 Рейтинговая оценка деятельности преподавателей университета. – Пенза : Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2005.
3. **Леоненков, А. В.** Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH / А. В. Леоненков. – СПб. : БХВ-Петербург, 2003.

ЭЛЕКТРОНИКА, ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И РАДИОТЕХНИКА

УДК 621.396.6

О. А. Голованов, Г. С. Макеева, А. А. Туманов

ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕКОМПОЗИЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ АВТОНОМНЫХ БЛОКОВ С КАНАЛАМИ ФЛОКЕ НА ОСНОВЕ ЛИНЕАРИЗАЦИИ ИХ ДЕСКРИПТОРОВ[1]

Разработан итерационный метод рекомпозиции нелинейных универсальных автономных блоков в виде прямоугольного волновода с каналами Флоке (УБФ) на основе линеаризации их дескрипторов. На каждом шаге нелинейные УБФ в декомпозиционной схеме устройства СВЧ заменяются на линеаризованные УБФ с дескрипторами в виде матриц рассеяния, а затем осуществляется их рекомпозиция. Методом нелинейных УБФ проведено математическое моделирование связанных полосковых линий (СПЛ) с нелинейной диэлектрической нерегулярностью, базирующееся на решении трехмерной нелинейной задачи дифракции.

Введение

Матрицы рассеяния, традиционно используемые в качестве дескрипторов устройств СВЧ, не пригодны для математического описания устройств СВЧ с включениями сред, обладающих сильной степенью нелинейности. В настоящее время разработаны лишь методы декомпозиции и рекомпозиции автономных блоков (АБ) с линейной средой заполнения с дескрипторами в виде многоканальных многомодовых матриц рассеяния [1].

Дескрипторы универсальных блоков в виде прямоугольного параллелепипеда с нелинейной средой заполнения и виртуальными каналами Флоке (УБФ) как математические описания в виде систем нелинейных уравнений, связывающих коэффициенты падающих и отраженных мод на виртуальных каналах УБФ [2], определены в [3].

Целью данной работы является разработка методов декомпозиции и рекомпозиции нелинейных УБФ для математического моделирования устройств СВЧ с нелинейными средами на электродинамическом уровне строгости.

1. Рекомпозиция нелинейных автономных блоков с виртуальными каналами Флоке

При рекомпозиции нелинейных УБФ, а также линейных УБФ с нелинейными в декомпозиционной схеме устройства СВЧ необходимо решать системы нелинейных уравнений [3]:

$$c^{-}_{k(\alpha)}(\omega_m) = F_{k(\alpha)}(\omega_m; c^{+}),\ \alpha = 1, 2, ..., 6,\ k = 1, 2, ..., N_\alpha,\ m = \pm 1, 2, ..., \pm M\ , \quad (1)$$

[1] Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, грант № 05-08-33503.

где N_α – число учитываемых нормальных волн в α-м виртуальном канале; M – число учитываемых комбинационных частот; c^+ – аргумент, который определен на множестве $\left\{c^+_{1(1)}(\omega_1), c^+_{1(2)}(\omega_1), ..., c^+_{n(\beta)}(\omega_l), ..., c^+_{N_\beta(6)}(\omega_M)\right\}$.

Системы нелинейных уравнений (1), устанавливающие связь между коэффициентами $c^+_{n(\beta)}(\omega_l)$ падающих и отраженных $c^-_{k(\alpha)}(\omega_m)$ волн на виртуальных каналах Флоке, являются дескрипторами нелинейного УБФ (дескрипторами линейных УБФ, устанавливающими связь между коэффициентами $c^+_{n(\beta)}(\omega_l)$ и $c^-_{k(\alpha)}(\omega_m)$, являются матрицы рассеяния [1]).

Функции $F_{k(\alpha)}(\omega_m; c^+)$ описывают нелинейную трансформацию волн в нелинейном УБФ и могут быть использованы в качестве его дескриптора.

Решение системы нелинейных уравнений (1) – это достаточно сложная и трудно алгоритмизируемая вычислительная процедура. В данной работе предложен итерационный метод рекомпозиции нелинейных УБФ на основе линеаризации их дескрипторов. На каждом шаге нелинейные УБФ в декомпозиционной схеме устройства СВЧ заменяются на линеаризованные УБФ с дескрипторами в виде матриц рассеяния S_H, а затем осуществляется их рекомпозиция.

Нелинейные функции $F_{k(\alpha)}(\omega_m; c^+)$ в (1) разложим в ряд Тейлора:

$$c^-_{k(\alpha)}(\omega_m) = F_{k(\alpha)}(\omega_m; c^+_0) + \\ + \sum_{l=1}^{M}\sum_{\beta=1}^{L}\sum_{n=1}^{N_\beta} \frac{\partial F_{k(\alpha)}(\omega_m; c^+_0)}{\partial c^+_{n(\beta)}(\omega_l)} (c^+_{n(\beta)}(\omega_l) - c^{+0}_{n(\beta)}(\omega_l)) + ... \tag{2}$$

где M – число учитываемых комбинационных частот; L – число виртуальных каналов; N_β – число типов волн, учитываемых в β-м виртуальном канале.

Учитывая в ряде Тейлора (2) члены до первых частых производных включительно, линеаризуем нелинейную зависимость между коэффициентами $c^+_{n(\beta)}(\omega_m)$ и $c^-_{k(\alpha)}(\omega_m)$, представив ее в следующем виде:

$$C^- = C^-_\Sigma + S_H C^+, \tag{3}$$

где $C^-_\Sigma = C^-_0 - S_H C^+_0$.

Матрицы-столбцы C^+_0, C^-_0, C^+, C^- составлены соответственно из элементов $\left\{c^{+0}_{n(\beta)}(\omega_l)\right\}$, $\left\{F_{k(\alpha)}(\omega_m; c^+_0\right\}$, $\left\{c^+_{n(\beta)}(\omega_l)\right\}$, $\left\{c^-_{k(\alpha)}(\omega_m)\right\}$. Матрица рассеяния S_H скомпонована по комбинационным частотам, входным каналам, типам волн; ее элементы вычисляются следующим образом:

$$S^{\alpha\beta}_{kn}(\omega_m, \omega_l) = \frac{\partial F_{k(\alpha)}(\omega_m; c^+_0)}{\partial c^+_{n(\beta)}(\omega_l)}. \tag{4}$$

Матрица-столбец C_{Σ}^{-} состоит из элементов $\left\{c_{\Sigma k(\alpha)}^{-}(\omega_m)\right\}$ и скомпонована так же, как и матрицы-столбцы C^{-}, C_0^{-}.

На рисунке 1 показана декомпозиционная схема замещения нелинейного УБФ линеаризованным с дескриптором в виде матрицы рассеяния S_H. Линеаризованные УБФ включаются в декомпозиционную схему через фиктивные АБ V, W, которые имеют следующие матрицы рассеяния:

$$S_V = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad S_W = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix},$$

где $\mathbf{I}$ – единичная матрица, $\mathbf{0}$ – нулевая матрица.

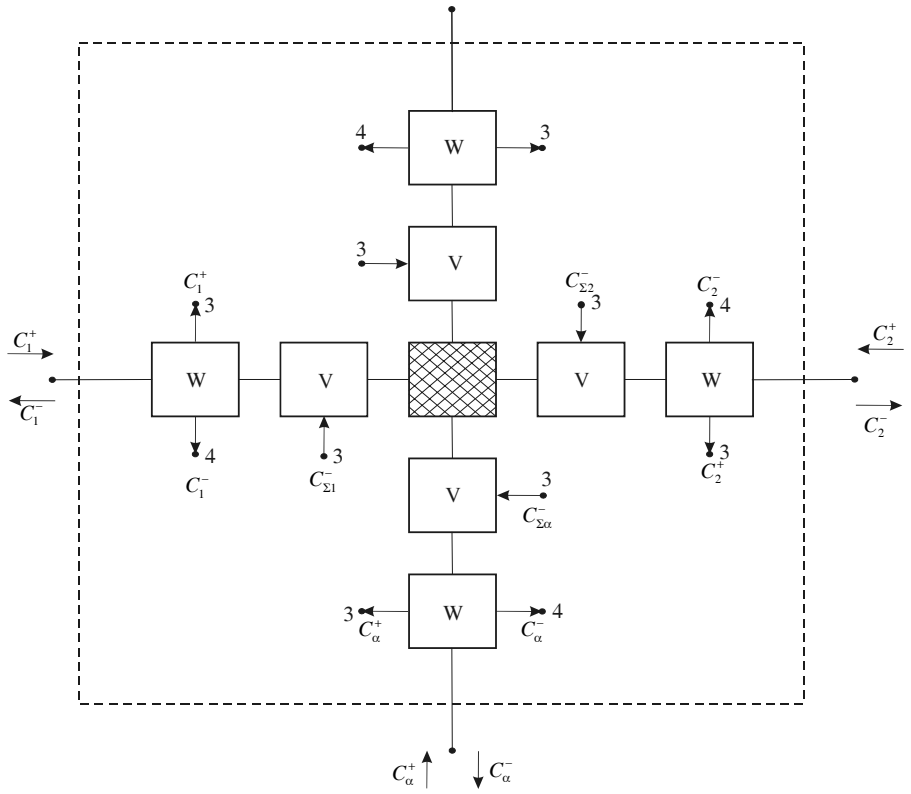


Рис. 1 Декомпозиционная схема замещения нелинейного УБФ линеаризованным с включением его через фиктивные автономные блоки

Включение АБ V и W позволяет осуществить доступ к элементам соответственно матрицы-столбца C_{Σ}^{-}, и матриц-столбцов C^{+}, C^{-}, что необходимо для организации и контроля сходимости итерационного процесса.

Итерационный процесс рекомпозиции нелинейных УБФ состоит в следующем. Задав начальные приближения для c_0^{+}, определяем из (4) элементы

матрицы рассеяния S_H и матрицы-столбца C_{Σ}^{-} для всех нелинейных УБФ, входящих в декомпозиционную схему устройства СВЧ. Объединяя в декомпозиционной схеме дескрипторы в виде матриц рассеяния S_H линеаризованных УБФ, получаем суммарную матрицу рассеяния волноводного трансформатора (устройства СВЧ) на первой итерации. Зная коэффициенты падающих волн во входных каналах волноводного трансформатора и элементы матрицы-столбца C_{Σ}^{-}, определяем коэффициенты отраженных волн в каналах волноводного трансформатора и элементы матриц-столбцов C^{+}, C^{-} в виртуальных каналах Флоке (выходы 3, 4 фиктивных АБ W).

Если значения элементов матриц-столбцов C^{+} и C^{-} удовлетворяют с заданной точностью нелинейным уравнениям (1), то вычислительный процесс заканчивается. Если не удовлетворяют, то переходим к следующей итерации, на которой элементы матрицы рассеяния S_H и матрицы-столбца C_{Σ}^{-} определяются при начальном приближении $C_0^{+} = C^{+}$ из (3), (4), и процесс рекомпозиции линеаризованных УБФ в декомпозиционной схеме повторяется. На последней итерации вычисленные коэффициенты отраженных волн в каналах волноводного трансформатора являются решением исходной задачи дифракции.

2. Математическое моделирование нелинейных устройств СВЧ методом нелинейных автономных блоков с виртуальными каналами Флоке

Формально декомпозиционный подход на основе нелинейных УБФ незначительно отличается от подхода на основе линейных УБФ. Посредством декомпозиции устройство СВЧ расчленяется условными границами на линейные и нелинейные УБФ. Затем составляется декомпозиционная схема устройства СВЧ, которая определяет порядок соединения УБФ между собой и служит источником данных при составлении формализованного задания для системы автоматизированного моделирования устройств СВЧ [1].

На рисунке 2 показана связанная полосковая линия (СПЛ) с нерегулярностью, имеющей нелинейную электропроводность. На сечение s_1 падают две волны основного (нечетного) типа с частотами $f_1 = 18{,}0$ ГГц и $f_1 = 18{,}36$ ГГц. Первая волна в точке наблюдения 6 имеет амплитуду $c_{1(1)}^{+}(\omega_1) = 100$ В/мм, вторая – $c_{1(1)}^{+}(\omega_2) = 0{,}1$ В/мм. К нелинейной среде (область 4) приложено постоянное электрическое поле, напряженность которого в точке наблюдения 7 равна $E(\omega_0) = 100$ В/мм.

Электрическое поле $E(\omega_0)$ определялось из решения электродинамической задачи для поперечной компоненты электрического поля собственной волны основного (нечетного) типа в СПЛ при $f_{\min} = 0{,}1$ ГГц (для построения единообразного вычислительного алгоритма электростатическая задача рассматривалась как предельный случай электродинамической задачи при $\omega_{\min} \to 0$ [7], при уменьшении $f_{\min}$ результаты расчета практически не из-

менялись). Экран в математическую модель введен условно – для определения собственных волн СПЛ. Размеры экрана выбраны достаточно большими, так что его влиянием на результаты расчетов можно пренебречь [8].

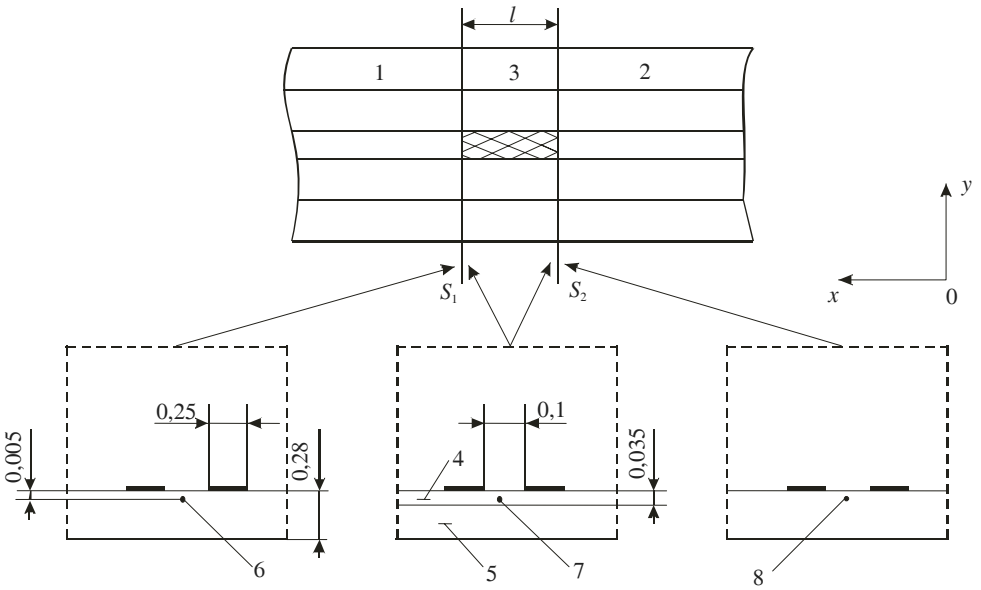


Рис. 2 Связанная полосковая линия с нерегулярностью, имеющей нелинейную электропроводность: 1, 2 – регулярные СПЛ; 3 – неоднородность; 4 – пленка с нелинейной электропроводностью: $\varepsilon = 12{,}5$; $G(|\vec{E}|) = 8{,}16 \cdot 10^{-6} |\vec{E}| + 2{,}784 \cdot 10^{-15} \cdot |\vec{E}|^3$, $E\left[\frac{\text{В}}{\text{м}}\right], G\left[\frac{1}{\text{Ом} \times \text{м}}\right]$; 5 – диэлектрическая подложка $\varepsilon = 12{,}5$; 4,5 – $\mu = 1$; 6–8 – точки наблюдения электрического поля

На поперечном сечении СПЛ с нелинейной нерегулярностью расчленялась на 15 УБФ (из них 3 УБФ между и под полосковыми проводниками СПЛ – нелинейные). В математической модели учитывались следующие комбинационные частоты:

$$\omega_1 = 1\omega_1 + 0\omega_2;\ \omega_2 = 0\omega_1 + 1\omega_2;\ \omega_3 = -1\omega_1 + 1\omega_2;$$

$$\omega_4 = 2\omega_1 + 0\omega_2;\ \omega_5 = 1\omega_1 + 1\omega_2;\ \omega_6 = 2\omega_1 - 1\omega_2.$$

Число базисных функций для нелинейных УБФ выбиралось равным $q = 72$ (типа $E - 26$, типа $H - 26$, потенциальных – 20). В виртуальных каналах Флоке линейных и нелинейных УБФ учитывалось 24 типа волн. Виртуальные каналы Флоке с регулярными СПЛ 1, 2 «сшивались» с помощью двух дополнительных линейных УБФ [5], при этом собственные волны СПЛ (учитывалось три типа) определялись методом линейных УБФ [4].

Результаты электродинамического расчета амплитуд $c^{-}_{k(\alpha)}(\omega_m)$ отраженных (на сечениях S_1, S_2) волн основного (нечетного) типа СПЛ разностной частоты ω_3 (кривые 5, 6) и удвоенной частоты ω_4 (кривые 7, 8) в зависимости от длины l нерегулярности с нелинейной электропроводностью

приведены на рисунке 3, где для сравнения представлены также зависимости (кривые 1–4) амплитуд $c^{+}_{1(1)}(\omega_1)$ отраженных (на сечениях S_1, S_2) волн с частотами ω_1 и ω_2. При $l < 0{,}05$ мм, когда напряженность электрического поля на частоте ω_1 внутри нелинейной области достаточно велика (и поэтому степень нелинейности проводимости среды относительно высокая), происходит эффективное нелинейное преобразование и возбуждение волн на разностной ω_3 (кривые 5, 6) и удвоенной ω_4 (кривые 7, 8) частотах. При увеличении длины l нелинейно проводящего включения эффективность преобразования частоты снижается, и при $l > 0{,}08$ мм амплитуды возбужденных волн на комбинационных частотах ω_3 и ω_4 становятся меньше, т.к. напряженности электрического и магнитного полей взаимодействующих волн с частотами ω_1 и ω_2 уменьшаются из-за омических потерь.

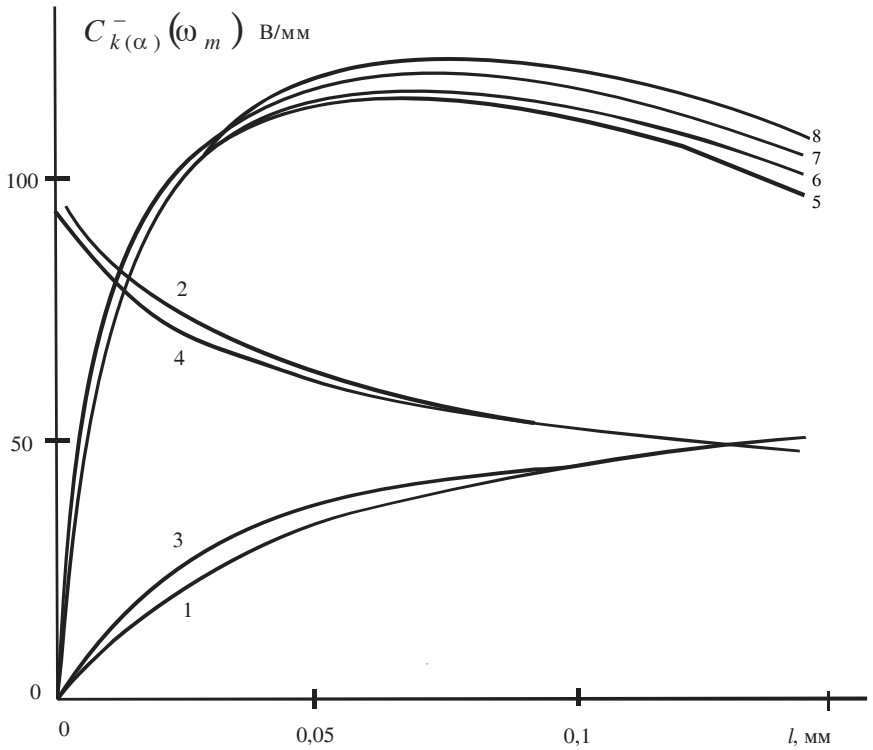


Рис. 3 Эффективность преобразования частоты на нелинейной электропроводности в СПЛ в зависимости от длины l неоднородности: кривые 1 – $\left|C^{-}_{1(1)}(\omega_1)\right|$; 2 – $\left|C^{-}_{1(2)}(\omega_1)\right|$; 3 – $10^{-3}\cdot\left|C^{-}_{1(1)}(\omega_2)\right|$; 4 – $10^{-3}\cdot\left|C^{-}_{1(2)}(\omega_2)\right|$; 5 – $2\cdot10^{-4}\cdot\left|C^{-}_{1(1)}(\omega_3)\right|$; 6 – $2\cdot10^{-4}\cdot\left|C^{-}_{1(2)}(\omega_3)\right|$; 7 – $10^{-1}\cdot\left|C^{-}_{1(1)}(\omega_4)\right|$; 8 – $10^{-1}\cdot\left|C^{-}_{1(2)}(\omega_4)\right|$; $C^{+}_{1(1)}(\omega_1) = 100$ в/мм; $C^{+}_{1(1)}(\omega_2) = 0{,}1$ в/мм; $E(\omega_0) = 100$ в/мм

На рисунке 4 приведены результаты электродинамического расчета амплитуды $c^{-}_{1(2)}(\omega_3)$ отраженной (на сечении S_2) волны основного (нечетно-

го) типа разностной частоты ω_3 в СПЛ с нерегулярностью, обладающей нелинейной электропроводностью, в зависимости от амплитуды $c^{+}_{1(1)}(\omega_1)$ падающей волны первой временной гармоники. Аналогичный расчет был проведен в [2] альтернативным методом поперечных сечений [6] на основе декомпозиционного подхода. По степени совпадения результатов расчета этими различными вычислительными алгоритмами можно судить о достоверности полученных результатов математического моделирования.

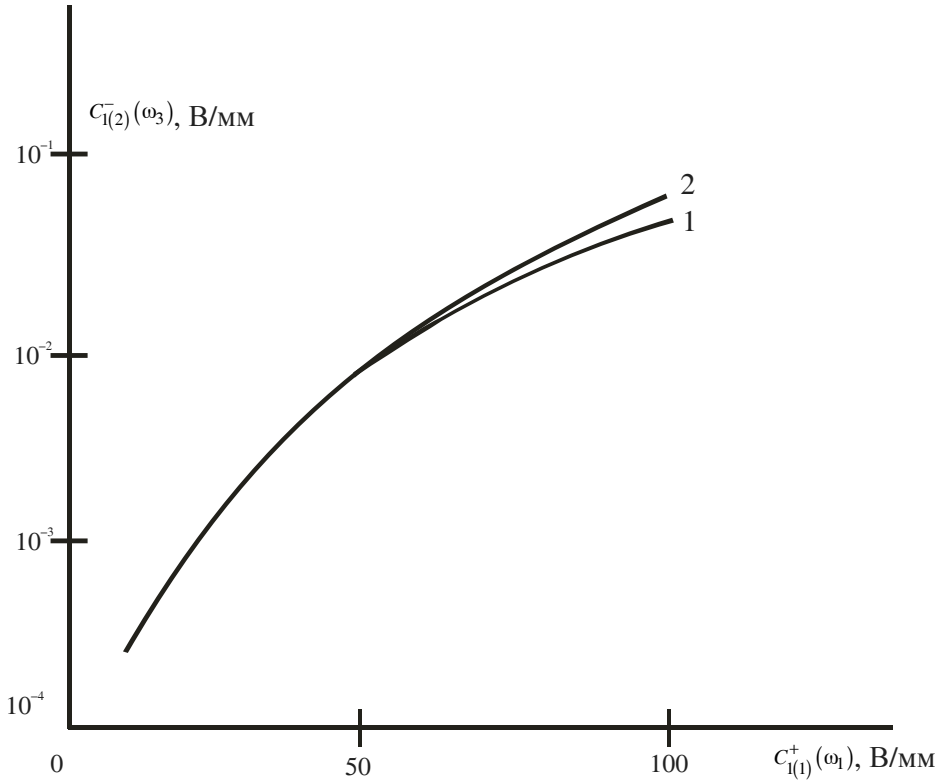


Рис. 4 Эффективность преобразования частоты в зависимости от амплитуды $c^{+}_{1(1)}(\omega_1)$ падающей волны: $l = 0{,}06$ мм; $C^{+}_{1(1)}(\omega_1) = 0{,}1$ в/мм; $E(\omega_0) = 100$ в/мм; 1 – метод нелинейных УБФ; 2 – результат из [2]

Заключение

Методы декомпозиции и рекомпозиции нелинейных УБФ в электродинамике являются пионерскими, т.к. традиционно используемые в качестве дескрипторов линейных АБ многоканальные многомодовые матрицы рассеяния не пригодны для математического описания структур и устройств СВЧ с включениями сильно нелинейных сред. Впервые итерационным методом получены дескрипторы нелинейных устройств СВЧ на электродинамическом уровне строгости как результат рекомпозиции на основе линеаризации дескрипторов нелинейных УБФ в виде систем нелинейных уравнений, связывающих коэффициенты падающих и отраженных мод на виртуальных каналах УБФ.

Разработанный декомпозиционный метод на основе нелинейных УБФ и реализующие его вычислительные алгоритмы позволяют в полной мере строить адекватные математические модели электродинамического уровня и проектировать нелинейные устройства СВЧ [9] без экспериментальной подгонки.

Список литературы

1. **Никольский, В. В.** Декомпозиционный подход к задачам электродинамики / В. В. Никольский, Т. И. Никольская. – М. : Наука, 1983. – 304 с.
2. **Голованов, О. А.** Декомпозиционные вычислительные методы решения краевых задач для нелинейных уравнений Максвелла / О. А. Голованов. – Пенза : ПАИИ, 2004.
3. **Голованов, О. А.** Построение дескрипторов нелинейных универсальных автономных блоков с каналами Флоке итерационным методом на основе проекционной модели / О. А. Голованов, Г. С. Макеева, А. А. Туманов. // Известия вузов. Поволжский регион. – 2006. – № 5 (26). – С. 157. – (Естественные науки).
4. **Голованов, О. А.** Электродинамический анализ устройств и систем сверхвысоких частот на основе универсальных автономных блоков с каналами Флоке / О. А. Голованов, Г. С. Макеева // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2005. – 8 т. – № 4. – С. 10–18.
5. **Голованов, О. А.** Электродинамический анализ полосково-щелевых линий с гиротропными нелинейными средами / О. А. Голованов // Радиотехника и электроника. – 1991. – 36 т. – № 3. – С. 467.
6. **Свешников А. Г.** // Доклады АН СССР. – 1969. – 184 т. – № 1. – С. 139–143.
7. **Макеева, Г. С.** Математическое моделирование и бифуркационный анализ нелинейных колебаний в резонаторных структурах с распределенными полупроводниковыми включениями / Г. С. Макеева, О. А. Голованов, В. Е. Любченко // Известия вузов. Поволжский регион. – 2003. – №. 3 (6). – С. 137–149. – (Естественные науки).
8. **Makeeva, G. S.** Numerical Simulation of Nonlinear and Parametric Oscillations in a Semiconductor Resonator Structure. Proceedings of PIERS 2006 / G. S. Makeeva, O. A. Golovanov, M. Pardavi-Horvath // The Electromagnetics Academy, Cambridge. – Cambridge, 2006. – P. 416-420. – ISBN: 1-933077-08-05
9. **Makeeva, G. S.** Using Nonlinear Universal Blocks with Floket's Channels for Accurate Electromagnetic Modeling of Nonlinear Microwave Semiconductor and Ferrite Devices / G. S. Makeeva, O. A. Golovanov, M. Pardavi-Horvath // Proceedings of PIERS 2006, 2–5 Aug. – Tokyo, Japan, 2006. – № 060331054023.

УДК 629.73.08

А. М. Данилов, Э. В. Лапшин, И. А. Гарькина

ВЛИЯНИЕ ВРЕМЕННОГО ЗАПАЗДЫВАНИЯ ПРИ ИМИТАЦИОННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Предлагается аналитический метод оценки влияния запаздывания на выходные координаты при имитационном моделировании управляемых динамических систем и точный метод решения задач для рассматриваемых систем. Для решения задачи предлагается метод совершенных операторов.

Приближенные методы оценки влияния временного запаздывания на вектор выходных координат для рассматриваемых систем приводятся в [1]. Там же дается точный метод решения задачи для динамической системы, описываемой системой дифференциальных уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&\alpha'(t) = a_{11}\alpha(t) + a_{12}\omega(t) + b_1 u(t);\\
&\omega'(t) = a_{21}\alpha(t) + a_{22}\omega(t) + b_2 u(t);\\
&cu'(t) = p_1\alpha(t-\tau_1) + p_2\omega(t-\tau_2) + p_3\theta(t-\tau_2) - u(t);\\
&\theta'(t) = \omega(t);\\
&(t \ge 0),
\end{aligned}\right\}$$

где $\tau_1,\ \tau_2 > 0$ при условиях

$$\left.\begin{aligned}
&\alpha(t) = S_1(t),\ t \le 0;\\
&\omega(t) = S_2(t),\ t \le 0;\\
&\alpha(+0) = S_1(0);\\
&\omega(+0) = S_2(0);\\
&u(+0) = u_0;\\
&\theta(+0) = \int_{-\tau_2}^{0} S_2(\eta)d\eta
\end{aligned}\right\}$$

$\alpha(t)$, $\omega(t)$ – выходные координаты; $u(t)$ – управляющее воздействие.

Для решения задачи воспользуемся методом совершенных операторов [2, 3].

Произведение $\varphi * \psi$ двух функций (обращается в нуль каждая левее некоторой точки, причем одна из функций, ψ, локально абсолютно непрерывна) будем понимать в смысле продифференцированной свертки

$$\varphi * \psi = \frac{d}{dt}\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t-\eta)\psi(\eta)d\eta = \frac{d}{dt}(\varphi \times \psi) =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t-\eta)\psi'(\eta)d\eta = (\varphi \times \psi').$$

Введем $\left(\varphi(t)\right)_+ = \left\{\varphi(t),\ t>0;\ 0,\ t\le 0\right\}$, $\psi = \left[\psi(t)\right]$ – оператор типа функции $\psi(t)$.

Численные операторы γ_+, т.е. операторы типа функций $\gamma_+ = \left\{\gamma,\ t>0;\ 0,\ t\le 0\right\}$, будем здесь обозначать как числа γ. Значение оператора над функцией и произведение двух операторов также обозначается $*$. D – оператор дифференцирования: $\varphi' = D*\left(\varphi-\varphi(+0)\right)$, где $\varphi = \left[\left(\varphi(t)\right)_+\right]$. T_τ – оператор сдвига: $T_\tau * \psi = \psi(t-\tau)$ $\left(T_0 = 1_+\right)$.

В операторной форме задача после исключения последнего уравнения запишется так:

$$\left.\begin{aligned}
&D*\left(\alpha - S_1(0)\right) = a_{11}\alpha + a_{12}\omega + b_1 u;\\
&D*\left(\omega - S_2(0)\right) = a_{21}\alpha + a_{22}\omega + b_2 u;\\
&cD*\left(u-u_0\right) = p_1 T_{\tau_1} * \left(S_1+\alpha\right) + p_2 T_{\tau_2} * \left(S_2+\omega\right) +\\
&\quad + p_3 T_{\tau_3} * D^{*-1} * \left(S_2+\omega\right) - u,
\end{aligned}\right\}$$

где

$$\alpha = \left[\left(\alpha(t)\right)_+\right],\ \omega = \left[\left(\omega(t)\right)_+\right],\ u = \left[\left(u(t)\right)_+\right],$$

$$S_1 = \left[0,\ t<-\tau_i;\ S_i(t),\ -\tau_i \le t \le 0;\ 0, t>0\right]\ \left(i=1,\ 2\right).$$

Из третьего уравнения найдем

$$u = \left(cD+1\right)^{*-1} *$$

$$*\left(cu_0 D + p_1 T_{\tau_1} * \left(S_1+\alpha\right) + p_2 T_{\tau_2} * \left(S_2+\omega\right) + p_3 T_{\tau_2} * D^{*-1} * \left(S_2+\omega\right)\right)$$

и подставим в первое и второе уравнения:

$$\left.\begin{aligned}
&D*\left(\alpha - S_1(0)\right) = a_{11}\alpha + a_{12}\omega + \left(cD+1\right)^{*-1} *\\
&*\left(cb_1 u_0 D + b_1 p_1 T_{\tau_1} * \left(S_1+\alpha\right) + b_1 p_2 T_{\tau_2} * \left(S_2+\omega\right) + b_1 p_3 T_{\tau_2} * D^{*-1} * \left(S_2+\omega\right)\right);\\
&D*\left(\omega - S_2(0)\right) = a_{21}\alpha + a_{22}\omega + \left(cD+1\right)^{*-1} *\\
&*\left(cb_2 u_0 D + b_2 p_1 T_{\tau_1} * \left(S_1+\alpha\right) + b_2 p_2 T_{\tau_2} * \left(S_2+\omega\right) + b_2 p_3 T_{\tau_2} * D^{*-1} * \left(S_2+\omega\right)\right),
\end{aligned}\right\}$$

или

$$\left.\begin{aligned}
&\left(cD^{*3} + D^{*2}\right) * \left(\alpha - S_1(0)\right) = \left(cD^{*2} + D\right) * \left(a_{11}\alpha + a_{12}\omega\right) + cb_1 u_0 D^{*2} +\\
&+ b_1 p_1 T_{\tau_1} * D * \left(S_1+\alpha\right) + b_1 p_2 T_{\tau_2} * D * \left(S_2+\omega\right) + b_1 p_3 T_{\tau_2} * \left(S_2+\omega\right);\\
&\left(cD^{*3} + D^{*2}\right) * \left(\omega - S_2(0)\right) = \left(cD^{*2} + D\right) * \left(a_{21}\alpha + a_{22}\omega\right) + cb_2 u_0 D^{*2} +\\
&+ b_2 p_1 T_{\tau_1} * D * \left(S_1+\alpha\right) + b_2 p_2 T_{\tau_2} * D * \left(S_2+\omega\right) + b_2 p_3 T_{\tau_2} * \left(S_2+\omega\right),
\end{aligned}\right\}$$

или

$$\left.\begin{aligned}
&\left(cD^{*3}+D^{*2}-ca_{11}D^{*2}-a_{11}D-b_1p_1T_{\tau_1}*D\right)*\alpha+\\
&+\left(-ca_{12}D^{\circ 2}-a_{12}D-b_1p_2T_{\tau_2}*D-b_1p_3T_{\tau_2}\right)*\omega=\\
&=cS_1(0)D^{*3}+\left(S_1(0)+cb_1u_0\right)D^{*2}+\\
&+D*\left(b_1p_1T_{\tau_1}*S_1+b_1p_2T_{\tau_2}*S_2\right)+b_1p_3T_{\tau_2}*S_2;\\
&\left(-ca_{21}D^{*2}-a_{21}D-b_2p_1T_{\tau_1}*D\right)*\alpha+\\
&+\left(cD^{*3}+D^{*2}-ca_{22}D^{*2}-a_{22}D-b_2p_2T_{\tau_2}*D-b_2p_3T_{\tau_2}\right)*\omega=\\
&=cS_2(0)D^{*3}+\left(S_2(0)+cb_2u_0\right)D^{*2}+\\
&+D*\left(b_2p_1T_{\tau_1}*S_1+b_2p_2T_{\tau_2}*S_2\right)+b_2p_3T_{\tau_2}*S_2.
\end{aligned}\right\}$$

Перейдем к матрично-векторной записи. Имеем:

$$\begin{bmatrix} cD^{*3}+D^{*2}-ca_{11}D^{*2}-a_{11}D-b_1p_1T_{\tau_1}*D & -ca_{12}D^{*2}-a_{12}D-b_1p_2T_{\tau_2}*D-b_1p_3T_{\tau_1} \\ -ca_{21}D^{*2}-a_{21}D-b_2p_1T_{\tau_1}*D & cD^{*3}+D^{*2}-ca_{22}D^{*2}-a_{22}D-b_2p_2T_{\tau_2}*D-b_2p_3T_{\tau_2} \end{bmatrix}*$$

$$*\begin{bmatrix}\alpha\\ \omega\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} cS_1(0)D^{*3}+\left(S_1(0)+cb_1u_0\right)D^{*2}+D*\left(b_1p_1T_{\tau_1}*S_1+b_1p_2T_{\tau_2}*S_2\right)+b_1p_3T_{\tau_2}*S_2 \\ cS_2(0)D^{*3}+\left(S_2(0)+cb_2u_0\right)D^{*2}+D*\left(b_2p_1T_{\tau_1}*S_1+b_2p_2T_{\tau_2}*S_2\right)+b_2p_3T_{\tau_2}*S_2 \end{bmatrix},$$

или

$$\left(cD^{*3}\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}+D^{*2}\left(\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}-c\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}\\a_{21}&a_{22}\end{bmatrix}\right)\times\right.$$

$$\left.\times D*\left(\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}\\a_{21}&a_{22}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}b_1p_1&b_1p_2\\b_2p_1&b_2p_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}T_{\tau_1}&0\\0&T_{\tau_2}\end{bmatrix}\right)-p_3T_{\tau_2}\begin{bmatrix}0&b_1\\0&b_2\end{bmatrix}\right)*\begin{bmatrix}\alpha\\\omega\end{bmatrix}=$$

$$=cD^{*3}\begin{bmatrix}S_1(0)\\S_2(0)\end{bmatrix}+D^{*2}\left(\begin{bmatrix}S_1(0)\\S_2(0)\end{bmatrix}+cu_0\begin{bmatrix}b_1\\b_2\end{bmatrix}\right)+$$

$$+D*\begin{bmatrix}b_1p_1&b_1p_2\\b_2p_1&b_2p_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}T_{\tau_1}&0\\0&T_{\tau_2}\end{bmatrix}*\begin{bmatrix}S_1\\S_2\end{bmatrix}+p_3T_{\tau_2}*S_2\begin{bmatrix}b_1\\b_2\end{bmatrix}.$$

Обозначим $E=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$ – единичная матрица, $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}\\a_{21}&a_{22}\end{bmatrix}$, $\mathbf{b}=\begin{bmatrix}b_1\\b_2\end{bmatrix}$, $Q=\begin{bmatrix}b_1p_1&b_1p_2\\b_2p_1&b_2p_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}b_1\\b_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}p_1&p_2\end{bmatrix}=\mathbf{bp}$, где $\mathbf{p}=\begin{bmatrix}p_1&p_2\end{bmatrix}$ – вектор-строка, отвечающая вектор-столбцу $\overline{\mathbf{p}}=\begin{bmatrix}p_1\\p_2\end{bmatrix}$ (Q – вырожденная матрица, ее определитель $|Q|=0$),

$$\overline{\tau}=\begin{bmatrix}\tau_1\\ \tau_2\end{bmatrix},\ T_{\overline{\tau}}=\begin{bmatrix}T_{\tau_1} & 0\\ 0 & T_{\tau_2}\end{bmatrix},\ \overline{x}=\begin{bmatrix}\alpha\\ \omega\end{bmatrix},\ \overline{S}=\begin{bmatrix}S_1\\ S_2\end{bmatrix},\ \overline{S}_0=\begin{bmatrix}S_1(0)\\ S_2(0)\end{bmatrix}.$$

Получим

$$cD^{*3}E+D^{*2}\left(E-cA\right)-D*\left(A+QT_{\overline{\tau}}\right)-p_3T_{\tau_2}\overline{b}\left[0\ \ 1\right]^{*-1}*\overline{x}=$$
$$=cD^{*3}*\overline{S}_0+D^{*2}\left(\overline{S}_0+cu_0\overline{b}\right)+D*QT_{\overline{\tau}}*S+p_3T_{\tau_2}*S_2\overline{b}.$$

Определитель матрицы, стоящей множителем при $\overline{x}$, в общем случае есть квазиполином шестой степени.

Отсюда решение задачи получится в виде

$$\overline{x}=\left(cD^{*3}E+D^{*2}\left(E-cA\right)-D*\left(A+A+QT_{\overline{\tau}}\right)-p_3T_{\tau_2}\overline{b}\left[0\ \ 1\right]^{*-1}\right)*$$
$$*\left(cD^{*3}*\overline{S}_0+D^{*2}\left(\overline{S}_0+cu\overline{b}\right)+D*QT_{\overline{\tau}}*\overline{S}+p_3T_{\tau_2}*S_2\overline{b}\right).$$

Далее ограничимся рассмотрением случая $c=0,\ p_3=0$. Тогда

$$\overline{x}=\left(DE-A-QT_{\overline{\tau}}\right)^{*-1}*\left(D\overline{S}_0+QT_{\tau}*\overline{S}\right).$$

В частности в случае отсутствия запаздывания, т.е. при $\tau_1=\tau_2=0$,

$$\overline{x}\,|_{\overline{\tau}=0}=\left(DE-A-Q\right)^{*-1}*D\overline{S}_0.$$

Так как в этом случае $T_{\overline{\tau}}=E$, $\overline{S}$ есть оператор типа вектор-функции, которая может быть отлична от нуля лишь в точке $t=0$, то

$$\left(DE-A-Q\right)^{*-1}*QT_{\overline{\tau}}*\overline{S}=\left(\left(DE-A-Q\right)^{*-1}*Q\right)*\overline{S}=0.$$

Для реализации полученного решения нужно обратить матрицу вида $DE-K$, где $K=\begin{vmatrix}k_{11} & k_{12}\\ k_{21} & k_{22}\end{vmatrix}$.

Имеем

$$\left(DE-K\right)^{*-1}=\left(D^{*2}-\left(k_{11}+k_{22}\right)*D+\left|K\right|\right)^{*-1}*\left(DE-\widehat{K}\right),$$

где $\left|K\right|$ – определитель матрицы K; $\widehat{K}=\begin{bmatrix}k_{22} & -k_{12}\\ -k_{21} & k_{11}\end{bmatrix}$ – присоединенная матрица.

Тогда

$$\overline{x}=\left(D^{*2}-\left(k_{11}+k_{22}\right)*D+\left|K\right|\right)^{*-1}*\left(DE-\widehat{K}\right)*\left(D\overline{S}_0+QT_{\overline{\tau}}*\overline{S}\right),$$

или

$$\overline{x}=\left(D^{*2}-\left(k_{11}+k_{22}\right)*D+\left|K\right|\right)^{*-1}*\left(D^{*2}\overline{S}_0+D*\left(QT_{\overline{\tau}}*\overline{S}-\widehat{K}\overline{S}_0\right)+\widehat{K}QT_{\overline{\tau}}*\overline{S}\right),$$

где $K=\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix}=A+QT_{\overline{\tau}}$;

$$\overline{x}\,|_{\overline{\tau}=0}=\left(D^{*2}-\left(k_{11}^{0}+k_{22}^{0}\right)*D+\left|K^{0}\right|\right)^{*-1}*\left(D^{*2}\overline{S}_{0}-D\widehat{K}\overline{S}_{0}\right),$$

где $K_{0}=\begin{bmatrix} k_{11}^{0} & k_{12}^{0} \\ k_{21}^{0} & k_{22}^{0} \end{bmatrix}=A+Q$;

$$|K|=\begin{vmatrix} a_{11}+b_{1}p_{1}T_{\tau_1} & a_{12}+b_{1}p_{2}T_{\tau_2} \\ a_{21}+b_{2}p_{1}T_{\tau_1} & a_{22}+b_{2}p_{2}T_{\varsigma_2} \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}+p_{1}\begin{vmatrix} b_{1}a_{12} \\ b_{2}a_{22} \end{vmatrix}T_{\tau_1}+p_{2}\begin{vmatrix} a_{11}b_{1} \\ a_{21}b_{2} \end{vmatrix}T_{\tau_2},$$

так как коэффициент при $T_{\tau_1}*T_{\tau_2}$ оказался равен $|Q|=\begin{vmatrix} b_{1}p_{1} & b_{1}p_{2} \\ b_{2}p_{1} & b_{2}p_{2} \end{vmatrix}=0$.

Аналогично

$$\left|K^{0}\right|=\begin{vmatrix} a_{11}+b_{1}p_{1} & a_{12}+b_{1}p_{2} \\ a_{21}+b_{2}p_{1} & a_{22}+b_{2}p_{2} \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}+p_{1}\begin{vmatrix} b_{1}a_{12} \\ b_{2}a_{22} \end{vmatrix}+p_{2}\begin{vmatrix} a_{11}b_{1} \\ a_{21}b_{2} \end{vmatrix}.$$

Обозначим

$$\Delta=|A|=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix},\ \Delta_{1}=\begin{vmatrix} b_{1} & a_{12} \\ b_{2} & a_{22} \end{vmatrix},\ \Delta_{2}=\begin{vmatrix} a_{11} & b_{1} \\ a_{21} & b_{2} \end{vmatrix},\ \sigma=a_{11}+a_{22}.$$

Тогда

$$|K|=\Delta+p_{1}\Delta_{1}T_{\tau_1}+p_{2}\Delta_{2}T_{\tau_2},\ \left|K^{0}\right|=\Delta+p_{1}\Delta_{1}+p_{2}\Delta_{2},$$

$$k_{11}+k_{22}=\sigma+b_{1}p_{1}T_{\tau_1}+b_{2}p_{2}T_{\tau_2},\ k_{11}^{0}+k_{22}^{0}=\sigma+b_{1}p_{1}+b_{2}p_{2},$$

$$\widehat{K}=\widehat{A}+\widehat{T}_{\overline{\tau}}\widehat{Q},\ \widehat{K}^{0}=\widehat{A}+\widehat{Q}.$$

Справедливо:

$$\overline{x}=\left(D^{*2}-\left(\sigma+b_{1}p_{1}T_{\tau_1}+b_{2}p_{2}T_{\tau_2}\right)*D+\Delta+p_{1}\Delta_{1}T_{\tau_1}+p_{2}\Delta_{2}T_{\tau_2}\right)^{*-1}*$$
$$*\left(D^{*2}\overline{S}_{0}+D*\left(QT_{\overline{\tau}}*\overline{S}\right)-\widehat{A}\overline{S}_{0}-\widehat{T}_{\overline{\tau}}\widehat{Q}\overline{S}_{0}\right)-\widehat{A}QT_{\overline{\tau}}*\overline{S}),$$

$$\overline{x}\,|_{\overline{\tau}=0}=\left(D^{*2}-\left(\sigma+b_{1}p_{1}+b_{2}p_{2}\right)*D+\Delta+p_{1}\Delta_{1}+p_{2}\Delta_{2}\right)^{*-1}*\left(D^{*2}\overline{S}_{0}-D\left(\widehat{A}+\widehat{Q}\right)\ \overline{S}_{0}\right).$$

Вычислим

$$\overline{\upsilon}=\left[\overline{\upsilon}(t)\right]=QT_{\overline{\tau}}*\overline{S}-\widehat{T}_{\overline{\tau}}\widehat{Q}\widehat{S}_{0}\ \text{ и }\ \overline{\omega}=\left[\overline{\omega}(t)\right]=-\widehat{A}QT_{\overline{\tau}}*\overline{S};$$

$$\overline{\upsilon}=\begin{bmatrix} b_{1}p_{1} & b_{1}p_{2} \\ b_{2}p_{2} & b_{2}p_{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} T_{\overline{\tau}} & 0 \\ 0 & T_{\tau_2} \end{bmatrix}*\begin{bmatrix} S_{1} \\ S_{2} \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} T_{\tau_1} & 0 \\ 0 & T_{\tau_2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_{2}p_{2} & -b_{1}p_{2} \\ -b_{2}p_{1} & b_{1}p_{1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} S_{1}(0) \\ S_{2}(0) \end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix} b_{1}p_{1}T_{\tau_1}*S_{1}+b_{1}p_{2}T_{\tau_2}*S_{2} \\ b_{2}p_{1}T_{\tau_1}*S_{1}+b_{2}p_{2}T_{\tau_2}*S_{2} \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} b_{2}p_{2}T_{\tau_2}S_{1}(0) & -b_{1}p_{2}T_{\tau_2}S_{2}(0) \\ -b_{2}p_{1}T_{\tau_1}S_{1}(0) & b_{1}p_{1}T_{\tau_1}S_{2}(0) \end{bmatrix}.$$

Итак,

$$\overline{\upsilon}=\begin{bmatrix} b_1p_1T_{\tau_1}*S_1+b_1p_2T_{\tau_2}*S_2+p_2\left(b_1S_2(0)-b_2S_1(0)\right)T_{\tau_2} \\ b_2p_1T_{\tau_1}*S_1+b_2p_2T_{\tau_2}*S_2+p_1\left(b_2S_1(0)-b_1S_2(0)\right)T_{\tau_1} \end{bmatrix};$$

$$\overline{\omega}=\begin{bmatrix} -a_{22} & a_{12} \\ a_{21} & -a_{11} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_1p_1 & b_1p_2 \\ b_2p_1 & b_2p_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} T_{\tau_1} & 0 \\ 0 & T_{\tau_2} \end{bmatrix}*\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix} -a_{22}b_1p_1+a_{12}b_2p_1 & a_{22}b_1p_2+a_{12}b_2p_2 \\ a_{21}b_1p_1-a_{21}b_2p_1 & a_{21}b_1p_2-a_{11}b_2p_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} T_{\tau_1}*S_1 \\ T_{\tau_2}*S_2 \end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix} -p_1\Delta_1 & -p_2\Delta_1 \\ -p_1\Delta_2 & -p_2\Delta_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} T_{\tau_1}*S_1 \\ T_{\tau_2}*S_2 \end{bmatrix}=-\begin{bmatrix} p_1\Delta_1T_{\tau_1}*S_1+p_2\Delta_1T_{\tau_2}*S_2 \\ p_1\Delta_2T_{\tau_1}*S_1+p_2\Delta_2T_{\tau_2}*S_2 \end{bmatrix}.$$

Здесь

$$T_{\tau_1}*S_1=\left[0,\ t<0;\ S_1(t-\tau_1),\ 0\le t\le\tau_1;\ 0,\ t>\tau_1\right],$$

$$T_{\tau_2}*S_2=\left[0,\ t<0;\ S_2(t-\tau_2),\ 0\le t\le\tau_2;\ 0,\ t>\tau_2\right].$$

При $\tau_i=0\ (i=1,2)$ $T_{\tau_i}*S_i=S_i$ есть оператор типа функции, которая может быть отличной от нуля лишь в точке $t=0$. Далее $\overline{\upsilon},\overline{\omega}$ встретятся лишь в выражениях вида $\psi*\overline{\upsilon},\ \psi*\overline{\omega}$, поэтому в случае $\tau_i=0$ в выражениях υ,ω члены, содержащие S_i множителем, можно опустить.

При $\tau_1=\tau_2=\tau>0$ получим

$$\overline{\upsilon}=T_\tau*\begin{bmatrix} b_1\left(p_1S_1+p_2S_2\right)+p_2\left(b_1S_2(0)-b_2S_1(0)\right) \\ b_2\left(p_1S_1+p_2S_2\right)+p_1\left(b_2S_1(0)-b_1S_2(0)\right) \end{bmatrix};$$

$$\overline{\omega}=-T_\tau\circ\begin{bmatrix} p_1\Delta_1S_1+p_2\Delta_1S_2 \\ p_1\Delta_2S_1+p_2\Delta_2S_2 \end{bmatrix}.$$

Из изложенного следует

$$\overline{x}=\left(D^{*2}-\left(\sigma+b_1p_1T_{\tau_1}+b_2p_2T_{\tau_2}\right)*D+\Delta+p_1\Delta_1T_{\tau_1}+p_2\Delta_2T_{\tau_2}\right)^{*-1}*$$
$$*\left(D^{*2}\overline{S}_0+D*\left(\overline{\upsilon}-\widehat{A}\overline{S}_0\right)+\overline{\omega}\right)\ .$$

При $\overline{\tau}\ne0$ возможны случаи:

1. $\tau_1>0,\ \tau_2>0$.

Тогда

$$\overline{x}=\left(D^{*2}-\sigma D+\Delta\right)^{*-1}*$$

$$*\left(1-\left(D^{*2}-\sigma D+\Delta\right)^{*-1}*\left(T_{\tau_1}*\left(b_1p_1D-p_1\Delta_1\right)+T_{\tau_2}*\left(b_2p_2D-p_2\Delta_2\right)\right)\right)^{*-1}*$$
$$*\left(D^{*-2}\overline{S}_0+D*\left(\overline{\upsilon}-\widehat{A}\overline{S}_0\right)+\overline{\omega}\right).$$

Отсюда

$$\overline{x}=\left(D^{*2}-\sigma D+\Delta\right)^{*-1}*\left(D^{*2}\overline{S}_0+D*\left(\overline{\upsilon}-\widehat{A}\overline{S}_0\right)\overline{\omega}\right)+$$

$$+\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{k}\left[\binom{k}{m}T_{m\tau_1+(k-m)\tau_2}*\left(D^{*2}-\sigma D+\Delta\right)^{*-k}*\left(b_1p_1D-p_1\Delta_1\right)^{*m}*\right.$$

$$\left.\left(b_2p_2D-p_2\Delta_2\right)^{*k-m}\right]*\left(D^{*2}-\sigma D+\Delta\right)^{*-1}*\left(D^{*2}\overline{S}_0+D*\left(\overline{\upsilon}-\widehat{A}\overline{S}_0\right)+\overline{\omega}\right).$$

2. $\tau_1>0,\ \ \tau_2=0$

$$\overline{x}=\left(D^{*2}-\left(\sigma+b_2p_2\right)D+\Delta+p_2\Delta_2\right)^{*-1}*$$

$$*\left(1-\left(D^{*2}-\left(\sigma+b_2p_2\right)D+\Delta+p_2\Delta_2\right)^{*-1}*T_{\tau_1}*\left(b_1p_1D-p_1\Delta_1\right)\right)^{*-1}*$$

$$*\left(D^{*2}\overline{S}_0+D*\left(\overline{\upsilon}-\widehat{A}\overline{S}_0\right)\ \ +\overline{\omega}\right).$$

Отсюда

$$\overline{x}=\left(D^{*2}-\left(\sigma+b_2p_2\right)D+\Delta+p_2\Delta_2\right)^{*-1}*\left(D^{*2}\overline{S}_0+D*\left(\overline{\upsilon}-\widehat{A}\overline{S}_0\right)+\overline{\omega}\right)+$$

$$+\sum_{k=1}^{\infty}T_{\mu\tau_1}*\left(D^{*2}-\left(\sigma+b_2p_2\right)D+\Delta+p_2\Delta_2\right)^{*-k}*\left(b_1p_1D-p_1\Delta_1\right)^{*k}*$$

$$*\left(D^{*2}-\left(\sigma+b_2p_2\right)D+\Delta+p_2\Delta_2\right)^{*-1}*\left(D^{*2}\overline{S}_0+D*\left(\overline{\upsilon}-\widehat{A}\overline{S}_0\right)+\overline{\omega}\right).$$

3. $\tau_1=0,\ \ \tau_2>0$.

Аналогично предыдущему получим:

$$\overline{x}=\left(D^{*2}-\left(\sigma+b_1p_1\right)D+\Delta+p_1\Delta_1\right)^{*-1}*\left(D^{*2}\overline{S}_0+D*\left(\overline{\upsilon}-\widehat{A}\overline{S}_0\right)+\overline{\omega}\right)+$$

$$+\sum_{k=1}^{\infty}T_{k\tau_2}*\left(D^{*2}-\left(\sigma+b_1p_1\right)D+\Delta+p_1\Delta_1\right)^{*-k}*\left(b_2p_2D-p_2\Delta_2\right)^{*k}*$$

$$*\left(D^{*2}-\left(\sigma+b_1p_1\right)D+\Delta+p_1\Delta_1\right)^{*-1}*\left(D^{*2}\overline{S}_0+D*\left(\overline{\upsilon}-\widehat{A}\overline{S}_0\right)+\overline{\omega}\right).$$

Если же $\overline{\tau}=0$, т.е. $\tau_1=\tau_2=0$, то, как было показано,

$$\overline{x}\,|_{\overline{\tau}=0}=\left(D^{*2}-\left(\sigma+b_1p_1+b_2p_2\right)D+\Delta+p_1\Delta_1+p_2\Delta_2\right)^{*-1}*\left(D^{*2}\overline{S}_0-D\left(\widehat{A}+\widehat{Q}\right)\overline{S}_0\right).$$

Далее воспользуемся известными формулами операционного исчисления:

$$\left(D-\gamma\right)^{*-m-1}*D=\left(\frac{t^m}{m!}e^{\gamma t}\right)_+\quad\left(m=0,\ 1,\ 2,...\right).$$

$$\left(\left(D-\gamma\right)^{*2}-\lambda^2\right)^{*-1}*D*\left(D-\gamma\right)=\left(e^{\gamma t}\operatorname{ch}\left(\lambda t\right)\right)_+,$$

$$\left(\left(D-\gamma\right)^{*2}-\lambda\right)^{*-1}*\lambda D=\left(e^{\gamma t}\operatorname{sh}\left(\lambda t\right)\right)_+,$$

$$\left(\left(D-\gamma\right)^{*2}+\mu^2\right)^{*-1}*D*\left(D-\gamma\right)=\left(e^{\gamma t}\cos\left(\mu t\right)\right)_+,$$

$$\left(\left(D-\gamma\right)^{*2}+\mu^2\right)^{*-1}+\mu D=\left(e^{\gamma t}\sin\left(\mu t\right)\right)_+;$$

если $\varphi(t)$ локально абсолютно непрерывна, то

$$\varphi*\psi=\left(D*\varphi\right)\times\psi,\ \varphi*\varphi*\psi=\left(D*\varphi\right)\times\left(D*\varphi\right)\times\psi,\ldots,$$

$$\underbrace{\varphi*\varphi*\cdots*\varphi}_{m}*\psi=\underbrace{\left(D*\varphi\right)\times\left(D*\varphi\right)\times\cdots\times\left(D*\varphi\right)}_{m}*\psi;$$

$$T_\tau*\psi=\psi\left(t-\tau\right).$$

Пусть $F=D^{*2}+a_1D+a_2$.

Тогда $F=\left(D^{*2}+2\dfrac{a_1}{2}D+\dfrac{a_1^2}{4}\right)+\left(a_2-\dfrac{a_1^2}{4}\right)=\left(D+\dfrac{a_1}{2}\right)^{*2}+\left(a_2-\dfrac{a_1^2}{4}\right)=$

$$=\begin{cases}\left(D-\gamma\right)^{*2},\ \lambda^2=0\\ \left(D-\gamma\right)^{*2}-\lambda^2,\ \lambda^2>0\\ \left(D-\gamma\right)^{*2}+\mu^2,\ \lambda^2=-\mu^2<0\end{cases},$$

где $\gamma=-\dfrac{a_1}{2},\ \lambda^2-\dfrac{a_1^2}{4}-a_2,\ \mu^2=a_2-\dfrac{a_1^2}{4}$.

Пусть ζ,ξ – численные операторы, скалярные или векторные.

Тогда

$$F^{*-1}*\left(D^{*2}\zeta+D\xi\right)=\left(D-\gamma\right)^{*-2}*\left(D^{*2}\zeta+D\xi\right)=$$

$$=\left(D-\gamma\right)^{*-2}*\left(D*\left(D-\gamma\right)\zeta+D\left(\gamma\zeta+\xi\right)\right)=$$

$$=\left(e^{\gamma t}\left(\zeta+t\left(\gamma\zeta+\xi\right)\right)\right)_+,\ \lambda^2=0;$$

$$F^{*-1}*\left(D^{*2}\zeta+D\xi\right)=$$

$$=\left(\left(D-\gamma\right)^{*2}-\lambda^2\right)^{*-1}*\left(D^{*2}\zeta+D\xi\right)=$$

$$=\left(\left(D-\gamma\right)^{*2}-\lambda^2\right)^{*-1}*\left(D*\left(D-\gamma\right)\zeta+\lambda D\left(\frac{\gamma}{\lambda}\zeta+\frac{1}{\lambda}\xi\right)\right)=$$

$$=\left(e^{\lambda t}\left(\operatorname{ch}\left(\lambda t\right)\zeta+\frac{1}{\lambda}\operatorname{sh}\left(\lambda t\right)\left(\gamma\zeta+\xi\right)\right)\right)_+,\ \lambda^2>0;$$

$$F^{*-1}*\left(D^{*2}\zeta+D\xi\right)=$$

$$=\left(\left(D-\lambda\right)^{*2}+\mu^2\right)^{*-1}*\left(D^{*2}\zeta+D\xi\right)=$$

$$=\left(\left(D-\gamma\right)^{*2}+\mu^2\right)^{*-1}*\left(D*\left(D-\gamma\right)\zeta+\mu D\left(\frac{\gamma}{\mu}\zeta+\frac{1}{\mu}\xi\right)\right)=$$

$$=\left(e^{\gamma t}\left(\cos\left(\mu t\right)\right)\zeta+\frac{1}{\mu}\sin\left(\mu t\right)\left(\gamma\zeta+\xi\right)\right)_+,\ \lambda^2=-\mu^2<0.$$

Отсюда

$$F^{*-1}*D^{*2}=\left(D-\gamma\right)^{*-2}*D^{*2}=\left(\left(1+\gamma t\right)e^{\gamma t}\right)_+ \text{ при } \lambda^2=0;$$

$$F^{*-1}*D^{*2}=\left(\left(D-\gamma\right)^{*2}-\lambda^2\right)^{*-1}*D^{*2}=\left(e^{\gamma t}\left(\operatorname{ch}\left(\lambda t\right)+\frac{\gamma}{\lambda}\operatorname{sh}\left(\lambda t\right)\right)\right)_+ \text{ при } \lambda^2>0;$$

$$F^{*-1}*D^{*2}=\left(\left(D-\gamma\right)^{*2}+\mu^2\right)^{*-1}*D^{*2}=\left(e^{\gamma t}\left(\cos\left(\mu t\right)+\frac{\gamma}{\mu}\sin\left(\mu t\right)\right)\right)_+ \text{ при}$$

$$\lambda^2=-\mu^2<0;$$

$$F^{*-1}*D=\left(D-\gamma\right)^{*-2}*D=\left(te^{\gamma t}\right)_+ \text{ при } \lambda^2=0;$$

$$F^{*-1}*D=\left(\left(D-\gamma\right)^{*2}-\lambda^2\right)^{*-1}*D=\left(\frac{1}{\lambda}e^{\gamma t}\operatorname{sh}\left(\lambda t\right)\right)_+ \text{ при } \lambda^2>0;$$

$$F^{*-1}*D=\left(\left(D-\gamma\right)^{*2}+\mu^2\right)^{*-1}*D=\left(\frac{1}{\mu}e^{\lambda t}\sin\left(\mu t\right)\right)_+ \text{ при } \lambda^2=-\mu^2<0.$$

Используя приведенные формулы:

– к оператору $F=D^{*2}-\sigma D+\Delta$ при $\tau_1>0,\ \tau_2>0$ получим $\gamma=\frac{\sigma}{2},\ \lambda^2=\frac{\sigma^2}{4}-\Delta=-\mu^2$;

– к оператору $F=D^{*2}-\left(\sigma+b_2p_2\right)D+\Delta+p_2\Delta_2$ при $\tau_1>0,\ \tau_2=0$ получим $\gamma=\frac{\sigma+b_2p_2}{2},\ \lambda^2=\frac{\left(\sigma+b_2p_2\right)^2}{4}-\Delta-p_2\Delta_2=-\mu^2$;

– к оператору $F=D^{*2}-\left(\sigma+b_1p_1\right)D+\Delta+p_1\Delta_1$ при $\tau_1=0,\ \tau_2>0$ получим $\gamma=\frac{\sigma+b_1p_1}{2},\ \lambda^2=\frac{\left(\sigma+b_1p_1\right)^2}{4}-\Delta-p_1\Delta_1=-\mu^2$.

Во всех трех случаях

$$\overline{f}=F^{*-1}*\left(D^{*2}\overline{S}_0+D*\left(\overline{\upsilon}-\widehat{A}\overline{S}_0\right)+\overline{\omega}\right)=$$

$$=F^{*-1}*\left(D^{*2}\overline{S}_0-D\widehat{A}\overline{S}_0\right)+F^{*-1}*D*\overline{\upsilon}+F^{*-1}*\overline{\omega}=$$

$$=F^{*-1}*\left(D^{*2}\overline{S}_0-D\widehat{A}\overline{S}_0\right)+\left(F^{*-1}*D^{*2}\right)\times\overline{\upsilon}+\left(F^{*-1}*D\right)\times\overline{\omega}=$$

$$
=\begin{cases}
\left(e^{\gamma t}\left(E+t\left(\gamma E-\hat{A}\right)\right)\right)\bar{S}_0+\int\limits_0^t\left(1+\gamma\left(t-\eta\right)\right)e^{\gamma(t-\eta)}\bar{\upsilon}(\eta)d\eta+ \\
\qquad +\int\limits_0^t(t-\eta)e^{\lambda(t-\eta)}\bar{\omega}(\eta)d\eta_+,\ (\lambda^2=0). \\
\left(e^{\gamma t}\left(\mathrm{ch}(\lambda t)E+\frac{1}{\lambda}\mathrm{sh}(\lambda t)\left(\lambda E-\hat{A}\right)\right)\bar{S}_0+\right. \\
+\int\limits_0^t e^{\gamma(t-\eta)}\left(\mathrm{ch}\left(\lambda\left(t-\eta\right)\right)+\frac{\gamma}{\lambda}\mathrm{sh}\left(\lambda\left(t-\eta\right)\right)\right)\bar{\upsilon}(\eta)d\eta+ \\
\left.+\frac{1}{\lambda}\int\limits_0^t e^{\gamma(t-\eta)}\mathrm{sh}\left(\lambda\left(t-\eta\right)\right)\bar{\omega}(\eta)d\eta\right)_+ \quad (\lambda^2>0). \\
\left(e^{\gamma t}\left(\cos(\mu t)E+\frac{1}{\mu}\sin(\mu t)\left(\gamma E-\hat{A}\right)\right)\bar{S}_0+\right. \\
+\int\limits_0^t e^{\gamma(t-\eta)}\left(\cos\left(\mu\left(t-\eta\right)\right)+\frac{\gamma}{\mu}\sin\left(\mu\left(t-\eta\right)\right)\right)\bar{\upsilon}(\eta)d\eta+ \\
\left.+\int\frac{1}{\mu}\int\limits_0^t e^{\gamma(t-\eta)}\sin\left(\mu\left(t-\eta\right)\right)\bar{\omega}(\eta)d\eta\right)_+ \quad (\lambda^2=-\mu^2<0).
\end{cases}
$$

Для $i=1,2$ также справедливо

$$
f_i=F^{*-1}*\left(b_i p_i D-p_i\Delta_i\right)*D=
$$

$$
=\begin{cases}
\left(p_i e^{\gamma t}\left(b_i+\left(\gamma b_i-\Delta_i\right)t\right)\right)_+\ ,\ \lambda^2=0, \\
\left(p_i e^{\gamma t}\left(b_i\mathrm{ch}(\lambda t)+\frac{1}{\lambda}\left(\gamma b_1-\Delta_i\right)\mathrm{sh}(\lambda t)\right)\right)_+,\ \lambda^2>0, \\
\left(p_1 e^{\gamma t}\left(b_i\cos(\mu t)+\frac{1}{\mu}\left(\gamma b_i-\Delta_i\right)\sin(\mu t)\right)\right)_+,\ \lambda^2=-\mu^2<0.
\end{cases}
$$

Окончательно получим:

1. При $\tau_1>0,\ \tau_2>0$:

$$
\bar{x}=\bar{f}+\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{k}\binom{k}{m}T_{m\tau_1+(k-m)\tau_2}*\left(\underbrace{f_1\times\ldots\times f_1}_{m}\times\underbrace{f_2\times\ldots\times f_2}_{k-m}\times\bar{f}\right)=
$$

$$
=f+\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{k}\binom{k}{m}\left\{\int\limits_{o}^{t-m\tau_1-(k-m)\tau_2}f_1\left(t-m\tau_1-\left(k-m\right)\tau_2-\xi_m\right)d\xi_m\ldots\right.
$$

$$\ldots\int_0^{\xi_2} f_1(\xi_2-\xi_1)d\xi_1\int_0^{\xi_1} f_2(\xi_1-\eta_{k-m})d\eta_{k-m}\ldots$$

$$\ldots\int_0^{\eta_2} f_2(\eta_2-\eta_1)\bar{f}(\eta_1)d\eta_1,\ t-m\tau_1-(k-m)\tau_2>0;$$

$$0,\ t-m\tau_1-(k-m)\tau_2\le 0\ \}.$$

2. При $\tau_1>0,\ \tau_2=0$:

$$\bar{x}=\bar{f}+\sum_{k=1}^{\infty}T_{k\tau_1}*\left(\underbrace{f_1\times\ldots\times f_1}_{k}\times\bar{f}\right)=$$

$$=\bar{f}+\sum_{k=1}^{\infty}\left\{\int_0^{t-k\tau_1} f_1(t-k\tau_1-\eta_k)d\eta_k\ldots\int_0^{\eta_2} f_1(\eta_2-\eta_1)\bar{f}(\eta_1)d\eta_1,\right.$$

$$t-k\tau_1>0;\ 0,\ t-k\tau_1\le 0\}.$$

3. При $\tau_1=0,\ \tau_2>0$:

$$\bar{x}=\bar{f}+\sum_{k=1}^{\infty}T_{k\tau_2}*\left(\underbrace{f_2\times\ldots\times f_2}_{k}\times\bar{f}\right)=$$

$$=\bar{f}+\sum_{k=1}^{\infty}\left\{\int_0^{t-k\tau_2} f_2(t-k\tau_2-\eta_k)d\eta_k\ldots\int_0^{\eta_2} f_2(\eta_2-\eta_1)\bar{f}(\eta_1)d\eta_1,\right.$$

$$t-k\tau_2>0;\ 0,t-k\tau_2\le 0\}.$$

4. При $\bar{\tau}=0$:

$$F=D^{*2}-(\sigma+b_1p_1+b_2p_2)D+\Delta+p_1\Delta_1+p_2\Delta_2,$$

$$\gamma=\frac{\sigma+b_1p_1+b_2p_2}{2},\ \lambda^2=\frac{(\sigma+b_1p_1+b_2p_2)^2}{4}-\Delta-p_1\Delta_1-p_2\Delta_2=-\mu^2;$$

$$\bar{x}=\begin{cases}\left(e^{\gamma t}\left(E+t\left(\gamma E-\left(\hat{A}+Q\right)\right)\right)\bar{S}_0\right)_+,\ \lambda^2=0,\\ \left(e^{\gamma t}\left(\mathrm{ch}(\lambda t)E+\frac{1}{\lambda}\mathrm{sh}(\lambda t)\left(\gamma E-\left(\hat{A}+\hat{Q}\right)\right)\right)\bar{S}_0\right)_+,\ \lambda^2>0,\\ \left(e^{\gamma t}\left(\cos(\mu t)E+\frac{1}{\mu}\sin(\mu t)\left(\gamma E-\left(\hat{A}+\hat{Q}\right)\right)\right)\right)\bar{S}_{0+},\ \lambda^2=-\mu^2<0.\end{cases}$$

Получили точное аналитическое решение поставленной задачи (при $c=0, p_3=0$). При $\bar{\tau}=0$ решение представляется в конечном виде. При $\bar{\tau}\ne 0$

бесконечный ряд, входящий в решение, есть ряд сдвигов (т.е. в каждой ограниченной области переменной t содержит лишь конечное число членов). В частности в области $0 \le t \le \tau$, где

$$\tau = \begin{cases} \min(\tau_1, \tau_2) \text{ при } \tau_1 > 0,\ \tau_2 > 0, \\ \tau_1 \text{ при } \tau_1 > 0,\ \tau_2 = 0, \\ \tau_2 \text{ при } \tau_1 = 0,\ \tau_2 > 0, \end{cases}$$

ряд содержит лишь начальный член.

По численным значениям γ и λ^2 $\left(\mu^2\right)$, соответствующим случаям $\overline{\tau} = 0$ и $\overline{\tau} \ne 0$, легко установить характер процесса в каждом из этих случаев и различие между ними.

Для иллюстрации рассмотрим случай *короткопериодического продольного движения* летательного аппарата, описываемого системой дифференциальных уравнений:

$$\alpha'(t) = \left(-a_y^{\alpha}\right)\alpha(t) + \omega(t) + \left(-a_y^{u}\right)u(t),$$

$$\omega'(t) = \left(-a_{mz}^{\alpha}\right)\alpha(t) + \left(-a_{mz}^{\omega_z}\right)\omega(t) + \left(-a_{mz}^{\alpha}\right)\alpha'(t) + \left(-a_{mz}^{u}\right)u(t),$$

$$u(t) = p_1\alpha(t-\tau_1) + p_2\omega(t-\tau_2)$$

$$(t \ge 0),$$

где $\tau_1, \tau_2 \ge 0$, при условиях:

$$\alpha(t) = S_1(t),\ t \le 0;$$

$$\omega(t) = S_2(t),\ t \le 0;$$

$$\alpha(+0) = S_1(0);$$

$$\varpi(+0) = S_2(0);$$

$$u(+0) = u_0;\ (\omega = \omega_z).$$

Подставляя во второе выражение $\alpha'(t)$ из первого уравнения, при тех же условиях придем к системе:

$$\alpha'(t) = \left(-a_y^{\alpha}\right)\alpha(t) + \omega(t) + \left(-a_y^{u}\right)u(t);$$

$$\omega'(t) = \left(a_{mz}^{\dot\alpha}a_y^{\alpha} - a_{mz}^{\alpha}\right)\alpha(t) + \left(-a_{mz}^{\dot\alpha} - a_{mz}^{\omega_z}\right)\omega(t) + \left(a_{mz}^{\dot\alpha}a_y^{u} - a_{mz}^{u}\right)u(t);$$

$$u(t) = p_1\alpha(t-\tau_1) + p_2\omega(t-\tau_2),$$

$$(t \ge 0).$$

Таким образом, $c = 0, p_3 = 0$;

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha_y^{\alpha} & 1 \\ a_{mz}^{\dot\alpha}a_y^{\alpha} - a_{mz}^{\alpha} & -a_{mz}^{\dot\alpha} - a_{mz}^{\omega_z} \end{bmatrix},$$

$$\bar{b}=\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -a_y^u \\ a_{mz}^{\dot{\alpha}}-a_{mz}^u \end{bmatrix},\ p=\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix}.$$

Как видим, задача полностью укладывается в рассмотренную схему.

Изучим *влияние запаздывания для случая горизонтального полета при автоматизированном управлении*:

$$\left.\begin{aligned} &\alpha'(t)=-0,0117\alpha(t)+\omega(t)+0,000502u(t);\\ &\omega'(t)=0,0076\alpha(t)-0,589\omega(t)-0,0332u(t);\\ &u(t)=\alpha(t-\tau_1)+\frac{\pi}{360}\omega(t-\tau_2);\\ &(t\ge 0). \end{aligned}\right\}.$$

Введем

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -0,0117 & 1 \\ 0,0076 & -0,589 \end{bmatrix};$$

$$b=\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0,000502 \\ -0,0332 \end{bmatrix},\ \bar{p}=\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 \\ \dfrac{\pi}{360} \end{bmatrix};$$

$$S_1(t)=1,\ S_2(t)=0;$$

$$\sigma=a_{11}+a_{22}=-0,6007;$$

$$\Delta=a_{11}a_{22}-a_{21}a_{12}=-0,0007087;$$

$$\Delta_1=b_1a_{22}-b_2a_{12}=0,032904322;$$

$$\Delta_2=a_{11}b_2-a_{21}b_1=0,0003846248;$$

$$\hat{A}=\begin{bmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -0,589 & -1 \\ -0,0076 & -0,0117 \end{bmatrix};$$

$$Q=\begin{bmatrix} b_1p_1 & b_1p_2 \\ b_2p_1 & b_2p_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0,000502 & 0,0000043 \\ -0,0332 & -0,0002897 \end{bmatrix};$$

$$\hat{Q}=\begin{bmatrix} b_2p_2 & -b_1p_2 \\ -b_2p_1 & b_1p_1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -0,0002897 & -0,0000043 \\ 0,0332 & 0,000502 \end{bmatrix}.$$

1. $\tau_1=\tau_2=0$.

$$\gamma=\frac{\sigma+b_1p_1+b_2p_2}{2}=-0,30024;$$

$$\lambda^2=\gamma^2-\Delta-p_1\Delta_1-p_2\Delta_2=0,0589475>0;$$

$$\lambda=0,2406;$$

$$S_1(0)=[0,\ t\le 0;\ 1, t>0],\ S_2(0)=0,\ \overline{S}_0=\begin{bmatrix} S_1(0) \\ S_2(0) \end{bmatrix};$$

$$\gamma E-\left(\widehat{A}+\widehat{Q}\right)=\frac{a_{11}+a_{22}+b_1p_1+b_2p_2}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} a_{22}+b_2p_2 & -a_{12}-b_1p_2 \\ -a_{21}-b_2p_1 & a_{11}+b_1p_1 \end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix} \dfrac{a_{11}-a_{22}+b_1p_1-b_2p_2}{2} & a_{12}+b_1p_2,\ t>0 \\ a_{21}+b_2p_1 & \dfrac{a_{22}-a_{11}+b_2p_2-b_1p_1}{2},\ t>0 \end{bmatrix};$$

$$\left(\gamma E-\left(\widehat{A}+\widehat{Q}\right)\right)\overline{S}_0=\begin{bmatrix} 0,\ t\le 0;\ \dfrac{a_{11}-a_{22}+b_1p_1-b_2p_2}{2},\ t>0 \\ 0,\ t\le 0;\ a_{21}+b_2p_1,\ t>0 \end{bmatrix};$$

$$\overline{x}=\begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \end{bmatrix}=\left\{\begin{matrix} 0,\ t\le 0; \\ e^{\gamma t}\mathrm{ch}(\lambda t)\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}+\dfrac{1}{\lambda}e^{\gamma t}\mathrm{sh}(\lambda t)\begin{bmatrix} \dfrac{a_{11}-a_{22}+b_1p_1-b_2p_2}{2} \\ a_{21}+b_2p_1 \end{bmatrix},\ t>0 \end{matrix}\right\};$$

$$\frac{1}{2\lambda}(a_{11}-a_{22}+b_1p_1-b_2p_2)=1{,}202354\,,$$

$$\frac{1}{\lambda}(a_{21}+b_2p_1)=-0{,}10631\,.$$

$$\overline{x}=\begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \end{bmatrix}=\left\{\begin{matrix} 0,\ t\le 0; \\ e^{-0{,}30024t}\mathrm{ch}(0{,}2406t)\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}+e^{-0{,}30024t}\mathrm{sh}(0{,}2406t)\begin{bmatrix} 1{,}202354 \\ -0{,}10631 \end{bmatrix},\ t>0 \end{matrix}\right\}.$$

2. $\tau_1=\tau_2=\tau>0,\ \tau=0{,}15$.

$$\gamma=\frac{\sigma}{2}=-0{,}3035\,;$$

$$\lambda^2=\gamma^2-\Delta=0{,}090902>0\,;$$

$$\lambda=0{,}3015\,;$$

$$S_1(0)=[0,\ t\le 0;\ 1,\ t>0],\ S_2(0)=0,\ \overline{S}_0=\begin{bmatrix} S_1(0) \\ S_2(0) \end{bmatrix};$$

$$S_1=[0,\ t<-0{,}15;\ 1,\ -0{,}15\le t\le 0;\ 0,\ t>0],\ S_2=0,\ \overline{S}=\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix};$$

$$T_{\tau_1}*S_1=[0,\ t<0;\ 1{,}0,\ 0\le t\le 0{,}15;\ 0,\ t>0{,}15];$$

$$T_{\tau_2}*S_2=0\,;$$

$$\overline{\upsilon} = T_\tau * \begin{bmatrix} b_1 p_1 S_1 - b_2 p_2 S_1(0) \\ b_2 p_1 S_1 + b_2 p_1 S_1(0) \end{bmatrix};$$

$$\overline{\omega} = -T_\tau * p_1 S_1 \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix};$$

$$\gamma E - \widehat{A} = \frac{a_{11} + a_{22}}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ a_{21} & a_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{a_{11} - a_{22}}{2} & a_{12} \\ a_{21} & \dfrac{a_{22} - a_{11}}{2} \end{bmatrix};$$

$$\overline{f} = \{0,\ t \le 0;$$

$$e^{\gamma t} \mathrm{ch}(\lambda t) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{\lambda} e^{\gamma t} \mathrm{sh}(\lambda t) \begin{bmatrix} \dfrac{a_{11} - a_{22}}{2} \\ a_{21} \end{bmatrix} + \int_0^t e^{\gamma\eta} \left(\mathrm{ch}(\lambda\eta) + \frac{\gamma}{\lambda} \mathrm{sh}(\lambda\eta) \right) d\eta \cdot p_1 \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} -$$

$$-\frac{1}{\lambda} \int_0^t e^{\gamma\eta} sh(\lambda\eta)\, d\eta \cdot p_1 \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix},\ 0 < t \le \tau;$$

$$e^{\gamma t} \mathrm{ch}(\lambda t) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{\lambda} e^{\gamma t} \mathrm{sh}(\lambda t) \begin{bmatrix} \dfrac{a_{11} - a_{22}}{2} \\ a_{21} \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} b_1 p_1 \displaystyle\int_{t-\tau}^{t} e^{\gamma\eta} \left(\mathrm{ch}(\lambda\eta) + \frac{\gamma}{\lambda} \mathrm{sh}(\lambda\eta) \right) d\eta \cdot b_2 p_2 \int_0^{t-\tau} e^{\gamma\eta} \left(\mathrm{ch}(\lambda\eta) + \frac{\gamma}{\lambda} \mathrm{sh}(\lambda\eta) \right) d\eta \\ b_2 p_1 \displaystyle\int_0^t e^{\gamma\eta} \left(\mathrm{ch}(\lambda\eta) + \frac{\gamma}{\lambda} \mathrm{sh}(\lambda\eta) \right) d\eta \end{bmatrix} -$$

$$-\frac{1}{\lambda} \int_{t-\tau}^{t} e^{\gamma\mu} \mathrm{sh}(\lambda\eta)\, d\eta \cdot p_1 \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix},\ t > \tau\};$$

$$\int_{\tau_1}^{\tau_2} e^{\gamma\eta} \left(A\mathrm{ch}(\lambda\eta) + B\mathrm{sh}(\lambda\eta) \right) d\eta =$$

$$= \frac{1}{\lambda^2 - \gamma^2} e^{\gamma\eta} \left((\lambda B - \gamma A)\mathrm{ch}(\lambda\eta) + (\lambda A - \gamma B)\mathrm{sh}(\lambda\eta) \right) \Big|_{\eta_1}^{\eta_2};$$

$$\lambda^2 - \gamma^2 = -\Delta.$$

$$\overline{f} = \{0,\ t \le 0;$$

$$e^{\gamma t} \mathrm{ch}(\lambda t) \begin{bmatrix} 1 + p_1 \dfrac{\Delta_1}{\Delta} \\ p_1 \dfrac{\Delta_2}{\Delta} \end{bmatrix} + \frac{1}{\lambda} e^{\gamma t} \mathrm{sh}(\lambda t) \begin{bmatrix} \dfrac{a_{11} - a_{22}}{2} + b_1 p_1 - \gamma p_1 \dfrac{\Delta_1}{\Delta} \\ a_{21} + b_2 p_1 - \gamma p_1 \dfrac{\Delta_2}{\Delta} \end{bmatrix} - \frac{p_1}{\Delta} \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix},\ 0 < t \le \tau;$$

$$e^{\gamma t}\mathrm{ch}(\lambda t)\left[1+(b_1p_1+b_2p_2)\mathrm{sh}(\lambda\tau)+p_1\frac{\Delta_1}{\Delta}\right]+$$

$$+\frac{1}{\lambda}e^{\gamma t}\mathrm{sh}(\lambda t)\begin{bmatrix}\frac{a_{11}-a_{22}}{2}+b_1p_1-(b_1p_1+b_2p_2)\mathrm{ch}(\lambda\tau)-\gamma p_1\frac{\Delta_1}{\Delta}\\ a_{21}+b_2p_1-\gamma p_1\frac{\Delta_2}{\Delta}\end{bmatrix}-\frac{p_1}{\Delta}\begin{bmatrix}\Delta_1\\ \Delta_2\end{bmatrix};t>\tau\}.$$

$$\tau=0{,}15,\ \lambda\tau=0{,}045225,\ \mathrm{ch}(\lambda\tau)=1{,}0010226,\ \mathrm{sh}(\lambda\tau)=0{,}0454523735;$$

$$\overline{f}=\{0,\ t\le 0;$$

$$\overline{e}^{-0{,}30035t}\mathrm{ch}(0{,}3015t)\begin{bmatrix}-0{,}45429518\\ -0{,}54271878\end{bmatrix}+$$

$$+e^{-0{,}30035t}\mathrm{sh}(0{,}3015t)\begin{bmatrix}-45{,}29965\\ -0{,}62552262\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}46{,}429518\\ 0{,}54271878\end{bmatrix};$$

$$0<t\le 0{,}15;$$

$$e^{-0{,}30035t}\mathrm{ch}(0{,}3015t)\begin{bmatrix}-47{,}429527\\ -0{,}54271878\end{bmatrix}+$$

$$+e^{-0{,}30035t}\mathrm{sh}(0{,}3015t)\begin{bmatrix}-45{,}295688\\ -0{,}62552262\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}46{,}429518\\ 0{,}5427878\end{bmatrix};$$

$$t>0{,}15\};$$

$$f_1=\left\{\ 0,\ t\le 0;\ p_1e^{\gamma tt}\left(b_1\mathrm{ch}(\lambda t)+\frac{1}{\lambda}(\gamma b_1-\Delta_1)\mathrm{sh}(\lambda t)\right),\ t>0\right\}=$$

$$=\left\{0,\ t\le 0;\ e^{-0{,}30035t}\left(0{,}000502\mathrm{ch}(0{,}3015t)-0{,}1096325\mathrm{sh}(0{,}3015t)\right),\ t>0\right\};$$

$$f_2=\left\{0,\ t\le 0;\ p_2e^{\gamma t}\left(b_2\mathrm{ch}(\lambda t)+\frac{1}{\lambda}(\gamma b_2-\Delta_2)\mathrm{sh}(\lambda t)\right),\ t>0\right\}=$$

$$=\left\{0,\ t\le 0;\ e^{-0{,}30035t}\left(-0{,}002897\mathrm{ch}(0{,}3015t)+0{,}0340167\mathrm{sh}(0{,}3015t)\right),\ t>0\right\};$$

$$\overline{x}=\begin{bmatrix}\alpha\\ \omega\end{bmatrix}=\overline{f}+\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{k}\left(\frac{k}{m}\right)\{0,\ t-0{,}15\ \ k\le 0\};$$

$$\int_0^{t-0{,}15k}f_1(t-0{,}15k-\xi_m)d\xi_m\ldots$$

$$\ldots\int_0^{\xi_2}f_1(\xi_2-\xi_1)d\xi_1\int_0^{\xi}f_2(\xi-\eta_{k-m})d\eta_{k-m}\ldots$$

$$\ldots\int_0^{\eta_2}f_2(\eta_2-\eta_1)\overline{f}(\eta_1)d\eta_1,\ t-0{,}15k>0\}.$$

Справедливо

$$\begin{bmatrix}\alpha(t)\\ \omega(t)\end{bmatrix} = e^{-0,30035t}\left(\operatorname{ch}(0,3015t)\begin{bmatrix}-45,429518\\ -0,54271878\end{bmatrix} + \operatorname{sh}(0,3015t)\begin{bmatrix}-45,292955\\ -0,62552262\end{bmatrix}\right) + \\ + \begin{bmatrix}46,429518\\ 0,54271878\end{bmatrix},$$

$$0 \le t \le 0,5 .$$

Список литературы

1. **Данилов, А. М.** Методологические принципы проектирования сложных управляемых в пространстве динамических систем в приложении к разработке авиационных тренажеров / А. М. Данилов, А. Н. Анисимов, И. А. Гарькина, Б. В. Клюев, Э. В. Лапшин // Идентификация систем и задачи управления : труды III Международной конференции. SICPRO′04. – М. : Институт проблем управления им. В. А.Трапезникова РАН, 2004.
2. **Рябцев, И. И.** Об операционном исчислении в терминах совершенных операторов / И. И. Рябцев // Известия вузов. – 1978. – № 5. – (Математика).
3. **Рябцев, И. И.** К общей теории совершенных операторов / И. И. Рябцев // Известия вузов. – 1985. – № 3. – (Математика).

УДК 621.3.087.92

Б. В. Чувыкин, Э. К. Шахов, В. Н. Ашанин

∑Δ-АЦП: СИНТЕЗ ОДНОКОНТУРНЫХ СТРУКТУР

Данная статья является первой из серии статей, посвященных синтезу структур ∑Δ-АЦП. В ней излагаются основные концепции построения ∑Δ-АЦП, приводится пояснение терминологии, используемой в зарубежных источниках. ∑Δ-АЦП рассматриваются как разновидность класса гетерогенных непрерывно-дискретных систем (НДС), включающих как *аналоговые*, так и *цифровые* элементы. На простом примере излагается предлагаемая методика синтеза структур ∑Δ-АЦП.

Введение

На рубеже 1980–1990 гг. в области высокоточных АЦП произошла смена поколений. Интегрирующие АЦП (ИАЦП) с промежуточным преобразованием в ШИМ-, ЧИМ- и ФИМ-сигналы были в значительной мере вытеснены ИАЦП с импульсно-разностной модуляцией, получившими краткое наименование ∑Δ-АЦП [1, 2]. Их отличительными особенностями являются высокая точность (число разрядов от 16 до 24) и возможность изготовления по технологии цифровых интегральных микросхем, чем обусловлена их сравнительно низкая стоимость. Производством ∑Δ-АЦП занимаются зарубежные фирмы («Analog Devices», «Burr-Brown», «Intersil», «Texas Instruments» и др.). Основные концепции построения ∑Δ-АЦП (понятия передискретизации, шейпинга шума квантования, децимации), разновидности структур (многоконтурные и каскадные), математические модели изложены в серии статей [3–6]. ∑Δ-АЦП относятся к нелинейным импульсным замкнутым системам, чем обусловлены сложности их анализа и синтеза. В данной и последующих статьях предлагаются методика и примеры синтеза структур ∑Δ-АЦП различной сложности. В основе методики лежит эквивалентность динамических характеристик цифровой (т.е. нелинейной) системы и соответствующей ей линейной импульсной системы при предельном уменьшении ступени квантования.

1. Основные понятия и терминология

Для пояснения терминологии, относящейся к непрерывно-дискретным системам (НДС) и ∑Δ-АЦП, в частности, рассмотрим две функциональные схемы ИАЦП (рис. 1,а и 2,а). Первая соответствует реализации ∑Δ-АЦП, вторая – ИАЦП с промежуточным преобразованием в ЧИМ-сигнал. Схема (рис. 1,а) включает сумматор, интегратор Инт, компаратор (операционный усилитель ОУ) выходного напряжения интегратора с нулевым уровнем, тактируемый триггер ТТ, цифровой фильтр ЦФ, на выходе которого формируется результат преобразования, генератор импульсов дискретизации ГИД, источник опорного напряжения ИОН.

Алгоритм преобразования поясняется временной диаграммой на рисунке 1,б. Всякий раз, как выходное напряжение интегратора пересекает нулевой уровень, происходит переключение полярности опорного напряжения в первый после срабатывания устройства сравнения тактируемый с помощью ГИД момент времени.

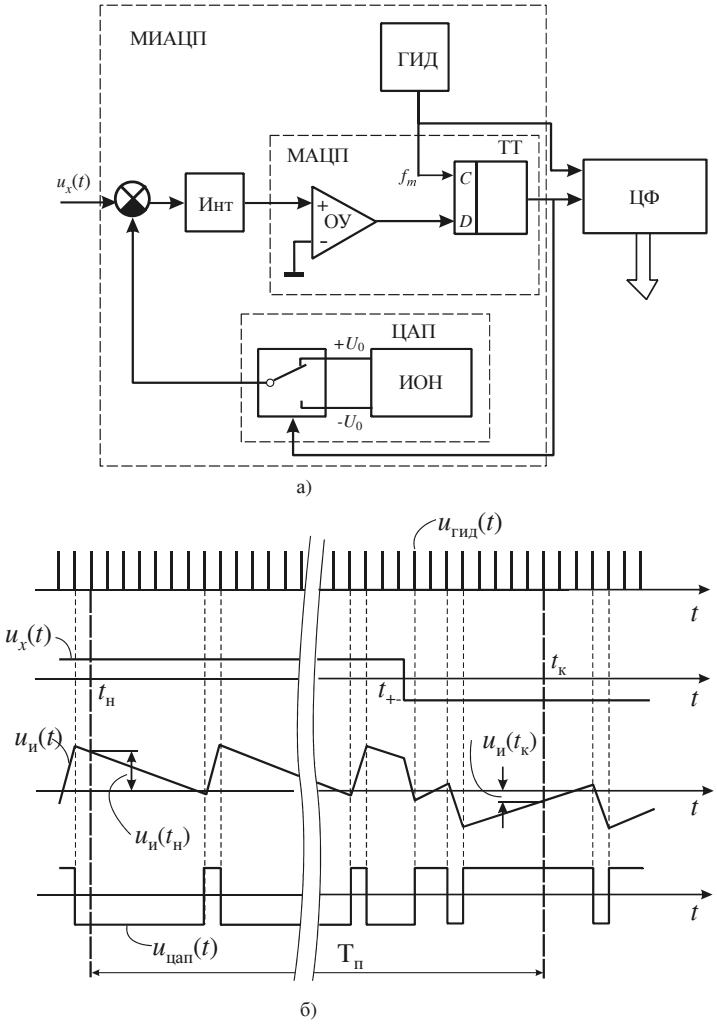


Рис. 1

Диаграмма (рис. 1,б) отображает процессы в ИАЦП для случаев преобразования входного напряжения как положительной, так и отрицательной полярности. Согласно концепции построения ∑Δ-АЦП [1, 2], совокупность узлов ОУ+ТТ, заключенная в прямоугольник, рассматривается как малоразрядный (в данном случае – 1-разрядный) АЦП (МАЦП). По аналогии узлы, заключенные во внешний прямоугольник, уместно называть малоразрядным ИАЦП (МИАЦП). Выходной код МИАЦП в каждый тактируемый импульсами ГИД момент времени поступает на цифровой фильтр. В этой связи принято говорить о передискретизации входного сигнала, поскольку частота импульсов ГИД существенно превышает частоту, минимально необходимую по теореме отсчетов. В простейшем случае цифровой фильтр может быть выполнен в виде сумматора выходного кода МИАЦП. Этот процесс принято интерпретировать [1, 2] как децимацию (прореживание) отсчетов выходного кода МИАЦП, т.е. возврат к дискретизации входного сигнала с частотой, отвечающей теореме отсчетов. Основное назначение ЦФ состоит не только в децимации отсчетов, но и в существенном снижении специфической погреш-

ности ИАЦП. Эту погрешность в зарубежных источниках принято называть погрешностью квантования. При рассмотрении процесса преобразования во временной области ее происхождение более точно выражает название погрешности от краевых эффектов. Действительно, идеальное преобразование предполагает точное равенство интегральных значений входного напряжения и импульсов с выхода ЦАП за время преобразования $T_п$. Но, как видно из временной диаграммы, имеет место не равное нулю значение разности $\Delta u_и = u_и(t_к) - u_и(t_н)$ выходного напряжения интегратора в начале и конце интервала $T_п$. Уравнение преобразования с учетом погрешности от краевых эффектов, очевидно, имеет вид

$$\frac{1}{\tau}\int_{t_н}^{t_к} u_x(t)dt - \frac{1}{\tau}\int_{t_н}^{t_к} u_{ЦАП}(t)dt = \Delta u_и \text{ или } \frac{1}{\tau}\int_{t_н}^{t_к} u_x(t)dt - \frac{U_0 \Delta T}{\tau} = \Delta u_и , \qquad (1)$$

где ΔT – разность сумм интервалов времени, соответствующих присутствию на выходе ЦАП значений $+U_0$ и $-U_0$. Из уравнения (1) следует

$$\Delta T = \frac{1}{U_0}\int_{t_н}^{t_к} u_x(t)dt - \frac{\Delta u_и}{U_0}\tau . \qquad (2)$$

Обозначив через U_x среднее за интервал $T_п$ значение входного напряжения и поделив обе части выражения (2) на шаг дискретизации $T_д$, для выходного кода $\sum\Delta$-АЦП получим:

$$N_x = N_0 \frac{U_x}{U_0} - \frac{\Delta u_и \tau}{U_0 T_д}, \qquad (3)$$

где $N_0 = T_п / T_д$.

Для оценки ее максимального значения предположим, что в момент $t_н - T_д$ выходное напряжение интегратора отрицательно и близко к нулю, а входное напряжение равно $+U_0$. Тогда к моменту $t_н$ оно достигнет значения

$$u_и(t_н) = 2U_0 T_д / \tau . \qquad (4)$$

Пусть также в момент $t_к - T_д$ выходное напряжение интегратора положительно и близко к нулю, а входное напряжение равно $-U_0$. Тогда к моменту $t_к$ оно достигнет значения

$$u_и(t_к) = -2U_0 T_д / \tau . \qquad (5)$$

В этом наихудшем случае имеем

$$\Delta u_и = u_и(t_к) - u_и(t_н) = -4U_0 T_д / \tau . \qquad (6)$$

Подставив это значение в выражение (3), получим

$$N_x = N_0 \frac{U_x}{U_0} - 4 . \qquad (7)$$

Таким образом, называть рассматриваемую погрешность погрешностью квантования не совсем корректно, т.к. значение погрешности квантования никогда не превышает единицы младшего разряда выходного кода АЦП.

В зарубежных источниках принято рассматривать проявление этой погрешности в частотной области. При этом ее источником считается некий внешний эквивалентный шум, аддитивно воздействующий на идеальный процесс преобразования, что вполне правомерно, т.к. согласно выражению (3) погрешность от краевых эффектов носит аддитивный характер и, очевидно, является случайной величиной. Эта погрешность в ∑Δ-АЦП уменьшается за счет процессов передискретизации и так называемого шейпинга шума. Передискретизация равномерно распределяет энергию шума по полосе частот от 0 до половины частоты передискретизации $1/(2T_{\text{д}})$, которая существенно выше граничной частоты $f_{\text{г}}$ спектра входного сигнала, тем самым уменьшая энергию той части спектра, которая остается в полосе интереса. Заметим, что при рассмотрении во временной области эффект повышения частоты передискретизации (уменьшения шага $T_{\text{д}}$) более нагляден. Действительно, согласно выражениям (4), (5) и (6) уменьшение $T_{\text{д}}$ приводит к пропорциональному уменьшению величины Δu_u. Под шейпингом шума понимается такое преобразование его спектра, при котором часть энергии шума вытесняется из полосы полезного сигнала. Степень вытеснения шума из полосы полезного сигнала зависит от конкретной структуры ∑Δ-АЦП. В работе [3] показано, что эффект вытеснения шума из полосы интереса имеет место даже в случае простейшей одноконтурной схемы типа, приведенной на рисунке 1,а, в которой используется Δ-модулятор первого порядка (порядок определяется числом интеграторов в его структуре). Более эффективное подавление шума достигается в сложных структурах с использованием Δ-модуляторов более высоких порядков (многоконтурных и многокаскадных).

Если рассматривать сигнал $u_{\text{ЦАП}}(t)$ как выходной, то МИАЦП в схеме (рис. 1,а) реализует так называемую Δ-модуляцию (или импульсно-разностную модуляцию). На рисунке 2,а,б приведены схема и временная диаграмма работы ИАЦП, в которой МИАЦП реализует частотно-импульсную модуляцию. Компаратор (операционный усилитель ОУ) сравнивает выходное напряжение интегратора с пороговым уровнем $U_{\text{п}}$. При каждом его срабатывании устройство управления УУ формирует импульс стабильной длительности, фронты которого синхронизированы с выходными импульсами ГИД, замыкая ключ. Тем самым на вход интегратора через ключ поступает компенсирующий импульс стабильной вольт-секундной площади. Величина ее обычно выбирается такой, чтобы частота импульсов значительно превышала граничную частоту полосы входного сигнала (это тоже процесс передискретизации).

Выходной код МИАЦП, как и в ∑Δ-АЦП, суммируется в цифровом фильтре ЦФ в течение времени преобразования $T_{\text{п}}$ (процесс децимации). Цифровой фильтр, как и в ∑Δ-АЦП, одновременно снижает погрешность от краевых эффектов ($\Delta u_u <> 0$), подавляя часть спектра шума, выходящую за пределы полосы интереса. Таким образом, процессы передискретизации, шейпинга шума, децимации и фильтрации свойственны и данному ИАЦП, и всем ИАЦП с

передискретизацией, реализующим другие виды промежуточной импульсной модуляции (ШИМ и ФИМ). То есть ∑Δ-АЦП – это всего лишь разновидность ИАЦП. Это никак не означает, что разработчики ∑Δ-АЦП ограничились только введением новой терминологии. Появление ∑Δ-АЦП знаменует собой качественно новый этап в развитии ИАЦП и связано это с разработкой новых более сложных (многоконтурных и многокаскадных) структур и применением более сложных алгоритмов цифровой обработки промежуточных сигналов на этапах децимации и цифровой фильтрации.

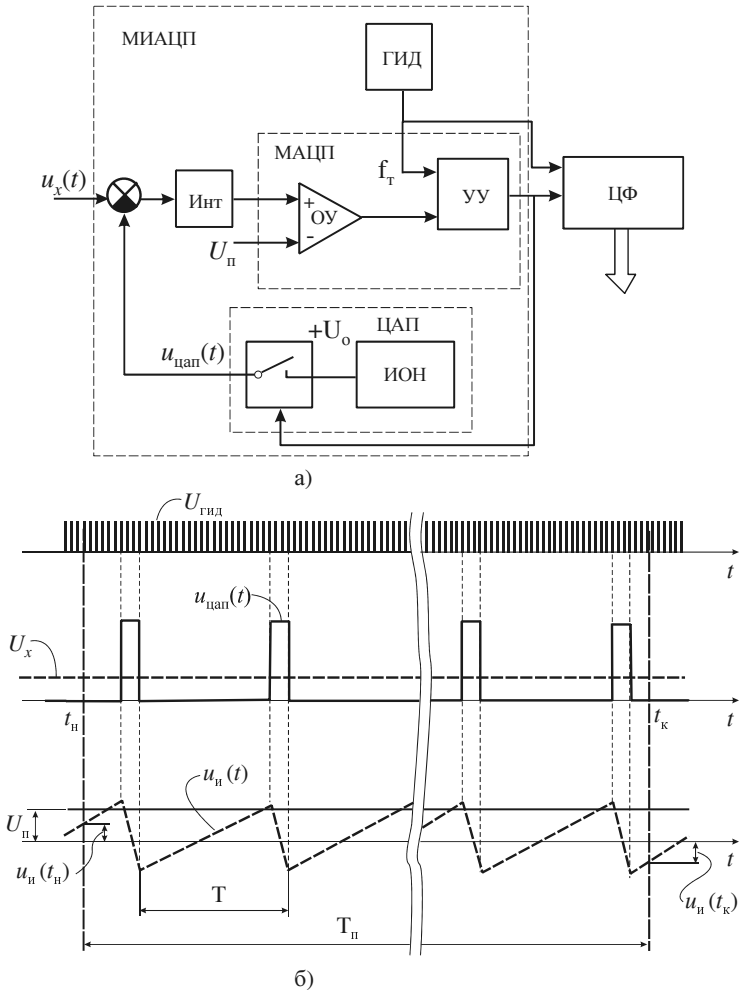


Рис. 2

2. Структуры гетерогенных (непрерывно-дискретных) систем

Важнейшей и до конца нерешенной задачей теории ИАЦП и ∑Δ-АЦП является синтез структур с заданными динамическими характеристиками. Первоначально единственным средством изменения динамических свойств ИАЦП было предварительное (перед интегрированием) умножение входного сигнала на определенного вида весовую функцию (ВФ). Поскольку эта операция выполнялась аналоговыми средствами, практическое применение на-

ходили лишь самые простые (ступенчатые и единичные) ВФ. При использовании ступенчатых ВФ задача сводилась к умножению входного сигнала на постоянные коэффициенты. В случае единичных ВФ операция умножения заменялась включением или выключением входного сигнала в соответствии с текущим значением единичной ВФ. С развитием цифровых средств обработки сигналов стал применяться другой способ реализации ВФ, который предполагает выполнение взвешивания на этапе децимации и цифровой фильтрации. В работе [7] было показано, что в случае четно- или нечетно-симметричных ВФ понятия весовой функции и импульсной переходной функции полностью тождественны. Отсюда следует, что управление динамическими свойствами ИАЦП возможно не только прямым умножением входного сигнала (или его промежуточного аналога) на весовую функцию, но и косвенным образом – путем синтеза структуры, импульсная переходная функция которой равна желаемой весовой функции. Впервые этот прием был предложен в работе [8] применительно к так называемым интегрирующим дискретизаторам, представляющим собой разновидность НДС в виде последовательно включенных нескольких интеграторов, охваченных импульсной обратной связью. НДС имеют в своем составе импульсный элемент, функционируют в дискретном времени и описываются разностными уравнениями, т.е. обладают свойствами систем, более известных как импульсные системы. Теория линейных импульсных систем хорошо развита отечественными и зарубежными учеными [9, 10]. Она позволяет описать движение любой линейной импульсной системы, которая путем эквивалентных топологических преобразований приводится к каноническому виду. Однако это не относится к НДС, в том числе упомянутым интегрирующим дискретизаторам, которые не приводятся к каноническому виду никакими структурными преобразованиями. Последнее определяет специфику анализа и синтеза подобного рода систем. К нелинейной разновидности этих систем в частности относятся ∑Δ-АЦП.

Одной из нерешенных задач теории ∑Δ-АЦП является создание адекватной модели ∑Δ-модулятора, которая бы давала возможность не только объяснить концепции передискретизации, шейпинга шума и децимации, но и определить параметры реальной схемы, обеспечивающие устойчивость системы и, по возможности, оценить погрешность от краевых эффектов. Важно заметить, что практически все исследователи (в основном зарубежные) искали решение сформулированной проблемы с использованием либо *чисто непрерывной*, либо *чисто дискретной* модели ∑Δ-модулятора. В то же время не вызывает сомнений, что ∑Δ-модулятор по самой своей природе является *гетерогенной* (непрерывно-дискретной) системой, включающей как *аналоговые*, так и *цифровые* элементы. Поэтому и модель ∑Δ-модулятора надо строить в классе непрерывно-дискретных систем.

Если в любой известной структуре ∑Δ-АЦП вместо малоразрядного АЦП применить АЦП с высокой разрядностью, в пределе стремящейся к бесконечности, то он превращается в линейную НДС. Задача синтеза подобных структур тоже не является тривиальной, поскольку, как отмечалось, получающиеся структуры НДС никакими эквивалентными топологическими преобразованиями не могут быть приведены к каноническому виду. В этой связи была поставлена и решена задача создания методики синтеза НДС со структурами неканонического вида. Предполагалось, что решение этой задачи будет первым шагом на пути синтеза структур ∑Δ-АЦП с заданными динамическими харак-

теристиками. Была выдвинута гипотеза о том, что после синтеза структуры НДС при вводе в нее АЦП с конечной разрядностью вместо фиксирующего элемента (т.е. трансформации линейной НДС в ∑Δ-АЦП) будут в той или иной степени сохранены динамические свойства исходной структуры. Результаты исследований подтвердили корректность этой гипотезы и перспективу создания новых структурно-алгоритмических решений ∑Δ-АЦП.

При синтезе ∑Δ-АЦП особое внимание уделялось структурам, реализующим ВФ в виде сплайнов. Такие ВФ, с одной стороны, обеспечивают высокую степень подавления внешних помех и снижения погрешности от краевых эффектов (шейпинг шума), а с другой стороны, реализуются с помощью простых, хорошо отработанных современной технологией динамических звеньев в виде активных интеграторов.

Для того чтобы подойти к пониманию гетерогенной структуры в нужном нам смысле (имея в виду ограничение их классом рассматриваемых систем), необходимо договориться о тех основных звеньях (подсистемах), из которых она состоит. На рисунке 3,а показаны чисто непрерывная и чисто дискретная подсистемы с передаточными функциями $H(p)$ и $H(z)$ соответственно. Первая осуществляет преобразование A→A (аналог→аналог), вторая – преобразование D→D (цифра→цифра). Здесь и далее полагаем, что дискретная часть реализует цифровую фильтрацию. Само собой разумеется, что цифровое представление информации одновременно означает дискретность этого представления во времени, хотя дискретная система не обязательно предполагает цифровое представление информации.

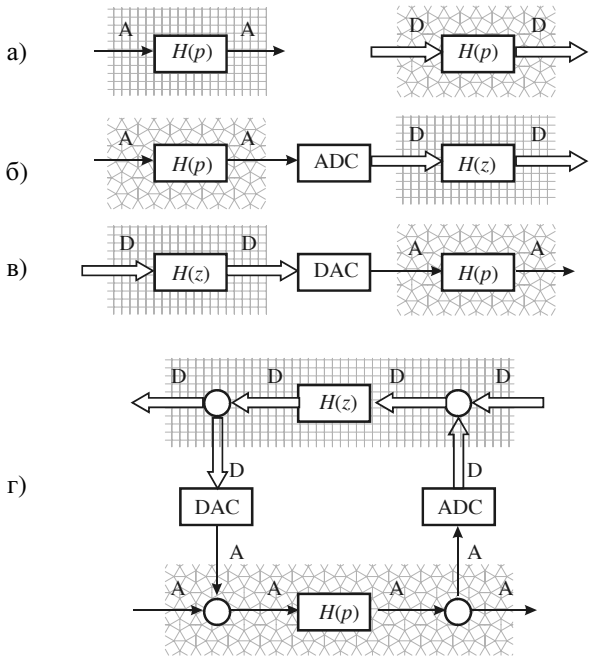


Рис. 3

Разомкнутая смешанная непрерывно-дискретная система может иметь вид, показанный на рисунке 3,б,в. Причем такая структура может содержать несколько аналоговых и дискретных звеньев или подсистем. Но в лю-

бом случае на стыке двух разнородных подсистем должен стоять интерфейсный элемент – АЦП (ADC – Analog Digital Converter) либо ЦАП (DAC – Digital Analog Converter). В разомкнутых структурах (рис. 3,б,в) параметры трактов преобразования, разделенных интерфейсами в виде ЦАП и АЦП, не могут назначаться независимо друг от друга. При этом нельзя не учитывать ограничения, обусловленные необходимостью обеспечить «прозрачность» всего тракта преобразования для прохождения входного сигнала на выход с допустимыми искажениями. Еще более сильные ограничения на выбор параметров накладываются при переходе к замкнутым гетерогенным структурам. В этом случае при сохранении требования «прозрачности» приходится считаться с ограничениями (как правило, существенно более строгими), обусловленными необходимостью обеспечения устойчивости и заданного поведения системы.

Замкнутые структуры непрерывно-дискретных систем, в частности ∑-АЦП, отличаются большим многообразием: они могут быть одно- и многоконтурными, последние – согласно-параллельными и встречно-параллельными. Цепи прямого и обратного преобразования могут включать различные сочетания аналоговых и дискретных (цифровых) звеньев. Многообразие конкретных структур создает проблему их анализа и синтеза. В случае замкнутых импульсных систем [9], т.е разновидности гетерогенных систем, в которых отсутствуют цифровые звенья, эта проблема была решена до уровня разработки стройной теории путем приведения разнообразных структур к каноническому виду с использованием правил структурных преобразований. Структурные преобразования остаются полезным приемом при анализе и синтезе рассматриваемого нами класса гетерогенных систем, однако здесь возникает ряд дополнительных проблем, связанных со спецификой разнородного (аналогового и цифрового) представления информации в различных сечениях замкнутого контура. С учетом этого начнем рассмотрение процессов в одноконтурной замкнутой гетерогенной системе.

С методологической точки зрения весьма полезно представить ее в обобщенном виде, показанном на рисунке 3,г. Чтобы понять, что она обобщает, рассмотрим конкретные примеры. На рисунке 4,а показана функциональная схема так называемого интегрирующего дискретизатора (ИД) [8], выходной сигнал $u_y(nT_д)$ которого представляет собой дискретные выборки интегральных значений аналогового входного сигнала $u_x(t)$. Учитывая, что УВХ на рисунке 4,а реализованный как последовательно соединенные запоминающая емкость и повторитель П, без изменения функционирования схемы может быть заменен последовательно включенными многоразрядными АЦП и ЦАП, схему (рис. 4,а) можно представить в виде схемы (рис. 4,б). Отличие состоит лишь в том, что во второй схеме выходная информация представлена не только в аналоговой, но и в цифровой форме $u_y[n]$. В таком виде ее соответствие обобщенной схеме (рис. 3,г) представляется очевидным. Действительно, интегратор в схеме (рис. 4) соответствует аналоговому звену схемы (рис. 3,г) с передаточной функцией $H(p) = 1/(R_1Cp)$. Можно считать, что цифровой фильтр неявно присутствует в схеме (рис. 4), если положить, что $H(z) = 1$.

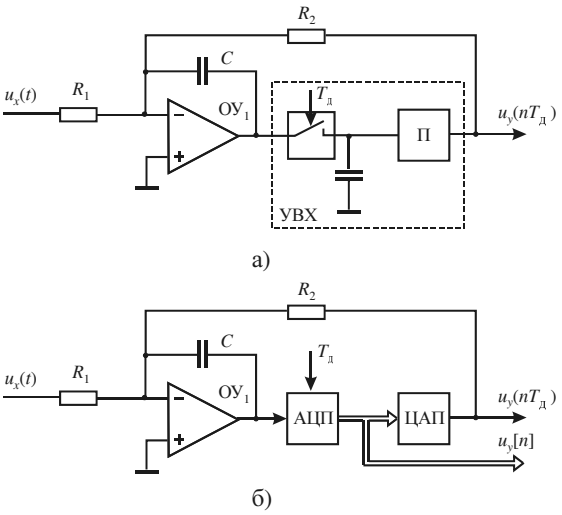


Рис. 4

В общем случае процессы в ИД по схеме (рис. 4,а) описываются линейным разностным уравнением первого порядка. Равенство $\tau = R_2 C = T_д$ соответствует выполнению условия конечной длительности переходного процесса, равного порядку разностного уравнения, в данном случае – одному периоду работы импульсного элемента. Для упрощения понимания работы схемы покажем это уникальное свойство импульсной системы, используя временную диаграмму на рисунке 5.

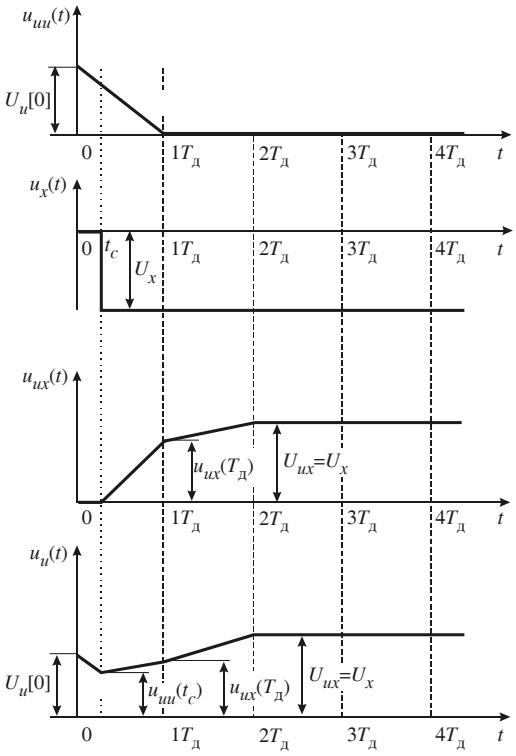


Рис. 5

Пусть на вход ИД в некоторый произвольный момент времени t_c подан скачок входного напряжения $u_x(t) = U_x$ и пусть в момент $t = 0$ имеет место произвольное начальное значение $u_u[0]$ выходного напряжения интегратора. Полагаем, что в момент $t = 0$ это напряжение было запомнено и сохраняется неизменным на выходе УВХ в течение первого шага дискретизации. Принцип суперпозиции позволяет нам рассматривать отдельно процесс установления начальных условий и процесс отработки входного воздействия. К концу первого шага дискретизации, на который приходится скачок входного напряжения, составляющая выходного напряжения интегратора, обусловленная начальным условием, достигнет значения

$$u_{uu}(T_д) = U_u[0] - \frac{1}{\tau}\int_0^{T_д} U_u[0]dt = U_u[0] - \frac{T_д}{\tau}\, U_u[0]\,. \qquad (8)$$

При $\tau = T_д$ из (8) следует, что уже к концу первого шага дискретизации в системе устанавливаются нулевые начальные условия. Следовательно, в момент $t = T_д$ напряжение на выходе интегратора определяется только входным воздействием $u_x(t)$ в течение предшествующего шага дискретизации. Таким образом, переходный процесс в системе при выполнении условия (7) действительно заканчивается за один шаг дискретизации. Теперь напряжение $u_{ux}(T_д)$, сохраняющееся неизменным на выходе УВХ в течение следующего шага дискретизации, служит как бы начальным условием для интегратора, и, как было показано выше, в момент $t = 2T_д$ составляющая выходного напряжения интегратора, обусловленная составляющей $u_{ux}(T_д)$ входного воздействия, равна нулю. Отсюда следует, что на каждом текущем шаге дискретизации выходное напряжение УВХ остается постоянным и равным среднему значению входного напряжения за предшествующий шаг дискретизации, т.е.

$$u_y[m] = \frac{\nu}{T_д}\int_{(m-1)T_д}^{mT_д} u_x[t]dt\,, \qquad (9)$$

где $\nu = R_2/R_1$ – масштабный коэффициент.

При изменяющейся входной величине выходное напряжение ИД представляет собой ступенчатую кривую. Уникальное свойство (конечная длительность переходного процесса) рассматриваемой замкнутой импульсной системы позволяет нам представить ее в виде эквивалентной (по динамическим свойствам) разомкнутой импульсной системы, приведенной на рисунке 6.

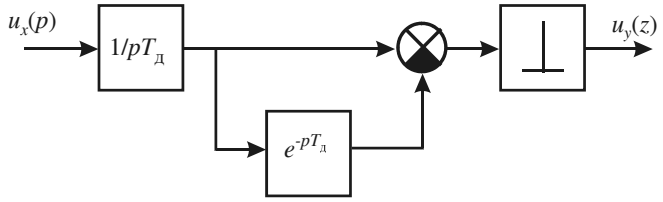


Рис. 6

Пока предлагаем принять на веру адекватность этой модели реальной схеме (рис. 4,а). Надо понимать, что «лобовая» реализация схемы по структуре (рис. 6) невозможна, т.к. предполагает наличие интегратора с бесконечным динамическим диапазоном выходной величины.

Структуру эквивалентной физически реализуемой системы (см. рис. 4,а) можно получить, разместив звено $1-e^{-pT_д}$ (конечная разность первого порядка) перед интегратором, как это показано на рисунке 7. При этом в реальной системе можно использовать интегратор с конечным динамическим диапазоном выходной величины.

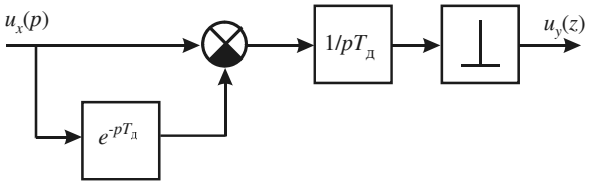


Рис. 7

На рисунках 8 и 9 приведены Simulink-модели, соответствующие структурам на рисунках 6 и 7, а на рисунке 10 и 11 – осциллограммы, полученные в результате модельного эксперимента при ступенчатом входном воздействии. Входные и выходные сигналы обеих моделей полностью совпадают. Отличие состоит в том, что в модели (рис. 8) на интегратор поступает ступенчатое воздействие, а в модели (рис. 9) – импульс конечной длительности. При синтезе систем более высокого порядка получаемые структуры также могут оказаться физически нереализуемыми.

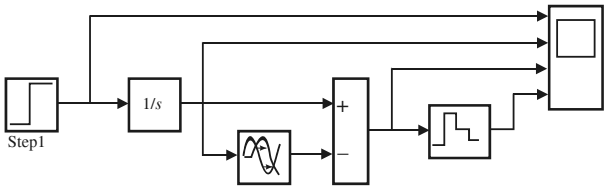


Рис. 8

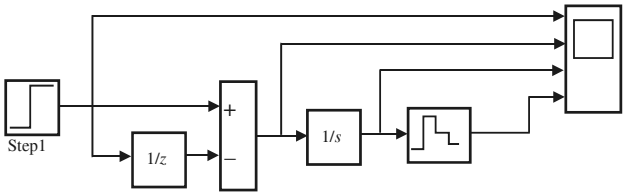


Рис. 9

Важно заметить, что модель (рис. 6) ничем не отличается от модели ИАЦП, в котором реализуется простейшая прямоугольная весовая функция (ВФ). В связи с этим напомним, что для класса симметричных ВФ понятия *весовая функция* и *импульсная характеристика* (ИХ) тождественны. Это позволяет при синтезе структур НДС (и ∑-АЦП с многоразрядными АЦП и ЦАП как разновидности НДС) использовать теорию непрерывных и им-

пульсных систем и, в частности, правила структурных преобразований и условия эквивалентности структур.

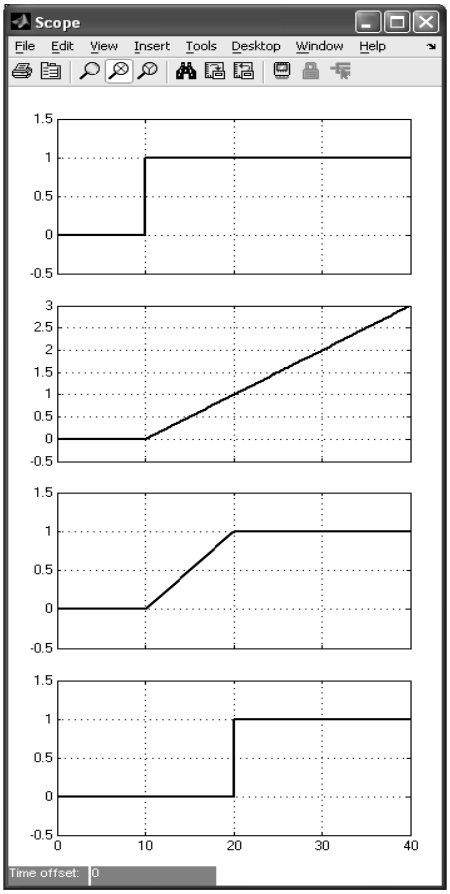


Рис. 10

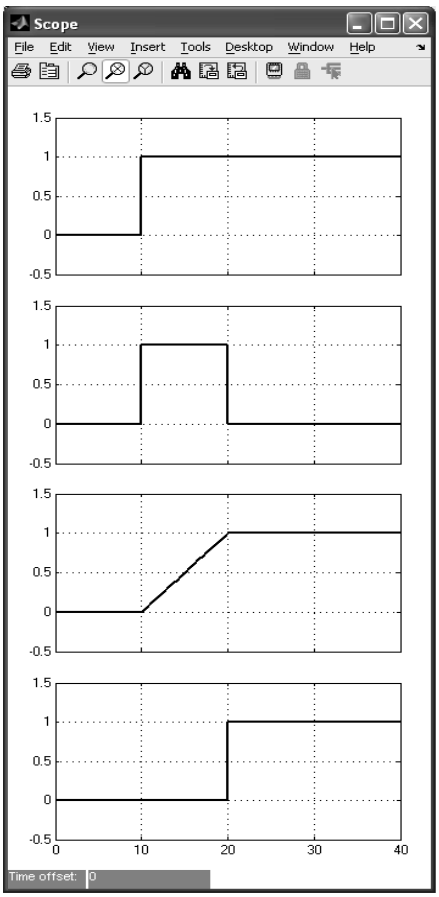


Рис. 11

3. Синтез замкнутых структур НДС

Процесс синтеза замкнутых структур НДС, реализующих заданную частотную характеристику, включает последовательное выполнение следующих этапов:

1. Синтез ВФ (например, по заданным требованиям к АЧХ).
2. Получение передаточной функции (ПФ) по ВФ (применением прямого преобразования Лапласа к ВФ с учетом тождества ВФ и ИХ).
3. Синтез разомкнутой структуры, реализующей полученную ПФ.
4. Переход от разомкнутой структуры дискретной части к эквивалентной замкнутой структуре дискретной части.
5. Объединение непрерывных частей прямого и обратного тракта преобразования (с использованием правил структурных преобразований) и приведение структуры к замкнутому виду.
6. Получение схемной реализации, в которой типовые звенья структуры заменяются реальными схемными элементами.

Поясним поэтапно процесс синтеза на несложном примере структуры (рис. 6).

1. В нашем случае ВФ известна: структура (рис. 6) реализует простейшую ступенчатую ВФ (СВФ) вида

$$g(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{T} & \text{при } 0\le t\le T,\\ 0 & \text{иначе.}\end{cases} \qquad (10)$$

2. Передаточную функцию получим прямым преобразованием Лапласа ВФ (10):

$$H(p)=\int_0^{\infty} g(t)e^{-pt}dt=-\frac{1}{T}\int_0^{T} e^{-pt}dt=\frac{1}{pT}\left(1-e^{-pT}\right). \qquad (11)$$

3. Если положить $T=T_{\text{д}}$, то, как нетрудно видеть, передаточная функция (11) реализуется структурой (рис. 6), которую можно преобразовать к виду (рис. 12) путем переноса импульсного элемента на выход интегрирующего звена. В этой структуре звено задержки e^{-pT} заменено на элемент сдвига z^{-1}, поскольку период работы импульсного элемента совпадает с длительностью интервала $T_{\text{д}}$.

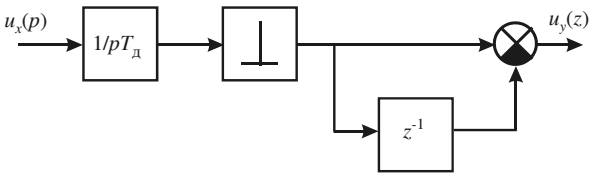


Рис. 12

4. Изобразим замкнутую структуру (рис. 13), эквивалентную разомкнутой дискретной части структуры (рис. 12). Передаточная функция дискретной части структуры (рис. 12) равна $H_{\text{д}}(z)=1-z^{-1}$. Передаточную функцию звена обратной связи замкнутой структуры $H_{\text{дз}}(z)$ найдем из условия эквивалентности:

$$H_{\text{д}}(z)=\frac{1}{1+H_{\text{дз}}(z)},$$

откуда

$$H_{\text{дз}}(z)=\frac{1-H_{\text{д}}(z)}{H_{\text{д}}(z)}=\frac{z^{-1}}{1-z^{-1}}. \qquad (12)$$

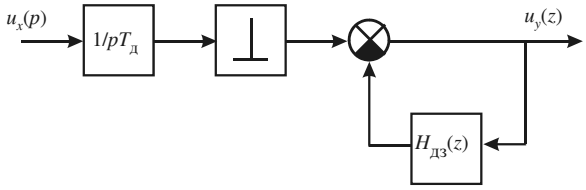


Рис. 13

Найдем непрерывное звено $H_{\text{н}}(p)$, дискретизированная импульсная характеристика которого совпадает с импульсной характеристикой дискретного звена $H_{\text{дз}}(z)$. Поскольку идеальный импульсный элемент нереализуем физически, то учтем данное обстоятельство введением вместо него формирователя прямоугольного импульса. Подобный формирователь имеет передаточную функцию $H(p) = (1 - e^{-pT_{\text{д}}})/p$.

В соответствии с рисунком 14 имеем

$$H_{\text{нз}}(p) = Q(p) \cdot \frac{1 - e^{-pT_{\text{д}}}}{p}.$$

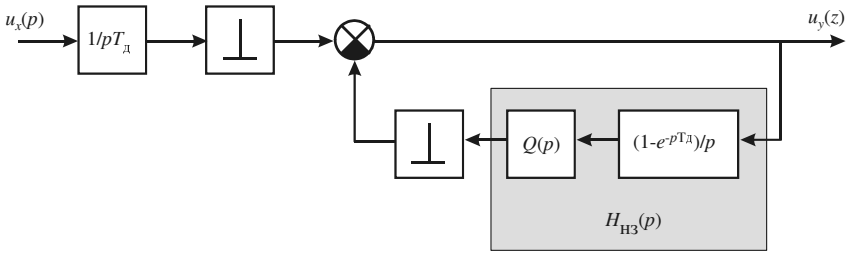


Рис. 14

Существуют таблицы соответствия передаточных функций $H(p) \leftrightarrow H(z)$ по критерию совпадения дискретизированной импульсной характеристики звена с передаточной функцией $H(p)$ и решетчатой импульсной характеристики звена с передаточной функцией $H(z)$. Эти соответствия получены цепочкой преобразований:

$$Q(z) = Z\left\{L^{-1}\left\{Q(p) \cdot \frac{1 - e^{-pT_{\text{д}}}}{p}\right\}\right\}, \tag{13}$$

т.е. сначала выполняется обратное преобразование L^{-1} Лапласа, в результате чего находится оригинал $Q(t)$ и далее Z-преобразование $Q(z)$ решетчатой функции $Q[n] = Q(nT_{\text{д}})$.

Поскольку во всех рассматриваемых структурах ИАЦП в непрерывной части математических моделей присутствуют интегрирующие звенья, то логично ограничить класс функций $Q(p)$ звеньями с передаточной функцией $Q_m(p) = 1/(pT_{\text{д}})^m$. В таблице 1 приведены указанные соответствия для первых 5 степеней m.

Передаточные функции эквивалентной разомкнутой дискретной системы легко находятся для любого $Q(p)$ с использованием пакета Maple:

> with(inttrans):
> Q(p):=1/p^4;

$$Q(p) := \frac{1}{p^4}$$

> Q(z):=simplify(ztrans(invlaplace(Q(p)*(1-exp(-p))/p, p, t),t,z));

$$Q(z) := \frac{z^3 + 11\,z^2 + 11\,z + 1}{24\,(z - 1)^4}$$

(легко убедиться, что полученный результат полностью совпадает с табличным для $m = 4$, если числитель и знаменатель умножить на z^{-4}).

Таблица 1

m	$Q_m(p)$	$Q_m(z)$
1	$\frac{1}{(pT_д)}$	$\frac{z^{-1}}{1-z^{-1}}$
2	$\frac{1}{(pT_д)^2}$	$\frac{z^{-1}(1+z^{-1})}{2!(1-z^{-1})^2}$
3	$\frac{1}{(pT_д)^3}$	$\frac{z^{-1}(1+4z^{-1}+z^{-2})}{3!(1-z^{-1})^3}$
4	$\frac{1}{(pT_д)^4}$	$\frac{z^{-1}(1+11z^{-1}+11z^{-2}+z^{-3})}{4!(1-z^{-1})^4}$
5	$\frac{1}{(pT_д)^5}$	$\frac{z^{-1}(1+26z^{-1}+64z^{-2}+26z^{-3}+z^{-4})}{5!(1-z^{-1})^5}$

В нашем случае (m = 1), согласно первой строке таблицы 1, $Q_1(p) = 1/(pT_д)$. С учетом этого структуру (рис. 13) можно представить в виде, приведенном на рисунке 15.

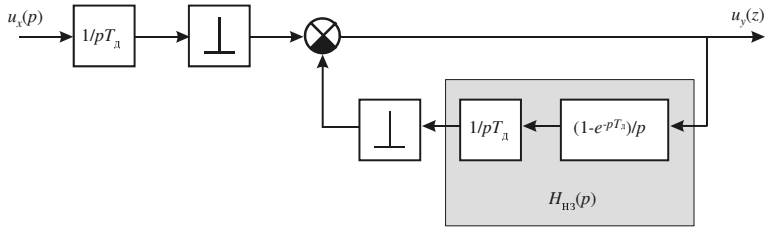


Рис. 15

5. Пользуясь правилами переноса звеньев через суммирующий элемент, объединим интеграторы в трактах прямого и обратного преобразования, после чего структура (рис. 15) приводится к окончательному виду, представленному на рисунке 16.

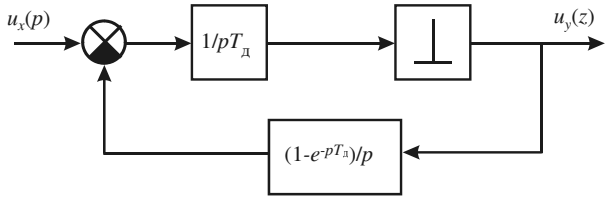


Рис. 16

6. Схемное исполнение ИД по структуре (рис. 16) очевидно: звено $1/pT_{\text{д}}$ соответствует интегратору в схеме (рис. 4); импульсный элемент и звено $(1-e^{-pT_{\text{д}}})/p$ (формирователь прямоугольного импульса) могут быть выполнены на аналоговых и цифровых элементах (рис. 4,а,б соответственно).

Заключение

В следующей из серии статей, посвященных синтезу структур ∑Δ-АЦП, будут приведены примеры применения изложенной методики для структур второго и более высоких порядков, преобразование структур НДС в структуры ∑Δ-АЦ, а также результаты исследования их Simulink-моделей.

Список литературы

1. **Kester, W.** Which ADC Architecture is Right for Your Application? / W. Kester // Analog Dialogue. – 2005. – Vol. 39. – № 2. – P. 11–19.
2. Delta-Sigma Data Converters: Theory, Design and Simulation. Edited by Steven R. Norsworthy, Richard Schreier, Gabor C. Temes // IEEE Computer Society Press. – 1996. – 476 p.
3. **Шахов, Э. К.** Сигма-дельта АЦП: процессы передискретизации, шейпинга шума квантования и децимация / Э. К. Шахов // Датчики и Системы. – 2006. – № 11. – С. 50–57.
4. **Шахов, Э. К.** Сигма-дельта АЦП: классификация и математические модели / Э. К. Шахов // Датчики и Системы. – №12. – 2006. – С. 69–76.
5. **Шахов, Э. К.** ∑Δ-АЦП: структуры с многоуровневым квантованием и многокаскадные структуры / Э. К. Шахов, В. Н. Ашанин // Датчики и Системы. – 2007. – № 1. – С. 52–59.
6. **Шахов, Э. К.** ∑Δ-АЦП: цифровая фильтрация и децимация / Э. К. Шахов, Б. В. Чувыкин // Датчики и Системы. – 2007. – № 2. – С. 44–51.
7. **Шахов, Э. К.** Интегрирующие развертывающие преобразователи напряжения / Э. К. Шахов, В. Д. Михотин. – М. : Энергоатомиздат, 1986. – 144 с.
8. **Михотин, В. Д.** Методы синтеза весовых функций для эффективной фильтрации измерительных сигналов / В. Д. Михотин, Б. В. Чувыкин, Э. К. Шахов // Измерения, контроль, автоматизация. – 1981. – №5 (39). – С. 3–12.
9. **Цыпкин, Я. З.** Теория линейных импульсных систем / Я. З. Цыпкин – М. : Физматгиз, 1963. – 968 с.
10. **Джури, Э.** Импульсные системы автоматического регулирования / Э. Джури. – М. : Физматгиз, 1963. – 456 с.

УДК 531.7

К. А. Алексеев, Д. Ю. Телицын

К ПРОБЛЕМЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДАТЧИКОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭЛЕКТРОГИДРАВЛИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА И ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗА

В работе рассматривается решение задачи восстановления импульсных характеристик датчиков переменных давлений и испытательных воздействий, синтезируемых взрывом металлического проводника в жидкости, из откликов с использованием техники континуального вейвлет-анализа. Кратко рассмотрены теоретические основы вейвлет-анализа, приведен алгоритм восстановления составляющих отклика. Приведено теоретическое подтверждение полученных результатов – элементы физики электрогидравлического эффекта, а также некоторые частные вопросы динамики датчика.

1. Постановка задачи

Опыт разработки и эксплуатации датчиков переменных давлений [1, 2] показывает, что частичное, а подчас полное отсутствие информации о динамике датчика в условиях эксплуатации объясняется недостаточностью знаний о его поведении в условиях аттестационных испытаний. Серьезной причиной возникновения данной проблемы является тот факт, что в настоящее время исполнение стендового оборудования в ряде случаев не отвечает требованиям, предъявляемым регламентом аттестационных испытаний. По большому счету это выражается в невозможности воспроизведения идеальных испытательных воздействий, какими являются, например, δ-импульс, ступень, гармонический сигнал.

Так, приближение входного воздействия, аппроксимирующего δ-импульс, к идеальному посредством уменьшения длительности подразумевает увеличение его амплитуды, необходимое для введения датчика в режим свободных колебаний. Между тем датчики обладают линейностью характеристик лишь в ограниченном диапазоне амплитуд входных воздействий, в связи с чем всякое превышение их мощности отражается в виде нелинейности типа насыщения.

В работе [3] введено условие пригодности импульса давления в качестве испытательного воздействия, возникающего в условиях электрогидравлического эффекта (такой эффект наблюдается при взрыве металлического проводника в жидкой среде и используется для воспроизведения импульсов в стендовом оборудовании типа ИКД, ИКУ, ИДУ).

Данное условие утверждает следующее: в том случае, если длительность τ такого импульса, обладающего прямоугольной, треугольной, колоколообразной и т.п. формой, не превышает 0,3 T, где T – период собственных колебаний датчика, импульс можно считать идеальным испытательным воздействием, тогда как отклик датчика рассматривать приближающимся к импульсной характеристике.

Действительно, данное условие является методически корректным для датчиков, собственные частоты которых лежат внутри спектральной полосы воздействия (например, идентификация динамических характеристик датчиков, собственные частоты которых расположены внутри полосы 0–300 кГц, возможна с погрешностью 3–15% при длительности импульса 3 мкс [4, 5]).

Некорректность задачи идентификации, обусловленная ненаблюдаемостью входа, т.е. отсутствием информации о временных характеристиках испытательного воздействия, позволила, тем не менее, разработать ряд методик идентификации динамических характеристик датчиков по их откликам на испытательное воздействие типа δ-импульса. В частности публикация [6] содержит описания способов, основанных на анализе Фурье и нацеленных на обработку коротких реализаций откликов, а также параметрических методов, в которых предполагается выбор участка (участков) отклика, обладающих наивысшим значением отношения сигнал/шум. Кроме того, наряду с выбором участка отклика упомянутые методики предполагают также отбрасывание его первого полупериода, т.е. $n = \mathrm{int}\left(\frac{\tau}{\Delta t}\right)$ первых отсчетов, содержащих вынуждающую составляющую и свободные колебания датчика, и, вместе с тем, последний полупериод как наиболее зашумленную часть отклика. Таким образом, число оставшихся целых периодов отклика должно обеспечивать минимальное значение методической погрешности идентификации.

Между тем ограничение длины реализации, как известно, сопровождается проявлением ряда недостатков, среди которых наиболее существенными являются ухудшение спектрального разрешения и утечка в спектральной области (вспомним, что взаимосвязь входного воздействия и отклика может быть определена интегралом фредгольмова типа в пределах $0-\infty$).

Широкополосность датчиков переменных давлений новых поколений не позволяет считать упомянутое условие приемлемым с точки зрения удовлетворения частотного диапазона испытания. Очевидно, в данном случае задача идентификации динамических характеристик сводится к более общей задаче, смысл которой заключается в определении характеристик по входному воздействию известной формы [7]. Однако такая задача включает в себя проблему выделения импульсной характеристики датчика и испытательного воздействия из отклика.

В настоящей работе рассматривается решение проблемы восстановления импульсной характеристики датчика и испытательного воздействия с использованием техники обратного вейвлет-преобразования.

2. ICWT и его реализация

Среди изобилия подходов к обработке сигналов, представленных сегодня на «потребительском рынке», континуальный вейвлет-анализ выделяется как достаточно гибкий и в то же время весьма мощный инструмент частотно-временного анализа.

Как известно, мощность вейвлет-анализа достигается возможностью использования различных вейвлет-функций в качестве базиса. Подобная свобода выбора, с одной стороны, определяет результирующее качество анализа и, таким образом, представляет собой его безусловное достоинство, однако с другой стороны поднимает вопрос вариативности вейвлет-спектра.

Общее выражение, определяющее прямое континуальное преобразование сигнала $s(t)$, имеет следующий вид:

$$CWT(a,b) = \langle s(t), \psi(t) \rangle, \tag{1}$$

где

$$\psi(t)=\frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right). \qquad (2)$$

Здесь a, b представляют собой переменные масштаба и сдвига вейвлет-функции (2) такие, что $a\in R^{+}-\{0\}$, $b\in R$, тогда как $CWT(a,b)$ – спектральная функция сигнала.

Очевидно, интегральная форма внутреннего произведения (1) $S(\omega)=\left|\hat{f}(\omega)\right|^{2}$ записывается в виде

$$CWT(a,b)=\frac{1}{\sqrt{a}}\int_{-\infty}^{\infty}s(t)\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)dt\,. \qquad (3)$$

Из данного выражения видно, что обеспечение свойства частотно-временной локализации в вейвлет-преобразовании достигается посредством использования ядра (2), причем роль частоты здесь играет переменная a, тогда как использование переменной сдвига b обеспечивает локализацию вейвлет-функции, а следовательно, сингулярностей сигнала внутри временного носителя.

По аналогии со спектральной плотностью Фурье $S(\omega)$, характеризующей распределение энергии между гармоническими составляющими сигнала

$$S(\omega)=\left|\hat{f}(\omega)\right|^{2},$$

где $\hat{f}(\omega)$ – его образ Фурье, спектральная плотность сигнала на плоскости (a,b) суть

$$S(a,b)=\left|CWT(a,b)\right|^{2}. \qquad (4)$$

Вейвлет-спектр (скалограмма) сигнала имеет принципиальное отличие от функции $CWT(a,b)$, поскольку является «энергетической картой» сигнала, во многом, безусловно, избыточной, однако характеризующей распределение энергии между его составляющими не только в спектральной, но также во временной области (отметим, спектр Фурье позволяет осуществлять анализ лишь в частотной области, не обеспечивая при этом информацией о сингулярностях его энергетических характеристик во времени.)

Как известно, сигналы физического происхождения имеют конечную длину реализации и занимают ограниченную полосу частот. В связи с этим представляется совершенно естественным тот факт, что континуальное вейвлет-преобразование, теоретически исполняемое для $t\in R$, $b\in R$, $a\in R^{+}-\{0\}$, является нереализуемым на практике, а потому подразумевает необходимость квантования переменных a, b.

Квантование масштаба преобразования может осуществляться двумя способами, из которых первый, наиболее очевидный, заключается в исполь-

зовании правила $a_i = a_0^i$, где $a_0 = \text{const}$, тогда как второй, инженерный, основывается на следующих соображениях.

Поскольку масштабирующая переменная вейвлет-функции и ее центральная частота, а точнее настройка фильтра, порождаемого вейвлет-функцией, обратно пропорциональны друг другу, имеет смысл задание интервала изменения масштабирующей переменной, обусловленного предельными низкочастотной и высокочастотной составляющими анализируемого сигнала:

$$a = \left\{ k\Delta a \,\middle|\, k = \overline{1, A} \right\}, \tag{5}$$

где Δa – шаг приращения масштабирующей переменной; A – количество таких приращений.

Квантование переменной сдвига, на наш взгляд, целесообразно осуществлять в предположении равенства шага ее приращения шагу дискретизации сигнала:

$$b = \left\{ m\Delta t \,\middle|\, m = \overline{1, N} \right\}, \tag{6}$$

где N – число отсчетов сигнала.

Тогда выражение для континуального вейвлет-преобразования (3) может быть переписано следующим образом:

$$CWT(k,m) = \frac{1}{\sqrt{a}} \sum_{i=1}^{N} s(i\Delta t)\psi\left(\frac{i\Delta t - b_m}{a_k} \right)$$

или с учетом правил (5), (6) квантования переменных a, b в виде

$$CWT(k,m) = \frac{1}{\sqrt{k\Delta a}} \sum_{i=1}^{N} s(i\Delta t)\psi\left(\frac{i\Delta t - m\Delta b}{k\Delta a} \right) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{k\Delta a}} \sum_{i=1}^{N} s(i\Delta t)\psi\left(\frac{i-m}{k} \frac{\Delta t}{\Delta a} \right). \tag{7}$$

Обратное вейвлет-преобразование, соответствующее восстановлению сигнала по его спектральной функции, может быть определено как внутреннее произведение $CWT(a,b)$ с вейвлет-функцией, используемой в качестве базиса:

$$s(t) = \frac{1}{c_\psi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^{\infty} CWT(a,b)\psi\left(\frac{t-b}{a} \right) db \frac{da}{a^2}, \tag{8}$$

где $c_\psi = \int_{-\infty}^{0} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega = \int_0^\infty \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty$.

Как видно, выполнение обратного вейвлет-преобразования подразумевает необходимость интегрирования произведения $CWT(a,b)$ и $\psi(t)$ в пределах $b \in R$, $a \in R^+ - \{0\}$, что, совершенно естественно, также не представ-

ляется целесообразным на практике. В связи с этим правила квантования масштаба и сдвига могут быть применены также к процедуре обратного вейвлет-преобразования, а функционал (8) – трансформирован к фреймам, общее выражение для которых имеет вид

$$s(t)=\frac{2}{B+C}\sum_{k=1}^{A}\sum_{m=1}^{N}CWT(k,m)\psi\left(\frac{t-b_m}{a_k}\right),$$

где B,C представляют собой константы Рисса.

В частности для ортонормированного базиса, в котором $B=C=1$, выражение (9) записывается следующим образом:

$$s(t)=\sum_{k=1}^{A}\sum_{m=1}^{N}CWT(k,m)\psi\left(\frac{t-b_m}{a_k}\right).$$

Очевидно, выражение для практической реализации обратного вейвлет-преобразования (8) с учетом правил (5), (6) принимает вид

$$s(i\Delta t)=\sum_{k=1}^{A}\sum_{m=1}^{N}CWT(k,m)\psi\left(\frac{i-m}{k}\frac{\Delta t}{\Delta a}\right).$$

В основе алгоритма восстановления импульсных характеристик датчиков и испытательного воздействия с использованием обратного вейвлет-преобразования лежит весьма простая идея разбиения вейвлет-спектра отклика на полосы и использования лишь тех из них, в которых заключен наибольший объем информации об искомых составляющих. Говоря иначе, в том случае, если наибольшая концентрация энергии вейвлет-спектра импульсной характеристики соответствует полосе $a\in[a_1,a_2]$, ее можно восстановить по функции $CWT(k,m)$, взяв $k=\overline{A_1,A_2}$ таким образом, что $k\Delta a\in[a_1,a_2]$:

$$g(t)=\sum_{k=A_1}^{A_2}\sum_{m=1}^{N}CWT(k,m)\psi\left(\frac{i-m}{k}\frac{\Delta t}{\Delta a}\right).$$

Аналогичным образом, зная ширину полосы вейвлет-спектра испытательного воздействия, его достаточно просто восстановить в предположении, что $k=\overline{A_3,A_4}$:

$$f(t)=\sum_{k=A_3}^{A_4}\sum_{m=1}^{N}CWT(k,m)\psi\left(\frac{i-m}{k}\frac{\Delta t}{\Delta a}\right).$$

3. Некоторые результаты и их интерпретация

На рисунке 1 изображены отклики датчиков переменных давлений, полученные методом активной импульсной идентификации на стенде ИКД-7; вейвлет-спектры откликов, рассчитанные с использованием биортогональных сплайновых вейвлет-функций [4] порядков (6), (8), а также испытательные воздействия и импульсные характеристики датчиков, восстановленные по данным вейвлет-спектрам.

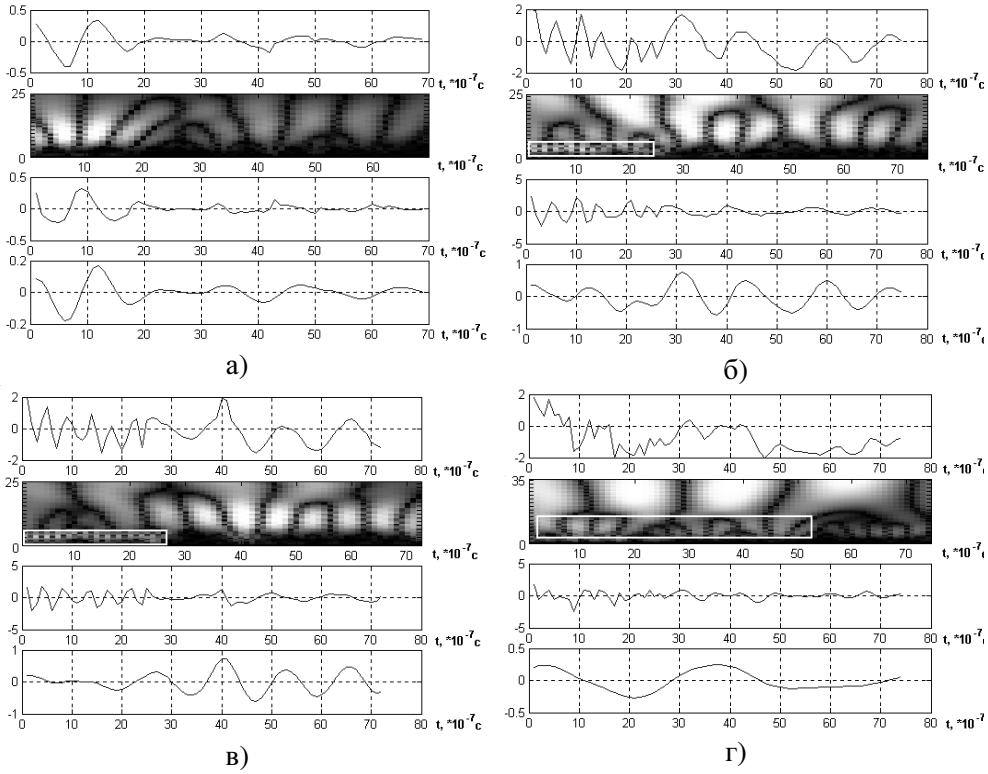


Рис. 1 Отклик датчика переменных давлений, вейвлет-спектр отклика, испытательное воздействие и импульсная характеристика датчика:
а – для датчика ЛХ612 № 74942184; б – для датчика ДПС010 № 907;
в – для датчика ДПС008 № 2183; г) – для датчика ЛХ612М № 830182

При рассмотрении рисунков видно, что спектры окликов датчиков содержат 2 составляющие, из которых одна соответствует спектру импульсной характеристики, проявляющейся в виде ряда локальных максимумов, другая – спектру испытательного воздействия, лежащему в более высокочастотной области (спектр испытательного воздействия выделен прямоугольником).

Можно заметить, что спектры испытательных воздействий не имеют длительности, равной первому полупериоду отклика датчика. Очевидно, степень проявления вынуждающей составляющей в отклике определяется полосой пропускания аттестуемого датчика.

Стоит отметить, что наибольшим сюрпризом в решении поставленной задачи явилась не столько возможность быстрого восстановления импульсной характеристики и испытательного воздействия, каковую обеспечил вейвлет-анализ, сколько форма вынуждающей составляющей: рисунок 1 убедительно иллюстрируют тот факт, что испытательное воздействие вовсе не является одиночным импульсным. Напротив, будучи синтезированным посредством взрыва проводника в жидкой среде, воздействие представляет собой не что иное, как серию, или, можно сказать, пакет импульсов, порождаемых процессами, протекающими в камере стенда в течение эволюции электрогидравлического эффекта. При этом весьма важным является то обстоятельство, что полученные результаты в полной мере согласуются с представлениями о физике эффекта, развитыми в работах [5, 8–10] и в их свете могут быть интерпретированы следующим образом.

Диспергирование продуктов взрыва проводника, т.е. взрывообразное расширение облака, наполненного продуктами взрыва, приводит к тому, что на границе раздела сред облако–жидкость образуется зона повышенного давления, обусловленного сжатием близлежащих слоев жидкости. Сказанное означает, что в жидкости образуется фронт ударной волны, по обеим сторонам которого давление, скорость и плотность претерпевают разрыв. Под воздействием давления падающей волны приводится в движение упругая система датчика, т.е. имеет место процесс импульсного нагружения. Таким образом, развитие в импульсной камере ударной волны соответствует импульсу, первому из пакета импульсов испытательного воздействия.

Падение волны на внутреннюю поверхность камеры приводит к возникновению сложной системы отраженных волн, в совокупности образующих сходящиеся движения жидкости [5]. Понятно, результатом возникновения отраженных волн для датчика является разгружение его упругой системы [10].

Взаимодействие «хвоста» прямой и отраженной волн друг с другом приводит к зарождению кавитационной зоны, локализующейся у внутренней поверхности камеры. Опуская подробности, характеризующие условия рождения кавитации и физику ее эволюции (подробнее об этом см., например, в [5, 8]), скажем следующее. Кавитационная зона, фактически «выстилающая» внутреннюю поверхность камеры, под воздействием результирующего давления начинает совершать объемные колебания, напоминающие пульсации газового пузыря [9] и порождающие серию импульсов, отчетливо видимых на графике испытательного воздействия. Действительно, в момент образования зоны кавитации непосредственное воздействие падающей ударной волны на упругую систему датчика прекращается. Теперь волна оказывает лишь косвенное влияние на процесс нагружения, ударяясь хвостовой частью о кавитационную зону.

Отражение хвоста ударной волны от зоны кавитации протекает в условиях электрогидравлического эффекта подобно явлению отражения от упругой поверхности. Дело в том, что недостающее давление в хвосте ударной волны не позволяет подавить кавитацию, а способно привести лишь к зарождению дополнительной кавитационной зоны [10]. Нетрудно догадаться, что ее поведение влияет на динамику упругой системы датчика также косвенно.

Образование зон первичной и вторичной кавитации наводит на мысль о вероятном переходе всего объема жидкости в кавитирующее состояние. Подобное состояние можно охарактеризовать наличием в среде как крупных зон кавитации, создающих биения низкой частоты, так и зон меньших объемов, частоты биения которых выше. Можно сказать, жидкость теперь представляет собой единую осциллирующую суперкаверну, размеры которой определяются размерами импульсной камеры. Отметим, жизнедеятельности и гибели суперкаверны соответствует ряд импульсов из пакета импульсов испытательного воздействия, а также отдельные всплески и шум его второй половины [8].

4. Дополнительные замечания

Обратимся вновь к рассмотрению рисунка 1 для того, чтобы сделать ряд дополнительных замечаний и охарактеризовать поведение датчиков более подробно.

В частности после отработки первого импульса на вход широкополосного датчика ЛХ612 № 74942184 подается другой импульс, достигающий

своего максимума в момент времени 0,9 мкс (рис. 1,а). Реакция датчика на данное воздействие также представляет собой импульс, максимум которого наблюдается с запаздыванием, равным примерно 0,3 мкс. Третий входной импульс (его максимум соответствует времени 1,9 мкс), четвертый (3,3 мкс) и пятый (4,3 мкс) импульсы отрабатываются датчиков с тем же запаздыванием. Примечателен также тот факт, что разнесение импульсов во времени позволяет датчику достичь режима свободных колебаний.

Аналогичным образом можно охарактеризовать поведение датчика ДПС010 № 907 (рис. 1,б). Однако здесь стоит обратить внимание на то, что входной пакет импульсов датчик фильтрует подобно сглаживающему фильтру. Очевидно, частота следования импульсов пакета превышает частотный диапазон данного датчика. Напротив, одиночные импульсы, наблюдаемые в моменты 2,8; 4,0; 5,7 и 6,9 мкс соответственно, удовлетворительно отрабатываются датчиком с запаздыванием, равным примерно 0,3 мкс.

Описанная выше ситуация наблюдается также в реакции датчика ДПС008 № 2183 (рис. 1,в) на пакет входных импульсов испытательного воздействия.

Отклик датчика ЛХ612М № 830182, его импульсная характеристика и испытательное воздействие, изображенные на рисунке 1,г, вообще примечательны. Как видно, испытательное воздействие, поданное на вход датчика, представляет собой слабо затухающую серию импульсов, напоминающую стохастический сигнал. Реакция датчика на подобное воздействие представляется вполне очевидной: таковой являются два колебания, наблюдаемые в моменты времени 0,3 и 3,8 мкс соответственно.

Отметим, по осям абсцисс рассматриваемых графиков отложены номера отсчетов сигналов.

Заключение

В настоящей работе рассмотрено решение проблемы восстановления импульсных характеристик датчиков переменных давлений и испытательных воздействий, синтезируемых взрывом металлического проводника в жидкой среде. Как видно, аппарат континуального вейвлет-анализа позволил доказать гипотезу, согласно которой испытательное воздействие представляет собой пакет импульсов. В то же время проведенный расчет частных динамических характеристик датчиков натолкнул на мысль о том, что аппарат континуального анализа может быть с успехом применен в задачах параметрической идентификации средств измерений, а также фильтрации измерительной информации.

Список литературы

1. **Коптев, Ю. Н.** Датчиковая аппаратура для ракетно-космической техники / Ю. Н. Коптев, А. В. Гориш // Радиотехника. – 1995. – № 10. – С. 5–6.
2. **Казарян, А. А.** Обзор датчиков пульсаций давления / А. А. Казарян // Измерительная техника. – 1998. – № 8. – С. 27–33.
3. **Багдатьев, Е. Е.** Импульсная установка для идентификации датчиков переменных давлений / Е. Е. Багдатьев, А. А. Ефимова, Э. Б. Санина // Измерительная техника. – 1989. – №3. – С. 18–19.
4. **Новиков, И. Я.** Основы теории всплесков / И. Я. Новиков, С. Б. // Стечкин Успехи математических наук. – 1998. – № 6. – С. 53–128.

5. **Алексеев, К. А.** Исследование электрогидравлического эффекта, воспроизводимого в импульсной камере стенда ИКД-5, и моделей его компонент / К. А. Алексеев, Е. П. Осадчий // Инженерная физика. – 2000. – № 2. – С. 16–24.
6. **Мясникова, Н. В.** Оценка погрешностей при идентификации динамических характеристик средств измерения / Н. В. Мясникова // Датчики систем измерения, контроля и управления : межвуз. сб. науч. тр. – Вып. 8. – Пенза : Изд-во Пенз. гос. техн. ун-та, 1988. – С. 86–89.
7. **Осадчий, Е. П.** Идентификация импульсных характеристик датчиков переменных давлений с использованием матриц двумерных нестационарных передаточных функций / Е. П. Осадчий, К. А. Алексеев // Датчики и системы. – 1999. – № 6. –С. 16-19.
8. **Алексеев, К. А.** Возникновение кавитационных явлений в условиях электрогидравлического эффекта и их роль в процессе импульсной идентификации / К. А. Алексеев // Методы и средства измерения в системах контроля и управления : материалы Междунар. науч.-техн. конф. – Пенза, 1999. – С. 97–99.
9. **Бескаравайный, Н. М.** Волновые задачи о расширении полости в жидкости с учетом конечности перемещения границ / Н. М. Бескаравайный, В. А. Поздеев // Физико-механические процессы при высоковольтном разряде в жидкости : сборник науч. тр. – Киев : Наук. думка, 1980. – 220 с.
10. **Гаманович, В. И.** Взаимодействие ударной волны с преградой конечной толщины / В. И. Гаманович, В. А. Стрельцов // Электрический разряд в жидкости и его применение : сборник науч. тр. – Киев : Наук. думка, 1977. – 176 с.
11. **Кузнецов, Е. А.** Автоматизированный комплекс для определения статико-динамических характеристик датчиков давления в широком диапазоне температур / Е. А. Кузнецов // Измерительная техника. – 1993. – № 6. – С. 40–43.
12. **Алексеев, К. А.** Вейвлет-анализ сигналов датчиков / К. А. Алексеев // Пенза : Информационно-издательский центр ПГУ, 2001. – Ч. 1 : Континуальный вейвлет-анализ. – 60 с.

УДК 519.7

М. А. Федорова

ЭВОЛЮЦИОННЫЕ МЕТОДЫ В СИСТЕМАХ С ОБНАРУЖЕНИЕМ И АДАПТАЦИЕЙ

В статье рассмотрены вопросы, связанные с применением эволюционных методов к задаче оптимизации сложных взаимосвязанных систем фильтрации и управления в условиях неопределенности. Необходимость поддержания работоспособности системы в условиях априорной неопределенности и резких, непредвиденных изменений привела к развитию большого числа разнообразных численных методов, сейчас часто называемых «классическими». Но в то же время стандартные численные методы и методы математического программирования иногда не способны гарантировать хорошие результаты: надежное обнаружение изменений и быстродействующую адаптацию к вновь возникшим условиям при низкой вычислительной стоимости. Эти обстоятельства усиливают интерес к альтернативным решениям, иногда эвристическим; в их числе заимствование механизмов адаптации из природной эволюции. В данной работе рассматривается применение эволюционных методов, в частности генетических алгоритмов, в качестве альтернативы стандартным численным методам и проводится сравнительное исследование классических методов и генетического подхода на основе экспериментальных данных, полученных с помощью специально разработанного программного продукта, в классе стохастических систем с обнаружением и адаптацией.

Введение

В настоящее время во многих областях математической кибернетики, математического моделирования и системного анализа получают развитие неклассические методы, берущие свое происхождение из науки об эволюционном отборе и развитии организмов в биологии, так называемые эволюционные алгоритмы. Эти исследования тесно связаны с другими «неклассическими» направлениями – теорией нейронных сетей, теорией нечетких множеств, теорией «возможностей» и др., которые вместе с методами эволюционного моделирования составляют основу так называемых «мягких вычислений» (soft computing) [1]. Начиная с 70-х гг. прошлого века эти методы в различных формах применялись ко многим научным и техническим проблемам [2–4]. Однако возможности указанных нетрадиционных подходов к построению самоорганизующихся (адаптивных) систем изучены не в полной мере. Этот факт стимулирует проведение сравнительных исследований между классическими и неклассическими методами.

Также необходимо отметить, что решение практических задач обработки экспериментальных данных в ряде технических областей – навигации, радиолокации, связи и телекоммуникациях, в экономике и промышленности, в биологии, медицине и сейсмологии – приводит к применению систем фильтрации и управления с линейными стохастическими моделями. Теория таких систем хорошо разработана для условий, когда все свойства моделей полностью известны. Если же эти свойства неизвестны или подвержены резким, непредвиденным изменениям, адаптивные системы могут дать приемлемое решение, при этом адаптация включает как обнаружение, так и идентификацию изменений в моделях с целью реоптимизации системы. Создание систем,

априорно ориентируемых для работы в условиях неполноты или нечеткости исходной информации, неопределенности внешних возмущений и среды функционирования, мотивирует привлечение, наряду с классическими методами, также и нетрадиционных подходов к управлению с использованием методов и технологий искусственного интеллекта [5].

В данной работе предложено использование эволюционных методов как возможной альтернативы классическим подходам для решения задач обнаружения и идентификации в классе адаптивных стохастических систем с управлением. Также на основе экспериментальных данных, полученных с помощью специально разработанного программного продукта, выполнен сравнительный анализ трех методов: простой стохастической аппроксимации, метода наименьших квадратов и генетического алгоритма.

1. Описание задачи

Пусть дана стохастическая система с управлением. Пусть эта система параметризована вектором θ, где θ – параметр неопределенности из множества Θ возможных режимов работы системы. Предполагается, что θ подвергается внезапным изменениям, и каждое такое изменение происходит в неизвестный момент времени t_c. Это событие можно представить как переключение θ с θ_0 на некоторое другое неизвестное значение θ_1. Чтобы обратная связь была близка к оптимальной для вновь возникшего режима работы (определенного θ_1), необходимо соответствующим образом ее перенастроить. Классический подход к решению этой проблемы заключается в использовании калмановской фильтрации. В соответствии с этим подходом оптимальной перенастройкой будет фильтр Калмана (KF1), который оптимально соответствует θ_1. Таким образом перенастроенная обратная связь (отмеченная индексом 1) должна быть непосредственно подставлена вместо начальной обратной связи (отмеченной индексом 0). Однако указанная выше оптимальная перенастройка не может быть выполнена, поскольку сфера применения калмановской фильтрации ограничена вследствие того, что этот алгоритм предполагает точное знание параметров системы. Кроме того, параметры системы изменяются в моменты времени не известные априори. Поэтому θ_1 и t_c неизвестны и на практике могут быть заменены только их оценками $\hat{\theta}_1$ и $\hat{t}_c$, полученными от некоторого практически применимого алгоритма оценки параметра для перенастройки. Можно выполнить только субоптимальную перенастройку, при этом фактически необходимо решать две задачи: задачу обнаружения и задачу адаптации.

1. Обнаружение. Необходимо с наименьшими затратами обнаружить каждый момент изменения t_c с приемлемой задержкой и требуемой надежностью, т.е. необходим некоторый генератор решений, DG. В момент «тревоги» t_a генератор подтверждает внезапное изменение и задает $\hat{t}_c := t_a$. В качестве возможных решений данной задачи выбраны два подхода: метод полярного коррелометра и метод взвешенных квадратов невязок [6, 7].

2. Адаптация. После того как принято решение о том, что произошло нарушение, необходимо провести адаптацию системы к вновь возникшему режиму с θ_1. Поскольку из-за априорной неопределенности критерий качества системы недоступен непосредственному измерению, особый интерес для ре-

шения задачи идентификации представляет теория вспомогательного функционала качества (ВФК) [8]. Согласно этой теории формируется эквивалентный, но доступный критерий. При этом предполагаем, что минимум критерия качества достигается только при таких значениях параметров, которые в точности совпадают с фактическими значениями соответствующих параметров объекта и/или оптимального установившегося фильтра. Для сравнения с нетрадиционными подходами к задаче оптимизации в качестве стандартных алгоритмов идентификации на основе метода ВФК выбраны процедура простой стохастической аппроксимации и метод наименьших квадратов. А в качестве неклассических алгоритмов использованы эволюционные методы, в частности генетический алгоритм. К сожалению, пока далеко не все идеи биологической адаптации могут быть формализованы и использованы в технических системах. Однако то, что уже доступно, дает неплохие результаты.

2. Эволюционные методы

Эволюционные методы принадлежат направлению, которое описывает системы по типу вычислительных моделей эволюционных процессов. Усилия, направленные на моделирование эволюции по аналогии с природными системами, в настоящее время можно разделить на две категории. К первой относятся алгоритмы моделирования биологических систем, которые успешно используют для задач структурной и функциональной оптимизации. К ней относятся эволюционные алгоритмы, включающие три главных направления фундаментальных исследований: генетические алгоритмы, эволюционное моделирование (в некоторых работах говорят об эволюционных стратегиях) и эволюционное программирование. Ко второй категории относятся более реалистичные биологически, но не имеющие пока прикладного значения алгоритмы [9]. Они представляют системы, известные под обобщающим названием «искусственная жизнь».

Генетические алгоритмы (ГА) представляют особый интерес, поскольку их потенциальная возможность заключается в манипулировании сложными оптимизационными задачами с использованием простой и относительно недорогой модели. Генетические алгоритмы по аналогии с эволюционным механизмом работают с популяцией, каждая особь которой представляет возможное решение данной задачи. Для работы алгоритма выбирают множество параметров проблемы и кодируют их последовательностями конечной длины в некотором алфавите, называемыми «хромосомами». Каждая хромосома оценивается мерой ее «приспособленности» – фитнес-функцией. Наиболее приспособленные особи получают возможность «воспроизвести» потомство с помощью «скрещивания» с другими особями популяции. В результате появляются новые особи, сочетающие в себе характеристики, наследуемые от родителей. Наименее приспособленные особи постепенно исчезают из популяции в процессе эволюции. Генетический алгоритм в своей работе использует три основных генетических оператора: «отбор», «скрещивание», «мутация» [10, 11].

С математической точки зрения генетические алгоритмы – это разновидность методов оптимизации, объединяющая свойства вероятностных и детерминированных методов оптимизации с элементами случайного поиска. Здесь необходимо отметить [12], что случайный поиск является наиболее эффективным средством адаптации сложных систем: он прост в реализации, легко модифицируется и программируется, имеет высокое быстродействие.

Но генетические алгоритмы – это не просто случайный поиск. Они эффективно используют информацию, накопленную в процессе эволюции. ГА, согласно [13], отличаются от других численных методов оптимизации следующим:

– работают в основном не с параметрами задачи, а с закодированным множеством параметров;

– осуществляют поиск не путем улучшения одного решения, а путем использования сразу нескольких альтернатив на заданном множестве решений;

– используют фитнес-функцию, а не ее различные приращения для оценки качества принятия решений;

– не налагают ограничений на пространство поиска (таких, как непрерывность, дифференцируемость и т.д.).

Впервые подобный алгоритм был предложен в 1975 г. Джоном Холландом. Он получил название «репродуктивный план Холланда» и лег в основу практически всех вариантов генетических алгоритмов. Он представил свой репродуктивный план как абстракцию биологической эволюции и сформулировал теоретическую основу алгоритма. Затем на основе его работ был впервые описан простой генетический алгоритм.

В последние несколько лет в результате взаимодействия исследователей, изучающих различные эволюционные вычислительные методы, границы между генетическими алгоритмами, эволюционными стратегиями, эволюционным программированием и другими эволюционными подходами в некотором роде стерлись. В настоящее время термином «генетические алгоритмы» называют не одну модель, а достаточно широкий класс алгоритмов, подчас мало похожих друг на друга и лишь отдаленно напоминающих исходную концепцию Холланда.

Согласно существующим исследованиям, можно сказать, что генетические алгоритмы позволяют решать те проблемы, решение которых традиционными оптимизационными методами затруднительно. Также необходимо отметить, что эффективность генетического алгоритма сильно зависит от таких деталей, как кодировка решений, выбор генетических операторов, способ представления фитнес-функции, которые определяет разработчик алгоритма в зависимости от конкретной задачи.

3. Моделирование стохастического трекера

Для исследования стандартных и эволюционных подходов к задаче оптимизации систем фильтрации и управления в условиях априорной неопределенности и резких, непридвиденных изменений взят пример стохастической следящей системы из [14]. Стохастическая следящая система (для краткости – трекер) – система, состоящая из двух независимых подсистем, одна из которых замкнутого типа, другая – разомкнутого. Таким образом, в трекере некоторый «управляемый объект» следит за некоторой «опорной моделью». На примере трекера можно одновременно проследить процессы, происходящие как в системе открытого типа, так и замкнутого.

Итак, имеем следующую следящую систему.

Управляемый объект:

$$\begin{cases} x_c(t_{i+1}) = 0{,}82x_c(t_i) + 0{,}18u(t_i) + w_c(t_i); \\ z_c(t_i) = x_c(t_i) + v_c(t_i). \end{cases}$$

Опорная модель:

$$\begin{cases} x_r(t_{i+1}) = 0,61x(t_i) + w_r(t_i); \\ z_r(t_i) = x_r(t_i) + v_r(t_i). \end{cases}$$

Управление описывается следующим законом:

$$u(t_i) = -0,36\hat{x}_c(t_i^+) + 0,19\hat{x}_r(t_i^+).$$

Здесь w_c, v_c, w_r, v_r – дискретные белые гауссовы шумы с нулевым средним. При этом предполагается, что значения ковариаций указанных шумов неизвестны и могут изменяться в моменты времени, не известные априори.

При реализации генетического алгоритма необходимо определиться с множеством настраиваемых параметров, генетическими операторами и фитнес-функцией. В этом примере настраиваемые параметры – коэффициенты усиления фильтра для управляемого объекта и фильтра для опорной модели, каждый из которых является действительным числом и принадлежит интервалу $(0;1)$. Ниже приведены генетические операторы, которые использовались при моделировании указанной системы.

Оператор кодирования – оператор, при помощи которого осуществляется кодирование параметров и декодирование хромосом. При моделировании на выбор предлагаются следующие три разновидности оператора кодирования: двоичное кодирование, интервальное кодирование с бинарным кодом и интервальное кодирование с кодом Грея.

Фитнес-функция – функция оценки приспособленности индивида. Данная функия построена на основе метода статистической ортогональности (реализуемого по схеме полярного коррелометра) [7]. Значение фитнес-функции сопоставляется каждой хромосоме в популяции, при этом чем больше значение функции, тем лучше приспособленность данного индивида. Для получения оценок всех индивидов в текущей популяции необходима выборка размера M.

Отбор – оператор, посредством которого осуществляется копирование хромосом согласно их приспособленности в промежуточную популяцию для последующего применения операторов скрещивания и мутации и формирования новой популяции. При моделировании на выбор предлагаются следующие два вида этого оператора: «колесо рулетки» и остаточный отбор.

Скрещивание – оператор, который с определенной вероятностью применяется к хромосомам, выбранным оператором отбора. В результате действия этого оператора происходит появление новых индивидов в популяции. При этом скрещивание может быть: одноточечным, двуточечным и маскированным.

Мутация – оператор, который применяется к каждому потомку индивидуально после скрещивания. Мутация случайно изменяет ген хромосомы с небольшой вероятностью.

Элитизм – оператор, задаваемый коэффициентом элитизма. Коэффициент элитизма – это число хромосом, переходящих из текущей популяции в новую без применения каких-либо генетических операторов.

Для проведения экспериментов предложенные алгоритмы полностью реализованы в специально разработанном программном продукте [15]. При моделировании в этом приложении доступны следующие функции:

– выбор моделируемых систем (управляемый объект, опорная модель, управляемый объект и опорная модель);

– выбор точки внезапного изменения;

– выбор алгоритмов идентификации (простая стохастическая аппроксимация, метод наименьших квадратов, генетический алгоритм);

– изменение параметров модели;

– изменение параметров алгоритмов;

– построение графиков;

– просмотр данных в табличном виде и т.д.

Для тестирования алгоритмов проведены несколько серий экспериментов, одна из них представлена в таблице 1.

Таблица 1

Параметры серии экспериментов

Общие параметры	
Количество экспериментов в серии	100
Максимальное количество итераций	5000
Параметры и обозначения численных алгоритмов	
Простая стохастическая аппроксимация	ПСА
Метод наименьших квадратов	МНК
Параметр экспоненциального сглаживания	0,5
Параметры и обозначения генетического алгоритма	
Генетический алгоритм	ГА
Длина хромосомы	7
Мощность популяции	50
Вероятность мутации	0,1
Вероятность скрещивания	0,8
Коэффициент элитизма	1
Режим отбора	остаточный отбор
Режим скрещивания	маскированный
Кодирование	интервальное с кодом Грея
Параметры внезапного изменения и идентификации	
Итерация внезапного изменения	300
Истинное значение идентифицируемого параметра *до изменения* (опорная модель)	0,258
Истинное значение идентифицируемого параметра *после изменения* (опорная модель)	0,736
Истинное значение идентифицируемого параметра *до изменения* (управляемый объект)	0,900
Истинное значение идентифицируемого параметра *после изменения* (управляемый объект)	0,547

На рисунке 1 представлено поведение генетического алгоритма в качестве метода идентификации.

Для проведения сравнительного анализа различных алгоритмов идентификации использована *интегральная относительная ошибка*, усредненная по результатам серии экспериментов. Графики изменения интегральной относительной ошибки процедуры простой стохастической аппроксимации, метода наименьших квадратов и генетического алгоритма в зависимости от номера итерации представлены на рисунке 2.

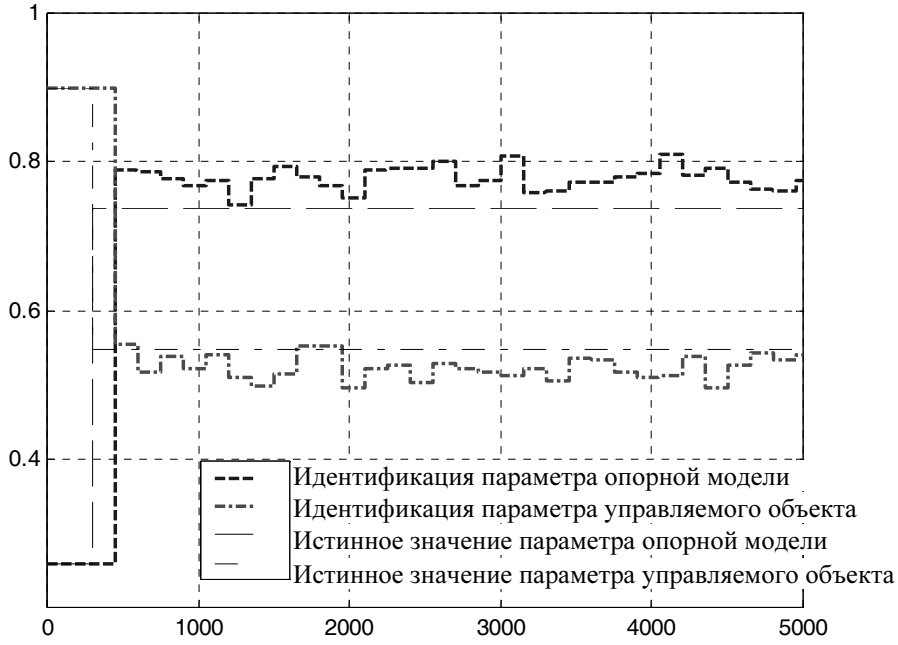


Рис.1 Поведение генетического алгоритма при идентификации параметров опорной модели и управляемого объекта

Рис. 2 Изменение интегральной относительной ошибки

Как показывают результаты экспериментов, в большинстве случаев усредненное поведение генетического алгоритма дает меньший уровень интегральной относительной ошибки, чем процедура простой стохастической аппроксимации или метод наименьших квадратов. Однако важно отметить,

что индивидуальное поведение генетического алгоритма более непостоянно, чем индивидуальное поведение стандартных численных методов.

Существенное отличие между этими двумя типами методов заключается, как и ожидалось, в самом механизме их работы. Численные методы последовательны в своих операциях, в то время как генетический алгоритм – параллелен. Последний алгоритм требует наличия множества индивидов, формирующих текущую популяцию адаптивных фильтров.

Заключение

В работе предложено использование эволюционных методов, в частности генетических алгоритмов, в качестве инструмента для решения задач адаптации в широком классе систем фильтрации и управления с линейными стохастическими моделями сигналов и помех. Проведено моделирование стохастической следящей системы и представлены результаты многочисленных вычислительных экспериментов по ее оптимизации разнородными методами – численными и эволюционными.

Несмотря на эвристический (в определенной степени) характер примененных генетических алгоритмов, можно считать, что общий вывод о пригодности этих эволюционных методов к решению указанной проблемы оптимизации проведенными здесь экспериментами обоснован. Благодаря сравнительному методу исследования эта работа делает очередной шаг к уменьшению разрыва, существующего между стандартными численными методами решения экстремальных задач и более гибкими и простыми в реализации генетическими методами

Список литературы

1. **Zadeh, L.** Fuzzy logic, neural network and soft computing / L. Zadeh // Communications of the ACM. – 1994. – V. 37. – № 3. – P. 65–83.
2. **Kristinsson, K.** System identification and control using genetic algorithms / K. Kristinsson, G. Dumont // IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. – 1992. – V. 22. – № 5. – P. 1033–1046.
3. **Perneel, C.** Optimization of fuzzy expert systems using genetic algorithms and neural networks / C. Perneel [et al.] // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. – 1995. – V. 3. – № 3. – P. 332–341.
4. **Jin, Y.** Evolutionary optimization in uncertain environments / Y. Jin, J. Branke // IEEE transactions on Evolutionary Computation. – 2005. – V. 9. – № 3. – P. 303–317.
5. Интеллектуальные системы автоматического управления / под ред. И. М. Макарова, В. М. Лохина. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 576 с.
6. **Семушин, И. В.** Контроль оптимальности адаптивного фильтра Калмана по реализации скалярного процесса / И. В. Семушин // Известия академии наук СССР. – 1979. – № 6. – С. 195–198. – (Техническая кибернетика).
7. **Семушин, И. В.** Адаптивные схемы идентификации и контроля при обработке случайных сигналов / И. В. Семушин. – Саратов : Саратовский университет, 1985. – 180 с.
8. **Семушин, И. В.** Адаптивное управление стохастическим линейным объектом в условиях неопределенности / И. В. Семушин // Нелинейные динамические системы: качественный анализ и управление : сборник научных трудов / Институт системного анализа РАН ; под ред. акад. РАН С. В. Емельянова, чл.-кор. РАН С. К. Коровина. – Вып. 2. – М. : Изд-во МГУ, 1994. – С. 104–110.
9. **Ярушкина, Н. Г.** Основы теории нечетких и гибридных систем : учеб. пособие / Н. Г. Ярушкина. – М. : Финансы и статистика, 2004. – 320 с.

10. **Beasley, D.** An Overview of Genetic Algorithms: Part 1, Fundamentals / D. Beasley, D. Bull, R. Martin. – University Computing, 1993. – V. 15. – № 2. – P. 56–58.
11. **Beasley, D.** An Overview of Genetic Algorithms: Part 2, Research Topics / D. Beasley, D. Bull, R. Martin. – University Computing, 1993. – V. 15. – № 4. – P. 170–181.
12. **Растригин, Л. А.** Адаптация сложных систем / Л. А. Растригин. – Рига : Зинатне, 1981. – 375 с.
13. **Goldberg, D. E.** Genetic Algorithms in search, optimization and machine learning / D. E. Goldberg. – Addison–Wesley Publishing Company Inc., 1989. – 412 p.
14. **Maybeck, P. S.** Stochastic models, estimation and control / P. S. Maybeck. – N. Y. : Academic Press, 1982. – V. 3. – 291 p.
15. **Федорова, М. А.** Моделирование адаптивной стохастической системы MASSS / М. А. Федорова // М. : ВНТИЦ. Программное и информационное обеспечение поддержки научно исследовательских работ, 2007. – ЕСПД.03254577.01880-01.

УДК 621.396

В. И. Неволин

НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ КОГЕРЕНТНОГО ОБНАРУЖИТЕЛЯ РАДИОИМПУЛЬСА С НЕИЗВЕСТНЫМИ ЧАСТОТОЙ И ФАЗОЙ НА ФОНЕ МАРКОВСКОЙ ПОМЕХИ

Излагаются метод и методики, используемые для непараметрического синтеза оптимального когерентного обнаружителя радиоимпульса, у которого неизвестными являются несущая частота и начальная фаза. Используется новый условно-параметрический робастный метод синтеза нелинейных алгоритмов обработки нестационарных информационных сигналов на фоне помех, основывающийся на теории робастных статистик и методах марковских случайных процессов.

В связи с функциональным усложнением систем извлечения информации, действующих в условиях априорной неопределенности и действия разнообразных мощных помех, решаемые в подобных системах задачи обработки информационных сигналов во многих практических случаях являются непараметрическими [1, 2]. Это, например, такие системы, как сложные радиотехнические системы передачи информации, радиолокационные системы, радионавигационные системы, различные системы диагностики и дефектоскопии и т.п. Известные алгоритмы обработки сигналов в условиях априорной неопределенности используют в основном адаптивный байесовский подход Роббинсона [3]. Такие алгоритмы при обнаружении на фоне шума сигналов с неизвестными параметрами реализуются, как правило, в виде многоканальных структур, которые получаются при применении метода максимального правдоподобия, или в виде адаптивных следящих систем типа фазовой автоподстройки частоты, синтезируемых из предпосылок унимодальности апостериорного распределения. Однако известно [1, 4], что подобные структуры обработки сигналов являются оптимальными асимптотически, а именно при предельно больших отношениях сигнал/шум. При малых отношениях сигнал/шум (порядка 0 дБ), когда функции правдоподобия становятся непараметрическими и полимодальными, т.е. не гауссовыми даже в случае белых гауссовых шумов (БГШ), указанные алгоритмы обработки становятся малоэффективными из-за возникновения дополнительных аномальных ошибок.

Для решения задач обнаружения на фоне БГШ нестационарных сигналов с произвольными распределениями (подобные статистические задачи, согласно [3], относятся к непараметрическим) в [5] предлагается новый подход (новая параметризация) в виде условно-параметрического робастного нелинейного метода, использующего метод пробных функций в форме нелинейных операторов, функцию влияния Хэмпбела теории робастных статистик и методы теории марковских случайных процессов. Этот метод может быть применен для синтеза обнаружителя радиоимпульсов с неизвестными нестационарными частотой и начальной фазой на фоне помехи некоторого класса, включающего БГШ и позволяющего использовать аппарат марковских случайных процессов.

Пусть на фоне некоторой помехи $\eta(t)$, характеристики которой будут сформированы в процессе синтеза, необходимо обнаружить радиоимпульс, а именно производятся наблюдения случайного процесса:

$$\xi(t) = \mathrm{Re}[\dot{A}\exp\{j\omega(t)t\}]\theta + \eta(t), \qquad t \in [0, T], \tag{1}$$

где $\theta = 1,0$ – случайная величина, характеризующая наличие «1» или отсутствие «0» сигнала, $\dot{A} = A_0 e^{j\varphi(t)}$ (A_0 – заданная амплитуда); $\omega \in [\omega_1, \omega_2]$ при $\omega_0 = (\omega_1 + \omega_2)/2 >> |\omega_1 - \omega_2|$ и $\varphi \in [-\pi, \pi]$ – неизвестные нестационарные угловая частота и начальная фаза с произвольными распределениями; $T = \tau_u$ (τ_u – длительность радиоимпульса).

Обнаружение радиоимпульса при наблюдениях (1) производится нелинейным обнаружителем по алгоритму

$$\Xi_{\text{н}}\{\xi(t)\} \gtrless h, \tag{1,a}$$

где $\Xi_{\text{н}}(t)$ – синтезируемый нелинейный оператор с непараметрическими свойствами; h – порог по заданному уровню значимости решающего правила проверки гипотез о наличии сигнала (>) или его отсутствии (<).

Согласно изложенному в [5] новому подходу при решении непараметрических статистических задач в виде условно-параметрического робастного нелинейного метода обработки информационных нестационарных сигналов на фоне помех, на интервале наблюдения $[0, T]$ нестационарные случайные функции параметров радиоимпульса принимаются как квазидетерминированные функции с фиксированными, но случайными векторными параметрами, а сигнал – стационарным, например, для наблюдений в задаче (1) как $\omega_i(\vec{\lambda}_1)$ и $\varphi_i(\vec{\lambda}_2)$.

В частном простейшем случае, не исключающем общность подхода, в наблюдениях (1) нестационарный сигнал с неизвестными изменяющимися параметрами аппроксимируется на интервале наблюдения простейшим стационарным с $\omega_i(\vec{\lambda}_1) = \omega_i$ и $\varphi_i(\vec{\lambda}_2) = \varphi_i$ и его следует представить в виде

$$s(t, \omega_i, \varphi_i) = A_0 \cos(\omega_i t + \varphi_i) = A_0 \cos \Psi_{cs}(t, \omega_i, \varphi_i), t \in [0, \tau_u] \tag{2}$$

или в обобщенном виде для неизвестных случайных, но фиксированных параметров $\vec{\lambda}$ – в виде вектора параметров – как обобщенный сигнал

$$s(t, \vec{\lambda}) \ (\vec{\lambda} \in \Lambda, \vec{\lambda}_1 \in \Lambda_1, \vec{\lambda}_2 \in \Lambda_2 \text{ и } \Lambda \supset \Lambda_1 \cup \Lambda_2), \tag{2,a}$$

где Λ – множество соответствующего гильбертового пространства.

Условно-параметрический робастный нелинейный метод реализуется в два этапа:

1. Первоначальный синтез для нелинейных алгоритмов обработки базовых структур в форме стохастических дифференциальных уравнений по критерию согласованности.

2. Окончательный структурно-параметрический синтез нелинейных алгоритмов по критерию оптимального робастного обнаружения нестационарных сигналов на фоне шумов.

Первоначальный синтез базовых структур нелинейных алгоритмов обработки наблюдений (1), т.е. обнаружителя (1,а), проводится по методикам [5] с использованием непараметрического критерия согласованности [6] в виде

$$\Delta = \frac{1}{\bar{T}} \int_0^{\bar{T}} \left| f_d(t) - f_0(t, \vec{p}) \right|^2 dt = \min, \tag{3}$$

где $\overline{T}$ – интервал усреднения; $f_0(t,\vec{p})$ – опорная функция, характеризующая каким-либо соответствующим образом фильтруемый случайный процесс; $\vec{p}$ – вектор характерных параметров опорной функции, отражающий по условно-параметрическому методу неизвестные случайные параметры (для обобщенного сигнала это векторный параметр $\vec{\lambda}$); $f_d(t)$ – структурная функция, описывающая некоторым соответствующим образом базовую структуру алгоритма обработки, например в виде импульсной характеристики.

Для неизвестного радиоимпульсного сигнала (2) при двух независимых непараметрически заданных случайных параметрах ω и φ следует применить две опорные функции. При этом используются, во-первых, параметрическая корреляционная функция сигнала

$$K_s(\tau,\omega_i) = (A_0^2/2)(1-|\tau|/\tau_u)\cos\omega_i\tau\,,\ |\tau| \le \tau_u\,, \tag{4}$$

где характерным параметром является частота ω_i; во-вторых, полная фаза сигнала (предполагая, что в данном случае соответственно (2) используется $\tilde{\omega}_i$ – первоначальная оценка частоты) в следующем виде:

$$\Psi_{cs}(t,\tilde{\omega}_i,\varphi_i) = \tilde{\omega}_i t + \varphi_i\,. \tag{5}$$

В (5) основным характерным параметром будет начальная фаза, а дополнительным – оценка частоты $\tilde{\omega}_i$, значение которой уточняется соответствующими алгоритмами обработки, получаемыми с использованием второй опорной функции.

Запишем критерий согласованности согласно (3) и с учетом опорной функции (4) на конкретном интервале наблюдения в виде

$$\Delta_1 = \frac{1}{\tau_u}\int_0^{\tau_u}\left|K_s(\tau,\omega_i) - g(t,\omega_i(t))\right|^2 dt = \min\ (\tau \equiv t \text{ для } |\tau| \le \tau_u)\,,$$

где $\omega_i \in W$, W – множество сепарабельного эвклидового пространства W, что образовано значениями функции $\omega_i(t)$.

По этому выражению несложно получить первую структурную функцию, физически реализуемую в классе линейных систем, являющуюся импульсной характеристикой параметрической линейной системы – основой базовой структуры нелинейной системы, реализующей робастный алгоритм обработки. А именно импульсная характеристика базовой структуры нелинейного обнаружителя будет иметь вид

$$g(t,\omega(t)) = G_0 e^{-\alpha t}\cos\omega_p(t)t\,,\quad t > 0\,, \tag{6}$$

где представлена импульсная характеристика одиночного колебательного контура (ОКК) с переменными параметрами, отражающими изменяемую в процессе автоматической настройки (адаптации) резонансную частоту $\omega_p(t)$; G_0 – размерный коэффициент; $\alpha \cong 1/\tau_u$, α – коэффициент затухания.

Изменение параметров должно производиться с помощью некоторой системы управления (СУ), структура и параметры которой обосновываются и выбираются по дополнительным критериям. Например, структурная функция (6) может быть дополнена алгоритмом линейной СУ типа

$$\omega_p(t) = f(\xi(t),\vec{u})\,, \tag{6,a}$$

где $f(\cdot)$ – линейный функционал; $\vec{u}$ – вектор состояний ОКК.

Использование опорной функции (5) в критерии согласованности (3) приводит на интервалах наблюдения и усреднения к выражению

$$\Delta_2 = \frac{1}{T_1}\int_0^{T_1}\left|\Psi_{cs}(t,\tilde{\omega}_i,\varphi_i) - \Psi_g(t,\hat{\omega}_i,\varphi(t))\right|^2 dt = \min \quad (\varphi_i \in \Phi), \tag{7}$$

где T_1 – интервал усреднения для данного критерия согласованности; Φ – множество, образованное значениями функции $\varphi(t)$, принадлежащее пространству Φ и не являющееся сепарабельным; $\Psi_g(t,\hat{\omega}_i,\varphi(t))$ – вторая структурная функция, представляющая собой некоторую полную фазу, причем оценка $\hat{\omega}_i$ формируется как текущая точечная оценка на некотором интервале $t \in [0,T_1]$ и в общем случае $T_1 >> \tau_u$, т.е. в процессе $\hat{\omega}_i \in \hat{\omega}(t)$.

Критерий согласованности Δ_2 для полных фаз $\Psi_{cs}(\cdot)$ и $\Psi_g(\cdot)$, значения аргументов которых содержатся в одном бесконечном множестве, реализуется в виде компенсационной структуры, и такой структурой является система частотной и фазовой автоподстройки (ЧФАП), которая в общем случае для наблюдений (1) может быть записана как

$$d\varphi/dt = \tilde{\Omega}_{\text{н}} + \Omega_{\text{у}} g_{\text{фнч}}(t) \otimes F(\tilde{\omega}_i,\varphi) + \Delta\tilde{\Omega}_{\text{н}}(t), \tag{8}$$

где φ – здесь и далее фазовая ошибка системы ЧФАП; $\otimes$ – операция свертки; $F(\cdot)$ – нормированная характеристика фазового детектора (ФД); $\tilde{\Omega}_{\text{н}}$ и $\Omega_{\text{у}}$ – соответственно начальная частотная расстройка после оценки $\tilde{\omega}_i$ и полоса удержания ($\tilde{\Omega}_{\text{н}} = \tilde{\omega}_i - \omega_{oe}$, $\Omega_{\text{у}} = S_{\text{фд}} K_{\text{уч}}$, ω_{oe} – частота для перестраиваемого генератора при нулевом напряжении на входе управителя частоты с крутизной $K_{\text{уч}}$, $S_{\text{фд}}$ – максимальная крутизна характеристики ФД); $g_{\text{фнч}}(t)$ – импульсная характеристика фильтра нижних частот для системы ЧФАП, $\Delta\tilde{\Omega}_{\text{н}} = {}^{d}\!/_{dt}(\text{arctg} N_s(t)/N_c(t))(N_1(t)\cos(\tilde{\omega}_i t - \varphi_1(t)) = N_c(t)\cos\tilde{\omega}_i t + N_s(t)\sin\tilde{\omega}_i t$ – узкополосный случайный процесс, приведенный к ЧФАП и первоначальной оценке частоты $\tilde{\omega}_i$.

На основе выражений (6), (8) можно записать уравнения состояния нелинейной системы в составе дифференциального нелинейного уравнения ОКК Г-типа с переменными параметрами (например, с индуктивностью L в продольной ветви и параллельным соединением сопротивления R и емкости C – в поперечной ветви), неоднородного линейного дифференциального уравнения, например, первого порядка, СУ и уравнения системы ЧФАП (переменные состояния нелинейной системы обозначены в виде напряжений на емкости ОКК и на выходе ФНЧ СУ, а также фазовой ошибки ЧФАП):

$$\begin{cases} \dfrac{d^2u}{dt^2} + \dfrac{1}{R(\vec{u})C(\vec{u})}\dfrac{du}{dt} + L\dfrac{\partial C(\vec{u})}{\partial u}\left(\dfrac{du}{dt}\right)^2 + \dfrac{1}{LC(\vec{u})}u = \dfrac{1}{LC(\vec{u})}\xi(t,\omega_i,\varphi_i), \\ T_y\dfrac{du_y}{dt} + u_y = K_y \cdot u \cdot \xi(t,\omega_i,\varphi_i), \\ \dfrac{d\varphi}{dt} = \tilde{\Omega}_{\text{н}} - \Omega_{\text{у}} g_{\text{фнч}} \otimes F(\tilde{\omega}_i,\varphi) + \Delta\tilde{\Omega}(t). \end{cases} \tag{9}$$

Здесь $\vec{u} = (u, u_{\text{у}}, \varphi)$, $R(\vec{u})$ и $C(\vec{u})$ – дифференциальные нелинейные соответственно сопротивление и емкость для ОКК; $LC(\vec{u}) = 1/\omega_p^2(\vec{u})$ и индуктивность принята как постоянная; $T_y = R_{\Phi} C_{\Phi}$, R_{Φ} и C_{Φ} – соответственно сопротивление и емкость интегрирующей электрической цепи первого порядка как ФНЧ СУ; K_y – коэффициент передачи перемножителя как индикатора частотного рассогласования системы управления.

Третье уравнение в системе (9) можно конкретизировать, например, для случая широко используемого в системах ЧФАП пропорционально-интегрирующего фильтра с операторной передаточной функцией вида

$$K_n(p) = K_n \frac{1 + pT_2}{1 + pT_n}, \; (T_n = T_1 + T_2 = C_n(R_1 + R_2), R_1 >> R_2, K_n >> 1).$$

Тогда систему уравнений (9) можно записать как

$$\begin{cases} \dfrac{d^2u}{dt^2} + \dfrac{1}{R(\vec{u})C(\vec{u})}\dfrac{du}{dt} + L\dfrac{\partial C(\vec{u})}{\partial u}\left(\dfrac{du}{dt}\right)^2 + \dfrac{1}{LC(\vec{u})}u = \dfrac{1}{LC(\vec{u})}\xi(t, \omega_i, \varphi_i), \\ T_y \dfrac{du_y}{dt} + u_y = K_y \cdot u \cdot \xi(t, \omega_i, \varphi_i), \\ T\dfrac{d^2\varphi}{dt^2} + \dfrac{d\varphi}{dt} = \tilde{\Omega}_{\text{н}} - \Omega_{\text{у}} K_n F(\tilde{\omega}_i, \varphi) - T_2 \Omega_{\text{у}} K_n \dfrac{d}{dt} F(\tilde{\omega}_i, \varphi) + \Delta\tilde{\Omega}_{\text{н}}(t). \end{cases} \tag{10}$$

В системе (10) первоначальная оценка $\tilde{\omega}_i$ вследствие независимости первых двух уравнений от третьего будет проводиться только по алгоритмам этих первых двух уравнений.

Приведем систему (10) к канонической форме стохастических дифференциальных уравнений (подобно [7]), обозначив $u_c = u_1$, $u_y = u_3$, $\varphi = u_4$:

$$\begin{gathered} \frac{du_1}{dt} = u_2, \\ \frac{du_2}{dt} = \frac{\xi(t, \omega_i \varphi_i)}{C(\vec{u})} - \frac{u_2}{R(\vec{u})C(\vec{u})} - \frac{u_1}{C(\vec{u})} + \frac{1}{C(\vec{u})}\frac{\partial C}{\partial u_1}\left(\frac{du_1}{dt}\right)^2, \\ \frac{du_3}{dt} = \frac{K_y u_1 \xi(t, \omega_i, \varphi_i)}{T_y} - \frac{u_3}{T_y}, \\ \frac{du_4}{dt} = u_5, \; \Omega'_{\text{у}} = \Omega_{\text{у}} K_n, \\ \frac{du_5}{dt} = \frac{\tilde{\Omega}_{\text{н}}}{T} - \frac{\Omega'_{\text{у}}}{T} F(u_4, \tilde{\omega}_i) - \frac{T_2 \Omega'_{\text{у}}}{T}\frac{d}{dt} F(u_4, \tilde{\omega}_i) - \frac{u_5}{T}. \end{gathered} \tag{11}$$

Окончательный структурный и структурно-параметрический синтез также проводится по предложенному условно-параметрическому робастному методу, но с использованием слабых условий оптимального робастного обнаружения нестационарных сигналов [5], имеющих для коэффициентов сноса уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова (ФПК) вид системы уравнений

$$\frac{da_i}{d\vec{\lambda}} = 0\,,\ \frac{d^2 a_i}{d\vec{\lambda} du_i} = 0\,, \tag{12}$$

$i = \overrightarrow{1, M}$, M – число уравнений системы (11).

Как отмечено в [7], уравнения ФПК будут иметь место не только для БГШ, но и в случае широкополосных равномерных шумов, если выполняется условие

$$\min \tau_c >> \Delta >> \tau_{\xi, \Delta\Omega_{\text{н}}}\,,$$

где $\min \tau_c$ – минимальная постоянная системы; Δ – временной интервал определения вероятностей переходов; $\tau_{\xi, \Delta\Omega_{\text{н}}}$ – время корреляции случайных процессов соответственно $\xi(t), \Delta\Omega_{\text{н}}(t)$.

В выражениях (12) a_i – коэффициенты сноса, которые для системы уравнений (11) имеют вид (учитывая, что случайную функцию $\Delta\tilde{\Omega}_{\text{н}}(t)$, согласно [9], можно аппроксимировать БГШ $n_1(t)$ со спектральной плотностью мощности (СПМ) N_1, а помеха $\eta(t)$ – СПМ N):

$$\begin{aligned}
&a_1(t,\vec{u}) = u_2,\ a_2(t,\vec{u}) = -\frac{u_2}{R(\vec{u})C(\vec{u})} - \frac{u_1}{LC(\vec{u})} + \frac{s(t,\omega_i,\varphi_i)}{LC(\vec{u})},\\
&a_3(t,\vec{u}) = k_y u_1 \xi(t,\omega_i,\varphi_i) + k_y N/2 - u_3/T_y,\ a_4(t,\vec{u}) = u_5,\\
&a_5(t,\vec{u}) = \frac{\tilde{\Omega}_{\text{н}}}{T} - \frac{\Omega'_{\text{у}}}{T} F(u_4,\tilde{\omega}_i) + k_T \Omega'_{\text{у}} \frac{d}{dt} F(u_4,\tilde{\omega}_i) - \frac{u_5}{T} + \frac{N_1}{2T}.
\end{aligned} \tag{13}$$

В выражениях (13) группы коэффициентов $a_1 - a_3$ и a_4, a_5 являются самостоятельными, т.к. сформированы при применении самостоятельных критериев Δ_1 и Δ_2, поэтому можно осуществить следующую компоновку:

$$a_1(t,\vec{u}) = a_1(t,u_1,u_2,u_3),\ a_2(t,\vec{u}) = a_2(t,u_1,u_2,u_3),\ a_3(t,\vec{u}) = a_3(t,u_1,u_2,u_3)\,. \tag{14,а}$$

$$a_4(t,\vec{u}) = a_4(t,u_4,u_5),\ a_5(t,\vec{u}) = a_5(t,u_4,u_5)\,. \tag{14,б}$$

Используя (13), (14,а) и применяя слабые условия критерия робастного обнаружения сигналов (12), можно получить следующие выражения:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial s(t,\vec{\lambda})}{\partial\vec{\lambda}} \frac{1}{LC(\vec{u})} = 0;\\
&\frac{\partial^2 s(t,\vec{\lambda})}{\partial\vec{\lambda}\partial u_2} \frac{1}{LC(\vec{u})} = 0;
\end{aligned} \tag{15,а}$$

$$\begin{aligned}
&K_y \frac{\partial s(t,\vec{\lambda}) u_1}{\partial\vec{\lambda}} = 0;\\
&K_y \frac{\partial^2 s(t,\vec{\lambda}) u_1}{\partial\vec{\lambda}\partial u_3} = 0.
\end{aligned} \tag{15,б}$$

Третье уравнение системы (11) может приниматься как уравнение фильтрации произведения $u_1(t)\cdot\xi(t)$, в котором случайные процессы $u_1(t)$ и $\xi(t)$ в реальных случаях являются узкополосными, поэтому его можно записать как $\frac{du_3}{dt}=\frac{d}{dt}G(t,u_1,\xi)$, причем здесь $u_3(t)=\int_0^t g(t-a)u_1(a)\xi(a)da=G_1(t,u_1,\xi)$ – соответствующий линейный функционал так, что, согласно (1), его можно представить $G_1(\cdot)=G(\cdot)+G_2(\cdot)$, причем $G(t,s(\vec{\lambda}))$ соответствует сигнальной составляющей наблюдений $\xi(t)$. Поэтому систему (15,б) можно записать как

$$\begin{cases}\frac{\partial G(t,s(t,\vec{\lambda}))}{\partial\vec{\lambda}}=\frac{\partial G(t,s,\vec{\lambda})}{\partial s}\frac{\partial s(t,\vec{\lambda})}{\partial\vec{\lambda}}=0,\\ \frac{\partial^2 G(t,s(t,\vec{\lambda}))}{\partial\vec{\lambda}\partial u_3}=\frac{\partial G(t,s,\vec{\lambda})}{\partial s}\frac{\partial^2 s(t,\vec{\lambda})}{\partial\vec{\lambda}\partial u_3}=0,\end{cases}\tag{16}$$

так как $K_y\neq 0$, а вследствие линейности функционала и $\partial G(t,s,\vec{\lambda})/\partial s\neq 0$.

Таким образом, как условия (15,б), так и (16) совместно с (15,а) являются также условиями априорной нечувствительности.

Условия (16) должны выполняться для любого момента времени, в том числе и для моментов $t+\tau_0(\vec{u})$ $(\tau_0(\vec{u})=1/R(\vec{u})C(\vec{u})<\tau_u)$. Поэтому запишем функционал в выражениях (16) как $G(t+\tau_0(\vec{u}),\vec{\lambda})$ и разложим его в ряд по малому параметру $\tau_0(\vec{u})$ (функция $G(t)$ – медленная, в отличие от функций $s(t),u_1(t)$),

$$G(t+\tau_0(\vec{u}),\vec{\lambda})=G(t,\vec{\lambda})+\tau_0(\vec{u})dG(t,\vec{\lambda})/dt+\ldots\tag{17}$$

Учитывая в (17) только первые два члена, можно для условий (16) записать

$$\begin{cases}\frac{\partial G(t,s(t,\vec{\lambda}))}{\partial\vec{\lambda}}+\frac{\partial^2 G(t,s,\vec{\lambda})\tau_0(\vec{u})}{\partial t\partial\vec{\lambda}}=0,\\ \frac{\partial^2 G(t,s(t,\vec{\lambda}))}{\partial\vec{\lambda}\partial u_3}+\frac{\partial^3 G(t,s,\vec{\lambda})\tau_0(\vec{u})}{\partial t\partial\vec{\lambda}\partial u_3}=0.\end{cases}\tag{18}$$

В (18) следует оставить только вторые слагаемые как малые второго порядка малости и поэтому более соответствующие системе уравнений. При $\partial^2 G(t,s,\vec{\lambda})/\partial t\partial\vec{\lambda}\neq 0$, иначе задача (1,а) тривиальная, нелинейные алгоритмы (11) при сепарабельности параметрических зависимостей условия априорной нечувствительности, согласно [5], приводятся к системе однородных линейных дифференциальных уравнений первого порядка (приняв $L=L(\vec{u})$) типа

$$\begin{cases}\frac{\partial}{\partial u_2}[\sum_i L_i(u_i)C_i(u_i)]^{-1}=b_2[L_1(u_1)L_2(u_2)L_3(u_3)C_1(u_1)C_2(u_2)C_3(u_3)]^{-1},\\ \frac{\partial}{\partial u_3}[\sum_i R_i(u_i)C_i(u_i)]=b_3[R_1(u_1)R_2(u_2)R_3(u_3)C_1(u_1)C_2(u_2)C_3(u_3)],\end{cases}\tag{19}$$

где b_2, b_3 – нормирующие коэффициенты, $i=\overline{1,3}$.

Система уравнений (19) может быть как совместной, так и независимой. При независимом решении первое уравнение разрешается относительно параметра $L(u_2)$, а второе – относительно параметров $R(u_3)$ и $C(u_3)$. Можно также разрешить систему (17) как совместную, при этом ее можно записать (приняв $L_1(u_1)L_2(u_2)L_3(u_3) = L = \text{const}$) в виде

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial u_2} C_2^{-1}(u_2) = k_2 C_2^{-1}(u_2), \\ \dfrac{\partial}{\partial u_3}\left[R(u_3)C_3(u_3)\right] = k_3 R(u_3)C_3(u_3), \end{cases} \tag{20}$$

где k_2, k_3 – действительные числа.

Из системы (20) следует, что сопротивление зависит только от одной переменой состояния алгоритма обработки, описываемого системой (9), а емкость – от двух. Тогда решение системы (20) можно получить, например, как

$$C(u_2, u_3) = \frac{B}{R^*(u_3)} e^{k_2 u_2 + k_3' u_3}, t \in [0, \tau_u], \tag{21,а}$$

причем

$$\partial C(u_2, u_3) / \partial u_1 = 0, \tag{21,б}$$

где B – постоянная интегрирования, например, $B = C_0 \cdot R_0$, функция $R^*(-u_3) = R^*(+u_3) = \exp(-k_3''|u_3|)$, $k_3 = k_3' + k_3''$, $C(u_2, u_3) = k_c C_2(u_2) C_3(u_3)$ (k_c – коэффициент пропорциональности).

Параметрическая зависимость $R^*(u_3)$ принята в (21,а) как $R^*(|u_3|)$ с тем, чтобы обеспечить симметрию управления по частотной отстройке, а именно симметрию полосы захвата относительно центральной частоты. Если подобная симметрия не требуется, то в (21,а) может использоваться монотонная зависимость $R(u_3)$, т.е. обычное решение.

Таким образом, колебательный контур является адаптивным и имеет также робастное управление (использует при изменении емкости также управление по производной переменной состояния контура). Причем перестройка контура происходит вначале при широкой полосе, которая при настройке на несущую частоту уменьшается, обеспечивая этим необходимую фильтрацию входного сигнала.

Преимущества адаптивной робастной (робастной нелинейной) фильтрации используются для формирования когерентного колебания, которое создается системой ЧФАП по четвертому и пятому из уравнений системы (11). При этом базовыми условиями, обеспечивающими эффективность системы ЧФАП, являются оценки как начального частотного, так и фазового рассогласований, получаемых с помощью робастной нелинейной фильтрации.

Процедура вынесения оконечных оптимальных оценок $\widehat{\omega}_i, \widehat{\varphi}_i$ включает как выработку промежуточной робастной оценки $\tilde{\Omega}_{\text{н}}$ и пропорционального управляющего напряжения подстройки ЧФАП $U_{\text{под}} \approx \widehat{\Omega}_{\text{н}}$, так и последую-

щую робастную оценку фазовых рассогласований соседних сшиваемых реализаций для формирования длинной реализации из входных наблюдений на конкретных интервалах $t \in [t_i, t_i + \tau_u]$). Как известно [8], особенность (эффективность) робастных алгоритмов проявляется на малых объемах выборок, что соответствует также малым отношениям сигнал/шум. Поэтому предлагается с использованием робастной нелинейной обработки устройство обнаружения и оценки частоты радиоимпульса [9] (нелинейного обнаружителя (1,а)), включающее также схему стыкования наблюдений (синфазного продолжения) по радиоимпульсу в длительный (теоретически бесконечной продолжительности) случайный стационарный процесс так, что в моменты стыковки (сшивания) скачки фазы в удлиненном радиоимпульсе будут отсутствовать. Схема обнаружителя радиосигнала и оценки его частоты (ОРСИЧ) приведена на рисунке 1.

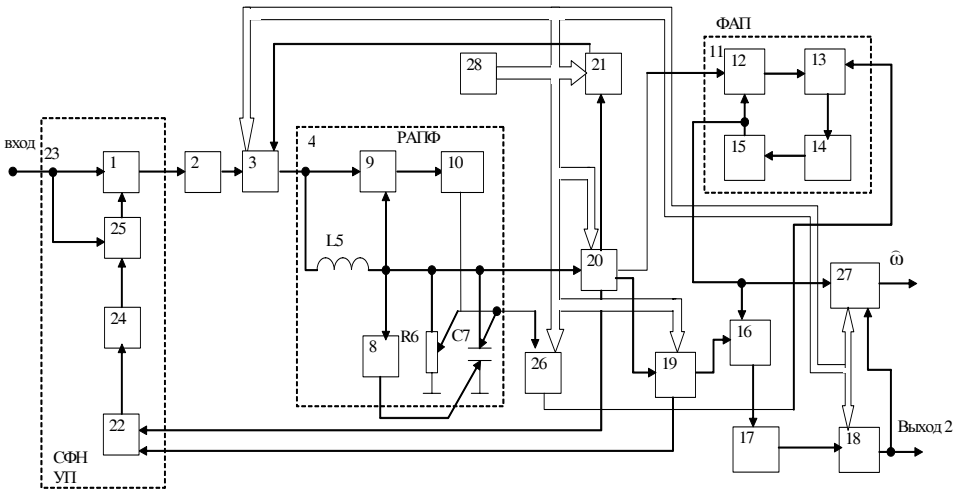


Рис. 1 Обнаружитель радиосигнала и оценки его частоты

Помеха $\eta(t)$ в частотном диапазоне $[\omega_1, \omega_2]$ может быть также представлена вектором $\vec{\eta}(t) = N(t)\exp\{j[\omega_{0i}t + \varphi_n(t)]\}, \omega_{0i} \cong \omega_i$ ($N(t), \varphi_n(t)$ – соответственно нестационарные огибающая и начальная фаза помехи $\eta(t)$). Подобное представление стыкуется с изложенным ранее материалом и предполагает более корректное пояснение функционирования предложенного устройства обнаружения и оценки частоты радиоимпульса.

ОРСИЧ содержит сумматор 1, полосовой усилитель-ограничитель 2, переключатель 3, робастный адаптивный полосовой фильтр 4 в виде одиночного колебательного контура в составе индуктивности *L*5, переменных сопротивления *R*6 и емкости *C*7 и дифференцирующей схемы 8, включенной между выходом полосового перестраиваемого фильтра и управляющим входом емкости *C*7. Устройство содержит также первый синхронный детектор 9, первый фильтр нижних частот 10 и систему частотной и фазовой автоподстройки (ЧФАП) 11, состоящую из соединенных в кольцо первого фазового детектора 12, суммирующего устройства 13, второго фильтра нижних частот 14 и перестраиваемого генератора 15, последовательно соединенные второй синхронный детектор 16, третий фильтр нижних частот 17, пороговую схему

18 и первое запоминающее устройство 19. ОРСИЧ содержит также коммутатор 20, через который производится коммутация выхода робастного адаптивного полосового фильтра 4, во-первых, с входом первого запоминающего устройства 19; во-вторых, с входом генератора длинной последовательности 21; в-третьих, с соответствующими входами второго фазового детектора 22, схемы формирования непрерывной удвоенной последовательности (СФНУП) 23, состоящей из последовательно соединенных фазового детектора 22, пятого фильтра нижних частот 24, регулируемой линии задержки 25 и первого сумматора 1. Устройство содержит также второе запоминающее устройство 26, через которое напряжение подстройки $U_{\text{под}}$ подается на ЧФАП через сумматор 13. Оконечная оценка частоты производится схемой оценки 27, подключенной к выходу перестраиваемого генератора 15, после срабатывания пороговой схемы 18. Синхронную работу ОРСИЧ при приеме и обработке радиоимпульсов с конечной длительностью обеспечивает контроллер-синхронизатор 28.

Таким образом, в ОРСИЧ реализованы изложенные теоретические положения и результаты.

Заключение

Проведен синтез робастного нелинейного обнаружителя радиоимпульса со случайными, непараметрически заданными частотой и начальной фазой, обладающего оптимальными характеристиками обнаружения, как для радиосигнала с известными параметрами. Подобный обнаружитель, несмотря на сложную структуру его реализации, может иметь широкое практическое значение.

Список литературы

1. Теория обнаружения сигналов / П. С. Акимов, В. А.Богданович [и др.] ; под ред. П. А. Бакута. – М. : Радио и связь, 1984.
2. **Граничин, В. Н.** Рандомизированные алгоритмы оценивания и оптимизации при почти произвольных помехах / В. Н. Граничин, Ю. Т. Поляк. – М. : Наука, 2003.
3. **Левин Б. Р.** Теоретические основы статистической радиотехники : в 3 кн. – М. : Сов. радио, 1976. – 3 кн.
4. **Тихонов, В. И.** Оптимальный прием сигналов / В. И. Тихонов. – М. : Радио и связь, 1982.
5. **Неволин, В. И.** Синтез робастных систем по методу пробных функций при непараметрическом обнаружении и различении информационных сигналов на фоне белого гауссового шума / В. И. Неволин // Автоматика и телемеханика. – 2005. – № 9. – С. 109–132.
6. **Неволин, В. И.** Синтез когерентных следящих систем управления на основе нелинейного метода, свободного от распределений, и критерия согласованности / В. И. Неволин // Механика и процессы управления : труды XXXVIII Уральского семинара. – Екатеринбург : УрО РАН, 2003. – С. 316-323.
7. **Тихонов, В. И.** Марковские процессы / В. И. Тихонов, М. А. Миронов. – М. : Сов. радио, 1977.
8. **Хьюбер, П.** Робастность в статистике / П. Хьюбер ; пер. с англ. – М. : Мир, 1984.
9. **Левин, Б. Р.** Статистическая радиотехника / Б. Р. Левин. – М. : Сов. радио, 1976.
10. Заявка № 2248088 Российчкя Федерация. Устройство обнаружения и оценки частоты радиоимпульса / Неволин В. И. ; приоритет 10.04.06.

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

УДК 658.56:621.924.93

В. Д. Кревчик, В. А. Скрябин, Г. В. Тарабрин

К ТЕОРИИ ДИСЛОКАЦИОННОГО УПРОЧНЕНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОБРАБОТКИ ДЕТАЛЕЙ УПЛОТНЕННЫМ АБРАЗИВОМ

В рамках простейшей модели Гранато-Люкке теоретически рассмотрен механизм дислокационного упрочнения поверхностного слоя деталей в процессе обработки незакрепленным абразивом. Показано, что на этапе микрорезания, когда мгновенная контактная температура достаточно высока, происходит увеличение дефекта модуля упругости за счет расплывания зон Коттрелла. Последующий процесс диффузии термически генерированных вакансий к стокам сопровождается значительным уменьшением дефекта модуля упругости, т.е. дислокационным упрочнением, при котором возможно образование микротрещин.

Как известно [1, 2], вопросы изучения тепловых явлений при шлифовании имеют первостепенное значение в теории абразивной обработки. Изучение тепловых процессов важно с точки зрения предотвращения вредного воздействия температурного поля на поверхность обрабатываемых деталей. Необходимо отметить, что реальные материалы, как правило, содержат дислокации, точечные дефекты и различные примесные включения, что значительно снижает их прочностные характеристики.

Тепловые процессы, инициированные мгновенной контактной температурой на этапе микрорезания, могут стимулировать изменение дефектной структуры в поверхностном слое материала, толщина которого соизмерима с глубиной микрорезания. Такие изменения при определенных условиях могут существенно сказаться на фактическом сопротивлении материала сдвигу и на характере его разрушения.

В настоящей работе в рамках простейшей модели Гранато–Люкке [3] теоретически рассмотрен процесс дислокационного упрочнения при микрорезании в поверхностном слое материала обрабатываемой детали. Теоретический подход основан на двухэтапном механизме дислокационного упрочнения. На первом этапе в процессе микрорезания возникает достаточно сильный температурный импульс за счет мгновенной контактной температуры. В результате дислокации освобождаются от закрепляющей примеси (диффузия «облаков Коттрелла») и дефект модуля упругости увеличивается. Характерное время данного процесса t_0 определяется средней шириной микровыступов $\overline{L}_m$ и средней скоростью $\overline{\upsilon}$ движения абразивного зерна: $t_0 = \overline{L}_m / \overline{\upsilon}$. Оценка величины t_0 при следующих значениях величин: $\overline{\upsilon}$ = 2 м/с и $\overline{L}_m$ = 20 мкм, дает t_0 = 10^{-5} с. Для оценки величины мгновенной контактной температуры рассмотрим простейшую краевую задачу – задачу Коши с мгновенным точечным источником тепла $F(x,t) = Q_0 \delta(x-\xi)\delta(t-\tau)$, где $Q_0 = 2M\overline{\upsilon}^2/(\pi\overline{L}_m^2)$ –

мощность источника; M – среднее значение массы абразивного зерна. Решение задачи Коши хорошо известно [4] и имеет вид

$$T(x,t)=\frac{Q_0}{c\rho}\frac{1}{2\sqrt{\pi a^2(t-\tau)}}e^{-\frac{(x-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}}, \qquad (1)$$

где c – удельная теплоемкость материала; ρ – его плотность; a^2 – коэффициент температуропроводности.

После усреднения выражения (1) по эффективной длине дислокации l с весовой функцией $N(l)$ гауссова вида

$$N(l)dl=\frac{\Lambda}{\sqrt{\pi}L^2}e^{-\frac{l^2}{L^2}}, \qquad (2)$$

где Λ – общая длина дислокаций в материале детали; L – средняя длина дислокационной петли, получим

$$\langle T(x,t)\rangle_l=\frac{Q_0}{c\rho}\frac{1}{2\sqrt{\pi}}\frac{\Lambda}{L^2}\operatorname{Arcth}\sqrt{\frac{2a\sqrt{t}}{L}+1}, \qquad (3)$$

где $\operatorname{Arcth} z$ – гиперболический арккотангенс [5].

Оценим величину $\langle T(x,t)\rangle_l$ при следующих значениях входящих в (3) величин: $\Lambda = 6\cdot10^{-2}$ м; L = 60 мкм; c = 460 Дж/(кг·К); ρ = 7800 кг/м^3; $Q_0\approx10^3$ Дж/м^2; M = 6,7 мг при зернистости 80; $t=t_0\approx10^{-5}$ с, в результате получим для мгновенной контактной температуры $\langle T(x,t)\rangle_l\approx1820$ К. Таким образом, мгновенная контактная температура может достигать достаточно больших значений вплоть до температуры плавления металла [2]. Как было показано в работе [6], дефект модуля упругости $\Delta E/E_0$, связанный с процессом расплывания зон Коттрелла, можно представить в виде

$$\left(\frac{\Delta E}{E_0}\right)_t=\left(\frac{\Delta E}{E_0}\right)_0\frac{\pi\tau^*}{4r_0^2}, \qquad (4)$$

где $(\Delta E/E_0)_t$ – мгновенное значение дефекта модуля упругости; $(\Delta E/E_0)_0$ – значение дефекта модуля упругости в начальный момент времени; r_0 – радиус облака Коттрелла вокруг дислокационной петли; τ^* определяется как [6]

$$\tau^*=\int_0^t D(t')dt', \qquad (5)$$

где $D(t)=D_0\exp\left[-Q/(k\langle T(x,t)\rangle_l)\right]$ – коэффициент диффузии примеси, декорирующей дислокации; Q – энергия активации диффузии.

Подставляя (3) в (5) и выполняя интегрирование по t' в приближении, когда $2a\sqrt{t}/L << 1$, получим

$$\tau^* \approx D_0 t\left[1+\frac{4QL^2}{a^2 A_0 kt} li\left(\frac{a^{2t}}{L^2}\right)\right], \tag{6}$$

где $A_0 = Q_0\Lambda/(\rho c 2\sqrt{\pi}L^2)$; $li(z)$ – интегральный логарифм [5].

Оценка величины $\varepsilon_1 = (\Delta E/E_0)_t/(\Delta E/E_0)_0$ при следующих значениях параметров, входящих в (4): $2r_0 = 0{,}1$ мкм, $D_0 \approx 10^{-7}$ м^2/с, $Q \approx 1{,}3$ эВ, $t \approx 10^{-7}$ с, $a^2 \approx 12\cdot 10^{-6}$ м^2/с, дает $\varepsilon_1 \approx 2{,}8$, т.е дефект модуля упругости может увеличиться примерно в три раза. Следует отметить, что при некотором критическом напряжении возможно полное открепление дислокационных петель [7] с последующим дрейфом дислокации совместно с примесной атмосферой. Накопление дислокаций вблизи примесных включений является одной из возможных причин образования микротрещин [8]. Из (4) видно, что эффект увеличения дефекта модуля упругости имеет место, когда $D_0 t > 4r_0^2/\pi$, т.е. определяется типом декорирующей дислокацию примеси и геометрией облака Коттрелла. На втором этапе рассматриваемого механизма происходит диффузия вакансий к стокам. Действительно, следствием мгновенной контактной температуры является тепловая генерация вакансий. За время $t_\upsilon = h/\bar{\upsilon}$ (h – величина шага профиля шероховатой поверхности) вакансии диффундируют к стокам – дислокациям. Коэффициент диффузии вакансий D_υ можно представить в виде

$$D_\upsilon = D_{0\upsilon} e^{-\frac{(Q_\upsilon - W_\alpha)}{k\langle T(x,t)\rangle_l}}, \tag{7}$$

где Q_υ – энергия активации диффузии вакансий; W_α – энергия взаимодействия вакансии с дислокацией [9],

$$W_\alpha = \frac{4}{3}\frac{(1+\nu)}{(1-\nu)}\frac{Gb\varepsilon_c r^3}{R}\sin\alpha, \tag{8}$$

где – число Пуассона; G – модуль сдвига; b – величина вектора Бюргерса; R и α – полярные координаты в плоскости, перпендикулярной дислокационной линии; ε_c – доля объема кристалла, занимаемая цилиндрическими областями дислокационных линий ($\varepsilon_c < 0{,}7$).

Усредняя (8) по возможным значениям R с весовой функцией $f(R) = c\exp(-\alpha R/r_0)$ ($c = e/r_0, e$ – основание натурального логарифма), получим

$$\langle W_\alpha\rangle_R = \frac{4}{3}\frac{(1+\nu)}{(1-\nu)}Gb\varepsilon_c r^3\frac{e}{r_0}\left[-E_i(-1)\right]\sin\alpha, \tag{9}$$

где $Ei(z)$ – интегральная показательная функция [5].

Далее, усредняя (9) по всем возможным значениям α с весовой функцией $\varphi(\alpha) = \exp(-\alpha)/\left[1-\exp(-2\pi)\right]$, получим

$$\langle W_\alpha \rangle_R = \frac{4}{3}\frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} Gb\varepsilon_c r^3 \frac{e}{r_0}\left[-E_i(-1)\right]\frac{1}{\pi}\left(1-e^{-2\pi}\right). \qquad (10)$$

Для оценки величины $\langle W_\alpha \rangle_{R,\alpha}$ примем следующие численные значения величин, входящих в соотношение (10): $\nu = 0{,}3$; $2r_0 = 0{,}1$ мкм; $G = 8\cdot 10^{10}$ Н/м^2; $b = 10^{-10}$ м; $r^3 \approx 7\cdot 10^{-28}$ м^3, в результате получим $\langle W_\alpha \rangle_{R,\alpha} \approx 0{,}28$ эВ.

Рассмотрим диффузию вакансий к стокам. В этом случае простейшая краевая задача может быть записана $\frac{\partial n_\upsilon}{\partial t} = D(t)\frac{\partial^2 n_\upsilon}{\partial x^2}$ в виде $-\infty < x < +\infty$

$$\frac{\partial n_\upsilon}{\partial t} = D(t)\frac{\partial^2 n_\upsilon}{\partial x^2}; \qquad (11)$$

$$t_0 < t < +\infty;$$

$$n_\upsilon(x,t_0) = n_0 e^{-\frac{x^2}{D_\upsilon(t_0)t_0}}. \qquad (12)$$

Предполагается, что в течение времени t_0 за счет тепловой генерации формируется облако вакансий гауссова вида (12). Решение задачи (11), (12) легко получить методом интегрального преобразования Фурье:

$$c(d,\tau) = \frac{\sqrt{\pi D_\upsilon(t_0)t_0}}{d}\Phi\left(\frac{d}{\sqrt{D_\upsilon(t_0)t_0\left(\frac{4\tau}{D_\upsilon(t_0)t_0}+1\right)}}\right), \qquad (13)$$

где $c = n_\upsilon / n_0$ – концентрация вакансий в относительных единицах; d – среднее расстояние до стоков; $\Phi(z)$ – интеграл вероятности [5]; τ имеет следующий вид:

$$\tau = D_0(t-t_0) + D_0\frac{4\left(Q_\upsilon - \langle W_\alpha \rangle_{R,\alpha}\right)L^2}{a^2 k A_0}\left[li\left(\frac{a^2 t}{L^2}\right) - li\left(\frac{a^2 t_0}{L^2}\right)\right]. \qquad (14)$$

Нетрудно показать, что кинетика возврата описывается следующим соотношением:

$$\left(\frac{\Delta E}{E_0}\right)_t = \left(\frac{\Delta E}{E_0}\right)_0\left[1+\frac{c(d,\tau)}{M(t_0)}\right]^{-2}, \qquad (15)$$

где M – число точек закрепления дислокационной линии по истечении времени t_0.

Оценим величину $\varepsilon_2 = (\Delta E / E_0)_t / (\Delta E / E_0)_0$, полагая $Q_\upsilon \approx 1$ эВ, $\langle W_\alpha \rangle_{R,\alpha} \approx 0{,}3$ эВ, $t_0 = 10^{-5}$ с; $D_{0\upsilon} \approx 10^{-4}$ м^2/с; $M(t_0) = 1$ [7] (остальные параметры, входящие в (15), имеют такие же значения, как и в случае предыдущих оценок), в результате получим $\varepsilon_2 \approx 0{,}25$.

Приведенная оценка показывает, что поверхностный слой материала в результате процесса микрорезания получает дислокационное упрочнение, при котором возможно образование микротрещин. При этом толщина такого слоя порядка $\sqrt{\rho D_\upsilon(t_0) t_0}$ и составляет 6 мкм. Таким образом, в рамках простейших модельных представлений продемонстрировано существенное влияние дефектной структуры металла на физико-механические характеристики поверхностного слоя в процессе обработки уплотненным абразивом. Эти характеристики важны, поскольку оказывают существенное влияние на эксплуатационные свойства деталей и в том числе на износостойкость, усталостную прочность, а также контактную и коррозионную стойкость [1].

Список литературы

1. **Мартынов, А. Н.** Основы метода обработки деталей свободным абразивом, уплотненным инерционными силами / А. Н. Мартынов. – Саратов, 1981. – 210 с.
2. **Скрябин, В. А.** Основы процесса субмикрорезания при обработке деталей незакрепленным абразивом / В. А. Скрябин. – Пенза, 1992. – 120 с.
3. **Труэлл, Р.** Ультразвуковые методы в физике твердого тела / Р. Труэлл, Ч. Эльбаум, Б. Чик. – М., 1972. – 307 с.
4. **Тихонов, А. Н.** Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – М : Изд-во МГУ им. М. В. Ломоносова, 2004. – 798 с.
5. **Янке, Е.** Специальные функции / Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш. – М., 1977. – 252 с.
6. **Артемов, И. И.** Исследование влияния дефектной структуры материала болтового соединения на процесс ослабления затяжки / И. И. Артемов, В. Д. Кревчик, С. В. Суменков // Новые промышленные технологи. – 2002. – № 5–6. – С. 67.
7. **Артемов, И. И.** Дислокационная модель фреттинг-усталости в условиях вибрационного нагружения материала / И. И. Артемов, В. Д. Кревчик // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2004. – № 5. – С. 42.
8. **Кулемин, А. В.** Ультразвук и диффузия в металлах / А. В. Кулемин. – М. : Металлургия, 1978. – С. 199.
9. **Коттрелл, А. Х.** Дислокации и пластическое течение в кристаллах / А. Х. Коттрелл. – М. : Металлургия, 1958. – С. 200.

УДК 621.923

В. З. Зверовщиков, А. Е. Зверовщиков

ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ УПЛОТНЕННОЙ МАССЫ РАБОЧЕЙ ЗАГРУЗКИ ПРИ ОБЪЕМНОЙ ЦЕНТРОБЕЖНОЙ ОБРАБОТКЕ ДЕТАЛЕЙ

Рассматривается проблема повышения эффективности объемной обработки деталей. Математически описано движение дискретных частиц обрабатывающей среды и деталей в скользящем слое. Получено аналитическое выражение для определения скорости резания. Установлены закономерности изменения скорости резания по профилю детали и по длине скользящего слоя. Приведен пример расчета и даны рекомендации по повышению эффективности обработки.

Технология центробежной обработки деталей дискретными обрабатывающими средами получила широкое распространение в промышленности для удаления заусенцев, облоя, грата, окалины, а также для шлифования, полирования и упрочнения поверхностей детали.

В качестве обрабатывающего материала в зависимости от состояния исходной поверхности и требований к качеству обработки могут использоваться гранулированные абразивные среды, фарфоровые, стеклянные, полимерные и металлические шары.

Для трансформации дискретной обрабатывающей среды в режущий инструмент под действием инерционных, преимущественно центробежных, сил и создания условий для относительного перемещения с заданной скоростью инструмента и поверхностей деталей наиболее удачно достигается при сообщении контейнерам планетарного движения.

При этом актуальными являются исследования по совершенствованию технологии центробежной обработки деталей в контейнерах с планетарным вращением на основе изучения динамических характеристик рабочей загрузки для управления основными показателями процесса контактного взаимодействия дискретных частиц рабочей среды с обрабатываемыми поверхностями.

Рассмотрим положение уплотненной загрузки в сечении, перпендикулярном оси контейнера (рис. 1). Скорости частиц в безотрывной зоне, прилегающей к стенке контейнера, и в зоне скользящего слоя имеют противоположное направление. Следовательно, можно предположить, что в центробежной зоне уплотненного сегмента рабочей загрузки, ограниченного углом 2β, должна существовать некоторая точка S, скорость частиц в которой относительно оси O контейнера равна нулю. Таким образом, загрузка будет вращаться с некоторой угловой скоростью $\omega_{БЗ}$ вокруг центра S, который представляет собой мгновенный центр скоростей.

Полагая, что в безотрывной зоне глубиной $H_{БЗ}$ относительное перемещение между частицами и проскальзывание по стенке контейнера отсутствуют, определим характер изменения скоростей частиц в сечении N–N по глубине безотрывной зоны по выражению

$$v_{БЗ} = \omega_{БЗ} \cdot R_n ,$$

где R_n – расстояние от произвольной частицы n до мгновенного центра скоростей S.

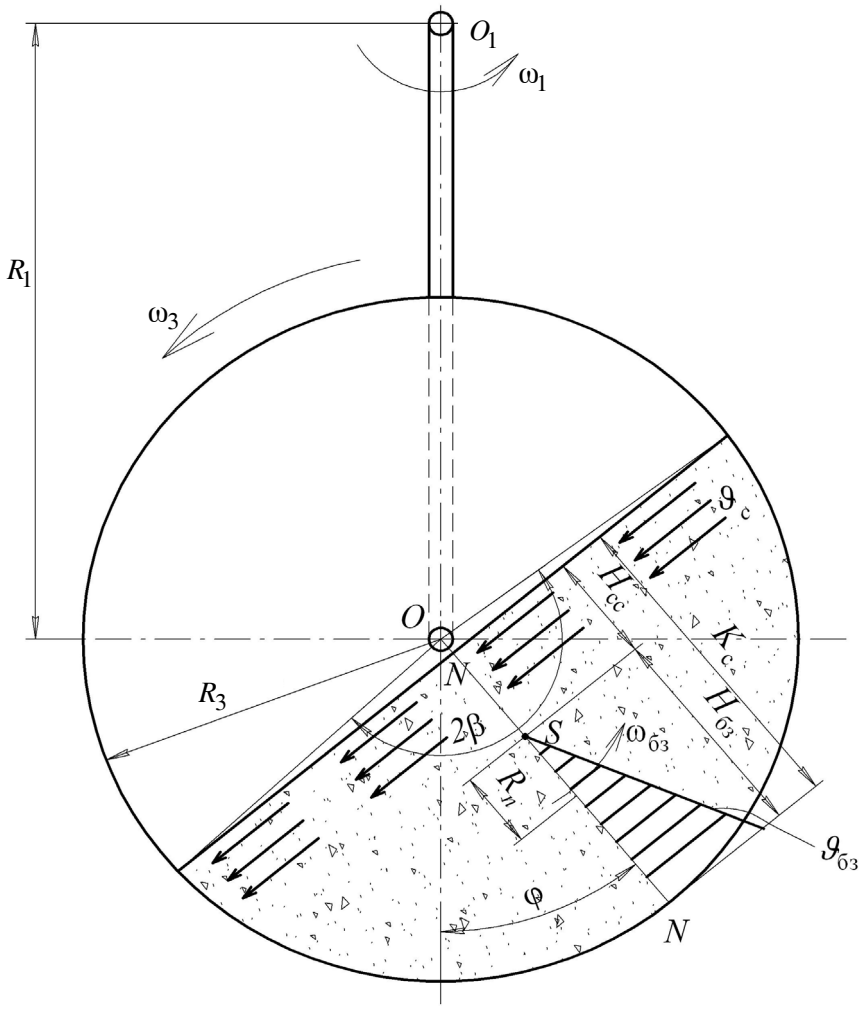


Рис. 1 Схема образования скользящего слоя и безотрывной зоны в массиве частиц ДШМ при объемной обработке деталей в контейнере с планетарным вращением

Таким образом, скорость $v_{БЗ}$ движения частиц в безотрывной зоне будет переменной по глубине $H_{БЗ}$. Пусть частицы шлифовального материала размером δ на стенке контейнера имеют скорость

$$v_{БЗ} = \omega_3 \left(R_3 - \frac{\delta}{2} \right).$$

Тогда угловую скорость частиц безотрывной зоны относительно мгновенного центра скоростей S найдем по выражению

$$\omega_{БЗ} = \frac{\omega_3 \left(R_3 - \frac{\sigma}{2} \right)}{R_n}.$$

Характер распределения скоростей $v_{БЗ}$ в безотрывной зоне контейнера показан на рисунке 1.

Рассмотрим изменение скоростей частиц по толщине скользящего слоя H_{CC}. Для описания скоростей этих частиц воспользуемся основными положениями механики сплошной среды [1, 2], т.к. при движении частицы будут перемещаться относительно друг друга внутри скользящего слоя.

Рассмотрим характер движения частиц скользящего слоя в сечении *N–N*. Пусть верхний слой частиц имеет скорость v_0 (рис. 2), тогда следующий слой движется относительно верхнего с некоторой скоростью Δv :

$$\Delta v = k_{\text{п}} \cdot v_0 ,$$

где $k_{\text{п}}$ – коэффициент проскальзывания элементарных слоев.

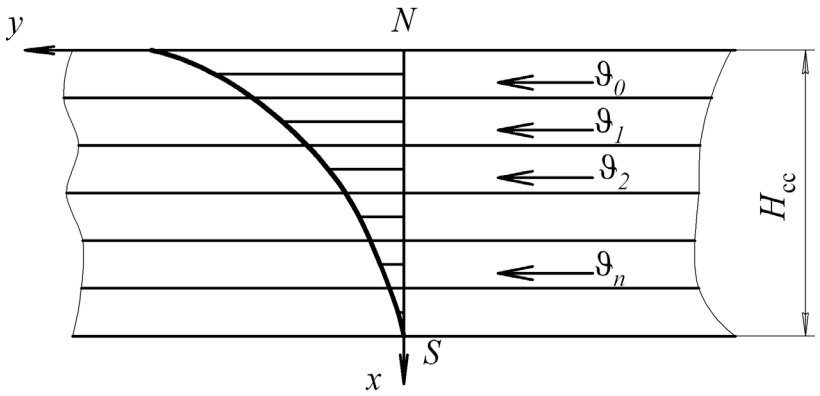


Рис. 2 Распределение скоростей по толщине скользящего слоя H_{CC}

Скорости нижележащих элементарных слоев найдем по соотношениям:

$$v_1 = v_0 - v_0 \cdot k_{\text{п}}$$

$$v_2 = v_1 - v_1 \cdot k_{\text{п}}$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$v_{\text{п}} = v_{\text{п}-1} - v_{\text{п}-1} \cdot k_{\text{п}}$$

Толщина элементарного слоя определяется размерами шлифовальных тел. Обозначив ось, перпендикулярную к поверхности загрузки, через X (рис. 2), получим в общем виде представленное выше распределение скоростей:

$$v_n = v_0 (1 - k_{\text{п}})^n , \; v_n = v_0 (1 - k_{\text{п}x})^x , \qquad (1)$$

где n – порядковый номер элементарного слоя от поверхности уплотненного сегмента ДШМ; x – расстояние от рассматриваемой точки до поверхности загрузки, например в миллиметрах; $k_{\text{п}x}$ – коэффициент, характеризующий проскальзывание на единицу толщины, например миллиметр, скользящего слоя.

Любая частица скользящего слоя совершает сложное движение, состоящее из перемещения вместе со слоем со скоростью $v_{\text{п}}$ и вращения вокруг собственного центра масс, что обусловлено трением качения и скольжения

между частицами элементарных слоев. Коэффициенты $k_п$ и $k_{пх}$ в выражениях (10) и (1) будут зависеть от формы и размеров частиц рабочей загрузки, наличия и свойств технологической жидкости, физико-механических свойств контактирующих поверхностей. Эти коэффициенты являются характеристикой рабочей среды ДШМ.

Если задать положение центра масс S массива уплотненной загрузки (рис. 1) параметром $H_{СС}$ и подставить его в выражение (1), то, учитывая, что в точке S скорость равна нулю, получим

$$v_0(1-k_{пх})^{H_{СС}}=0.$$

Из соотношения $H_{СС} = T_с \bullet n$ ($T_с$ – толщина элементарного слоя) следует, что при увеличении коэффициентов $k_п$ и $k_{пх}$ или уменьшении $T_с$ толщина скользящего слоя $H_{СС}$ будет уменьшаться.

Рассматривая скользящий слой как конечный объем сплошной среды [3], определим количество движения Q_v частиц ДШМ скользящего слоя по выражению

$$Q_v=\rho_з l_к \int\limits_{R_з-k_с}^{R_з-k_с+H_{СС}} 2v_0(1-k_{пх})^{x-R_з+k_с}\sqrt{R_з^2-x^2}\,dx, \qquad (2)$$

где $\rho_з$ – плотность рабочей загрузки; $l_к$ – длина контейнера; $k_с$ – стрела сегмента уплотненной загрузки (рис. 1).

Для рабочих сред с высоким коэффициентом внутреннего трения и соответственно малым коэффициентом $k_{пх}$ соотношение толщин скользящего слоя $H_{СС}$ и безотрывной зоны $H_{БЗ}$ стремится к единице, т.е. $H_{СС}/H_{БЗ} \approx$ $\approx$ 0,85…0,95. Это установлено фотометрическими исследованиями. Поэтому с некоторым допущением можно считать, что толщина скользящего слоя равна половине стрелы сегмента. Тогда верхний предел интегрирования в выражении (2) можно представить в виде (рис. 1)

$$R_з-k_с+H_{СС}=R_з-\frac{k_с}{2}. \qquad (3)$$

Поэтому, полагая, что обработка происходит в основном в зоне скользящего слоя, параметр Q_v можно принять в качестве показателя для оценки интенсивности обработки.

Параметр $k_с$ в формулах (2) и (3) характеризует степень заполнения $\eta_з$ контейнера ($\eta_з = v_к/v_{РЗ}$, где $v_к$ – внутренний объем контейнера; $v_{РЗ}$ – объем, занимаемый рабочей загрузкой в полости контейнера).

Степень заполнения контейнера рабочей загрузкой является важной характеристикой, определяющей интенсивность обработки. Для наглядности построим графики влияния заполнения контейнера рабочей загрузкой на количество движения Q_v и приведенное количество движения частиц ДШМ скользящего слоя $Q_v/\eta_з$ (рис. 3).

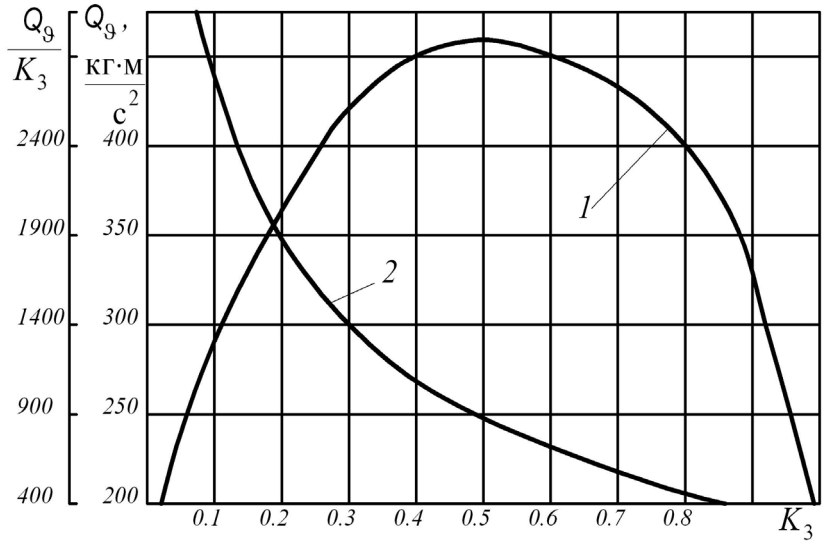


Рис. 3 Влияние степени заполнения контейнера на количество движения частиц ДШМ скользящего слоя рабочей загрузки (R_1 = 0,2 м; R_2 = 0,1м; ω_1 = 17 с$^{-1}$; ω_3 = 29 рад/с; ρ = 2000 кг/м^3; $K_{сх}$ = 0,014): 1 – количество движения; 2 – приведенное количество движения

Графическая зависимость 1 свидетельствует, что количество движения частиц ДШМ скользящего слоя достигает максимума при заполнении контейнера на 50…60% объема ($\eta_з$ = 0,5…0,6). При таком заполнении контейнера рабочей загрузкой создаются наиболее благоприятные условия обработки деталей. Если в качестве энергетической характеристики эффективности обработки рассматривать приведенное количество движения $Q_v/\eta_з$, то более эффективной будет обработка при небольшом заполнении контейнера рабочей загрузкой (рис. 3, зависимость 2), что оправдано для мелких деталей.

Таким образом, для шлифовальных материалов с малым коэффициентом проскальзывания $k_{пх}$, например для трехгранных призм ПТ10×10 или ПТ15×15, рекомендуется использовать заполнение контейнера на 50…60% объема.

Для определения скорости относительного перемещения частиц ДШМ и обрабатываемых поверхностей рассмотрим движение детали внутри скользящего слоя. Представим скользящий слой толщиной $H_{СС}$ (рис. 4) в виде совокупности нескольких элементарных слоев. Тогда толщину $T_с$ отдельного элементарного слоя определим по выражению [5]:

$$T_с = 1/\sqrt[3]{n_i \cdot \rho_м} \ ,$$

где n_i – число обрабатываемых тел (абразивных гранул, зерен, шаров или других частиц ДШМ) в единице массы шлифовального материала; $\rho_м$ – плотность шлифовального материала.

Обрабатываемая деталь, перемещаясь в скользящем слое, совершает сложное движение, состоящее из поступательного, характеризующегося линейной скоростью $v_д$ центра масс детали $O_д$, и вращательного движения вокруг этого центра масс.

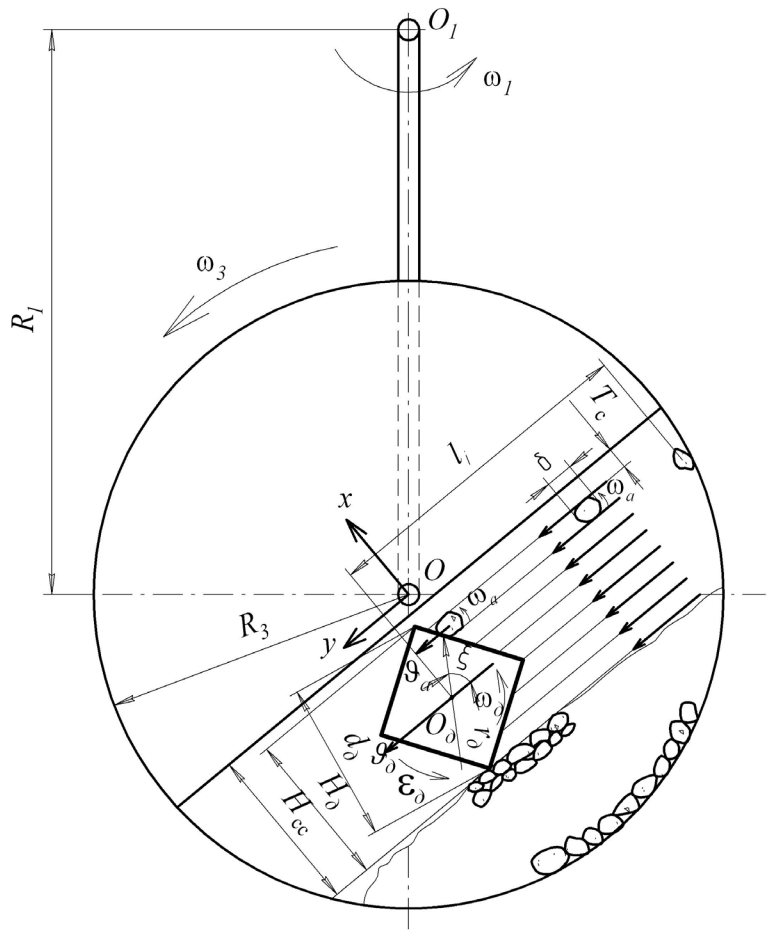


Рис. 4 Схема движения детали в скользящем слое
при объемной обработке деталей в контейнере с планетарным вращением

При этом линейная скорость $v_д$ центра масс детали равна скорости движения элементарного слоя. При определении скоростей движения детали и обрабатывающих тел в скользящем слое необходимо учитывать конструктивные параметры оборудования и технологические режимы обработки. Учитывая, что габаритные размеры обрабатываемой детали, как правило, многократно превосходят толщину элементарного слоя, то число слоев $L_с$, взаимодействующих с деталью в любом сечении, определим по формуле

$$L_c = H_д \sqrt[3]{n_i \cdot \rho_м},$$

где $H_д$ – размер детали в рассматриваемом сечении (рис. 4).

Скорость резания $v_р$ определяется скоростью перемещения обрабатывающих тел относительно поверхности детали:

$$\overline{v}_р = \overline{v}_a - \overline{v}_{ПД}, \quad (4)$$

где v_a – скорость точки обрабатывающего тела в месте контакта с поверхностью детали; $v_{ПД}$ – скорость поверхности детали в точке контакта.

Учитывая сложный характер движения обрабатывающих тел, найдем скорость v_a в точке контакта с деталью по формуле (рис. 4):

$$v_a = v_{\text{д}}(1+k_{\text{п}})^n + \omega_a \frac{\delta}{2}, \tag{5}$$

где n – порядковый номер элементарного слоя, начиная от слоя, имеющего скорость центра масс детали $v_{\text{д}}$; ω_a – скорость вращения обрабатывающего тела вокруг собственной оси; δ – размер обрабатывающего тела.

Скорость $v_{\text{ПД}}$ поверхности детали в точке контакта определим по выражению

$$\overline{v}_{\text{пд}} = \overline{v}_{\text{д}} + (\overline{\omega}_{\text{д}} \times \overline{r}_{\text{д}}), \tag{6}$$

где $r_{\text{д}}$ – радиус-вектор точки контакта.

Вращение детали в скользящем слое обусловлено разностью давлений обрабатывающих тел на участках поверхности, расположенных выше и ниже слоя, имеющего скорость, одинаковую с центром масс детали. Крутящий момент $M_{\text{кр}}$, вращающий деталь, определим по формуле

$$M_{\text{кр}} = \int\limits_{(S)} x_{\text{р}} p_i dS,$$

где $x_{\text{р}}$ – плечо равнодействующей сил динамического воздействия элементарных слоев шлифовального материала на деталь относительно оси ее вращения; p_i – динамическое давление элементарных слоев на поверхность детали; S – площадь участков детали, одновременно подвергающихся динамическому воздействию гранул шлифовального материала.

Применяя для скользящего слоя закономерности движения сплошных сред [2, 4], динамическую составляющую давления элементарного слоя в точке контакта с деталью определим по формуле

$$P_1 = \rho_a v_y^2 \cos\xi, \tag{7}$$

где v_y – проекция скорости частиц элементарного слоя на ось OY; ξ – угол, определяющий положение радиус-вектора точки контакта; ρ_a – плотность (объемная) абразивных гранул ДШМ.

Статическое давление элементарного слоя вдоль линии тока, обусловленное переносным вращением контейнера с водилом, найдем по выражению

$$P_2 = \rho_a \int\limits_0^{y_{\text{к}}} a_{\text{ур}} dy, \tag{8}$$

где $y_{\text{к}}$ – координата точки по длине скользящего слоя, где определяется давление; $a_{\text{ур}}$ – результирующее тангенциальное ускорение при движении частицы в слое.

Полагая, что динамическое давление элементарных слоев (7) является распределенной нагрузкой, найдем выражение для определения крутящего момента $M_{\text{кр}}$ относительно центра масс $O_{\text{д}}$ детали в виде

$$M_{\text{кр}} = 2\rho_a \int_0^{d_{\text{д}}/2} v_{\text{д}}^2 K_{\text{пх}}^{2x} \frac{\sqrt{r_{\text{д}}^2 - x^2}}{r_{\text{д}}} x dx,$$

где $d_{\text{д}}$ – максимальный размер детали в рассматриваемом сечении; $k_{\text{пх}}$ – коэффициент проскальзывания на единицу толщины скользящего слоя; x – координата в направлении, перпендикулярном движению скользящего слоя.

При этом полагаем, что статическое давление (8) одинаково для противоположных поверхностей детали.

Поскольку момент всех сил инерции относительно центра масс $O_{\text{д}}$ детали равен нулю, то на основании теоремы об изменении кинетического момента получим

$$J_0 \frac{d\omega_{\text{д}}}{dt} = M_{\text{кр}},$$

или

$$J_0 \varepsilon_{\text{д}} = M_{\text{кр}}, \tag{9}$$

где $J_0 = \int\limits_{(m_{\text{д}})} r_{\text{д}} dm = \rho_{\text{д}} \int\limits_{(v_{\text{д}})} r_{\text{д}}^2 dV_{\text{д}}$; J_0 – момент инерции детали относительно центра масс; $m_{\text{д}}$ – масса детали; $V_{\text{д}}$ – объем детали; $\rho_{\text{д}}$ – плотность материала детали; $\varepsilon_{\text{д}}$ – угловое ускорение детали при вращении ее вокруг собственного центра масс.

Для случая плоского движения, которое имеет место при планетарном вращении контейнера и отсутствии переносного вращения водила, это выражение применительно к контуру $L_{\text{к}}$ сечения детали будет иметь вид

$$J_z = \rho_{\text{д}} \int\limits_{(L_{\text{к}})} r_{\text{д}}^2 dL_{\text{к}}, \tag{10}$$

где J_z – момент инерции детали относительно оси вращения.

Из выражения (9) с учетом (10) определим угловое ускорение $\varepsilon_{\text{д}}$ детали при вращении вокруг собственной оси:

$$\varepsilon_{\text{д}} = \frac{2\rho_a \int\limits_0^{d_{\text{д}}/2} v_{\text{д}}^2 K_{\text{пх}}^{2x} \sqrt{\frac{r_{\text{д}}^2 - x^2}{r_{\text{д}}}} x dx}{\rho_{\text{д}} \int\limits_{(L_{\text{к}})} r_{\text{д}}^2 dL_{\text{к}}}.$$

Поскольку в безотрывной зоне деталь не вращается, то угловую скорость вращения детали вокруг собственной оси $\omega_{\text{д}}$ при движении в скользящем слое найдем в виде

$$\omega_{\text{д}} = \varepsilon_{\text{д}} \cdot t_i,$$

где t_i – время движения в скользящем слое, начиная с момента отрыва от стенки контейнера или от безотрывной зоны.

Зная путь l, пройденный деталью, и полагая, что скорость движения $v_д$ скользящего слоя постоянна, определим время t_i:

$$t_i = l / v_д.$$

С учетом изложенного и соотношений (5) и (6) после преобразования выражения (4) определим скорость резания $v_р$ в окончательном виде:

$$v_р = v_д^2[(1+K_{пх})^{r_д \cos\xi} - 1] + \omega_д^2 r_д^2 - 2v_д(1-K_{пх})^{r_д \cos\xi} - 1]\omega_д r_д \cos(180-\xi)\,. \quad (11)$$

Анализ полученного выражения (11) показывает, что величина скорости резания $v_р$ будет неодинакова в разных точках обрабатываемой поверхности детали. Для наглядности рассмотрим изменение скорости резания в произвольной точке поверхности стального образца в форме куба со стороной 25 мм при обработке трехгранными призмами ПТ 10×10. Условия обработки: внутренний диаметр контейнера D = 200 мм; угловая скорость контейнера ω_3 = 28 рад/с, степень заполнения контейнера рабочей загрузкой η_3 = 0,5; приведенный коэффициент проскальзывания слоев шлифовального материала $K_{пх}$ = 0,045; длина скользящего слоя l = 100 мм; $r_д$ = 11 мм и ζ_i = 0…45°.

Для этих условий по выражению (8) получена графическая зависимость $v_р$ от углового параметра ξ_i, представленная в полярных координатах на рисунке 5.

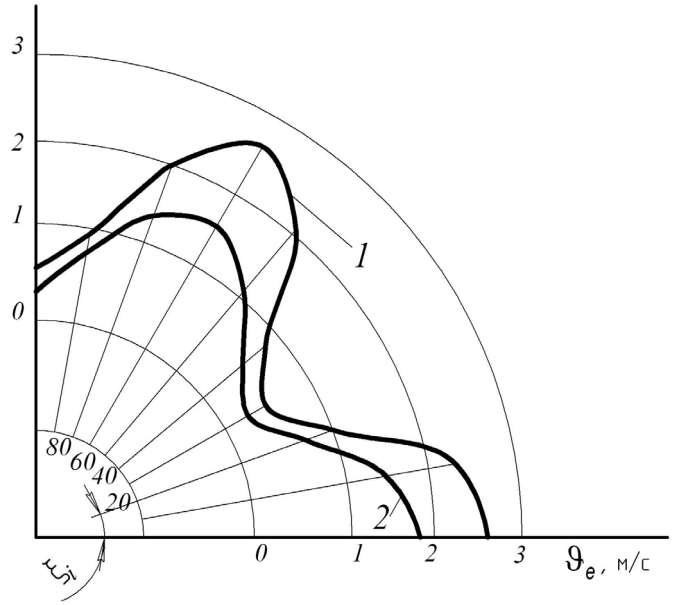


Рис. 5 Изменение скорости резания $\vartheta_р$ по профилю обрабатываемой детали:
1 – при $\vartheta_д$ = 2,5 м/с; 2 – при $\vartheta_д$ = 2,0 м/с

Установлено, что при движении детали в скользящем слое со скоростью $v_д$ = 2,5 м/с скорость резания по обрабатываемому контуру циклически изменяется от 2,5 до 0,5 м/с. Переменная скорость резания приведет к неодинаковому съему металла с различных участков профиля и неравномерному удалению тех-

нологического припуска. При этом величина неравномерности будет несколько снижаться с уменьшением скорости резания (рис. 5, зависимость 2).

Используя выражение (11) и варьируя параметром l, построим графические зависимости, отражающие изменение скорости резания $v_р$ по длине l скользящего слоя (рис. 6). Анализ графических зависимостей показывает, что скорость резания имеет минимальное значение в момент отрыва детали от стенки контейнера в начале движения в скользящем слое, а затем постепенно возрастает вследствие ускорения вращения детали вокруг собственной оси и становится наибольшей в конце пути при достижении противоположной стенки контейнера. При этом обработка происходит более эффективно с увеличением плотности ρ_a шлифовального материала (рис. 6, зависимость 1), т.к. величина давления, оказываемого на деталь элементарными слоями скользящего слоя, прямо пропорциональна плотности обрабатывающих частиц ДШМ. Поэтому обработка будет тем эффективнее, чем больше разность плотности $\rho_д$ материала обрабатываемых деталей и плотности ρ_a частиц ДШМ.

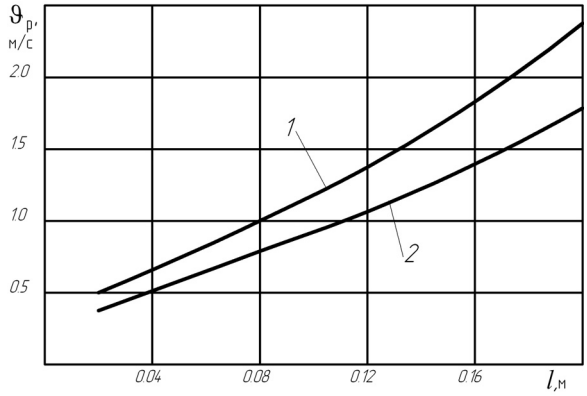


Рис. 6 Изменение скорости резания $\vartheta_р$ по длине l скользящего слоя при $\vartheta_д$ = 2,5 м/с: 1 – ρ_a = 2500 кг/м^3; 2 – ρ_a = 2000 кг/м^3

В качестве примера рассмотрим изменение скорости резания при обработке цилиндрического стального образца длиной 20 мм и диаметром 10 мм. Поскольку скорость резания переменна по длине и глубине скользящего слоя, то предположим, что деталь находится в середине скользящего слоя. Обработка производится трехгранными призмами ПТ 15×15 ($K_{пх}$ = 0,045; ρ_a = 2000 кг/м^3) при скорости вращения водила ω_1 = 16,75 рад/с, скорости переносного вращения водила ω_2 = 4,39 рад/с и скорости вращения контейнера вокруг собственной оси ω_3 = 28,97 рад/с. Степень заполнения контейнера 50%, т.е. η_3 = 0,5, а конструктивные параметры оборудования составляют: R_1 = 0,2 м; R_3 = 0,1 м (рис. 1, 4). Тогда найдем, что $v_д$ = 2,38 м/с, $\omega_д$ = 13,2 с$^{-1}$, а минимальная величина скорости резания на цилиндрической поверхности ($r_д$ = 5 мм) составит $v_р$ = 0,268 м/с при максимальной скорости резания $v_{р\ max}$ = 1,78 м/с на торцовой кромке образца. Таким образом, средняя величина скорости резания составит $v_{р\ ср}$ = 1,024 м/с.

Выполненные исследования показывают, что с уменьшением момента инерции J_0 детали скорость резания $v_р$ уменьшается, что будет приводить к снижению эффективности обработки. Поэтому детали с большими моментами инерции (изготовленные из материала большей плотности или имеющие развитую конфигурацию) будут обрабатываться эффективнее. Кроме того, скорость резания, а следовательно, и величина удаляемого технологического припуска будут возрастать с увеличением плотности шлифовального материала.

Таким образом, выполненные исследования позволили разработать методику определения скорости резания с учетом подвижности частиц дискретного обрабатывающего материала в зоне контакта, которая необходима для проектирования технологии обработки деталей и центробежных устройств для ее осуществления.

Список литературы

1. Курс механики сплошных сред. Общая теория / П. Жермен ; пер. с фр. В. В. Федулова. – М. : Высшая школа, 1983. – 339 с.
2. **Седов, Л. И.** Механика сплошной среды / Л. И. Седов. – 4-е изд., исправл. и доп. – М. : Наука, Гл. ред. физико-математ. литературы, 1984. – 2 т. – 560 с.
3. **Седов, Л. И.** Механика сплошной среды / Л. И. Седов. – 4-е изд., исправл. и доп. – М. : Наука, Гл. ред. физико-математ. литературы, 1983. – 1 т. – С. 136–137.
4. **Бушуев, Л. П.** О коэффициенте близости к критическим скоростям вращения для планетарной центробежной мельницы / Л. П. Бушуев // Известия вузов. Горный журнал. – 1961. – № 1. – С. 26–31.
5. **Ящерицын, П. И.** Финишная обработка деталей уплотненным потоком свободного абразива / П. И. Ящерицын, А. Н. Мартынов, А. Д. Гридин. – Минск : Наука и техника, 1978. – 224 с.

УДК 532.546; 533.6.011

О. Г. Пенский

СОПРЯЖЕННЫЕ МОДЕЛИ ПРОНИКАНИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Статья посвящена математическому моделированию нового вида артиллерийских орудий, предназначенных для решения задач строительства. Предложен комплекс сопряженных моделей, описывающих процесс проникания твердых тел в грунт и включающий в себя термодинамические и газодинамические модели, для которых также произведено сравнение результатов численных экспериментов при решении основной задачи внутренней баллистики импульсного вдавливания. Определены условия применения этих моделей с целью обеспечения необходимой точности расчетов величин проникания, скорости и пути отката, максимальных давлений в рассматриваемых частях орудий.

Введение

Исследования по созданию артиллерийских установок, предназначенных для погружения строительных элементов (анкеров, свай и т.д.) в грунт на значительную глубину проводятся в нашей стране около 30 лет [1, 2]. Впервые этой задачей на серьезной научной основе стал заниматься профессор Пермского государственного технического университета М. Ю. Цирульников. В 1980-х гг. под его руководством была изготовлена установка УЗАС-2 на основе устаревшего откатного артиллерийского орудия М-46, способная за один выстрел заглублять железобетонные сваи в глинистый грунт на глубину до 4 м [2]. При этом применялся способ свободного застреливания. Как показала практика, применение пороха в качестве топлива для решения задач строительства уменьшает себестоимость работ в 3–4 раза и повышает производительность труда в 5–6 раз по сравнению с существующими методами.

Задачи математического моделирования строительных пороховых машин

В работах [1–3] показано, что для получения наибольшего проникания необходима конструктивная возможность поглощения большой энергии отката. Одним из путей решения этой проблемы является применение сосуда с соплом, установленного на откатные части орудия, застреливающего строительные элементы. Принципиальная схема такого орудия приведена на рисунке 1.

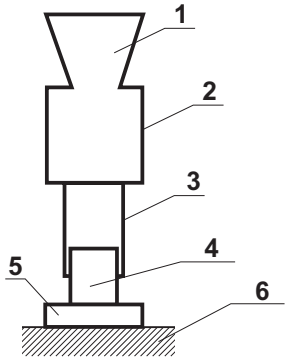


Рис. 1 Принципиальная схема орудия с соплом: 1 – сопло; 2 – сосуд с порохом; 3 – ствол; 4 – забойник; 5 – строительный элемент (СЭ); 6 – грунт

Задачами математического моделирования являются определение наибольшего давления в канале ствола и сосуде, законов изменения скорости и перемещения строительного элемента в грунте, скорости и пути отката, а также величины проникания. Для решения основной задачи внутренней баллистики возможны термодинамический и газодинамический подходы [4–6].

Отметим, что большая точность в решении этой задачи для машин, применяемых при строительстве, не требуется, т.к. на практике отклонение расчетных величин проникания от экспериментальных около 30% считается вполне допустимым. Поэтому нет необходимости в разработке детальных и достаточно сложных моделей внутренней баллистики.

Термодинамическая модель

На основе второго закона Ньютона движение системы «артиллерийское орудие – сосуд» будем описывать уравнением

$$(M_1 + \varphi_2 M_2)\frac{dV_p}{dt} = p_1 s_1 - R_2\left(p_2\right) - (M_1 + \varphi_2 M_2)g. \qquad (1)$$

Здесь и в дальнейшем индекс 1 относится к орудию (нижнему), а 2 – к сосуду с соплом. В уравнении (1) используются следующие обозначения: V_p – скорость отката; M_1, M_2 – масса нижнего орудия и сосуда соответственно; φ_2 – коэффициент фиктивности для сосуда с соплом; p_1, p_2 – давление в стволе нижнего орудия и сосуде соответственно; s_1 – площадь поперечного сечения канала ствола; R_2 – сила отдачи, создающаяся при выбросе пороховых газов из сопла; g – ускорение свободного падения.

Уравнение движения СЭ в канале ствола имеет вид

$$m_{\text{сн}}\frac{dV_a}{dt} = p_1 s_1 + m_{\text{сн}} g - F(V_a, l_a), \qquad (2)$$

где $m_{\text{сн}}$ – масса строительного элемента; V_a, l_a – скорость и перемещение строительного элемента в грунте соответственно; F – сила сопротивления грунта прониканию строительного элемента, которую, согласно работе [2], можно, например, принять в виде $F(V_a, l_a) = s\left(aV_a^2 + b\right) + c\pi d l_a$, где s, d – площадь и диаметр миделевого сечения сваи соответственно; c – удельное трение ее боковой поверхности о грунт; a, b – коэффициенты, зависящие от свойств грунта.

К системе уравнений (1), (2) добавляются естественные кинематические соотношения:

$$\frac{dl_p}{dt} = V_p, \ \frac{dl_a}{dt} = V_a. \qquad (3)$$

Кроме того, будем использовать обозначения: $V = V_a + V_p$, $l = l_a + l_p$.

Для системы уравнений (1)–(3) будем использовать следующие начальные условия:

$$V_p(0) = 0, \ V_a(0) = 0, \ l_p(0) = 0, \ l_a(0) = 0. \qquad (4)$$

Краевая задача (1)–(4) содержит целый ряд параметров, требующих дополнительного определения. При этом, в соответствии с теорией внутренней баллистики, процесс «выстрела» делится на три периода (фазы):

– *предварительный*, когда порох горит, но снаряд еще не движется;

– *первый*, порох горит – снаряд движется;

– *второй*, весь порох сгорел – снаряд движется.

В рамках термодинамической модели сила отдачи R_2 при установившемся истечении газа через сопло, согласно [4], удовлетворяет уравнению

$$R_2 = \chi\xi F_{\text{кр}} p_2, \tag{5}$$

где $\chi = 0{,}85$; $\xi = 1{,}89$ (для наибольшего значения тяги); $F_{\text{кр}}$ – площадь критического сечения сопла [4].

Определим понятие «большого сосуда» и «малого отверстия». На основе работ [4–6] можно заключить, что сосуд считается большим, а отверстие малым, если выполняются неравенства

$$d_{\text{сос}} \geq \frac{d_{\min}}{0{,}2},\ W_{02} \geq \frac{\pi h d_{\min}^2}{0{,}16},\ h >> l_1,$$

где $d_{\text{сос}}$ – диаметр сосуда; $d_{\min}$ – диаметр отверстия в сосуде; h – высота сосуда; l_1 – максимальный линейный размер зерна пороха; W_{02} – объем сосуда.

Согласно работе [4], давление в сосуде при истечении порохового газа из большого сосуда через малое отверстие для первого периода выстрела меняется согласно закону

$$p_2 = \frac{f\omega_2\left(\Psi_2 - \mu\right)}{W_{02} - \dfrac{\omega_2}{\delta}\left(1 - \Psi_2\right) - \alpha\omega_2\left(\Psi_2 - \mu\right)}, \tag{6}$$

где f – сила пороха; ω_2 – масса заряда; Ψ_2 – относительная часть сгоревшего пороха в сосуде; μ – относительная часть пороховых газов, выброшенная через отверстие; δ – плотность пороха; α – коволюм пороховых газов.

Величина μ удовлетворяет уравнению, полученному на основе экспериментов [4]:

$$\frac{d\mu}{dt} = \frac{\varphi F_{\min} K_0}{\omega_2\left(f\tau_{\text{ср}}\right)^{0{,}5}}, \tag{7}$$

здесь t – время; $\varphi = 0{,}95$; $\tau_{\text{ср}} = 0{,}9$ [4]; $F_{\min}$ – площадь отверстия, через которое вытекает пороховой газ; величина K_0 задается равенством

$$K_0 = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \left(\frac{2gk}{k+1}\right)^{0{,}5},$$

где k – показатель адиабаты порохового газа [4].

Кроме того, для трубчатого зерненого пороха справедливо соотношение [4]

$$\frac{d\Psi_i}{dt} = \Gamma_i p_i,\ \Gamma_i = \frac{1}{I_{p_i}}, \tag{8}$$

где I_{p_i} – импульс пороха, $i = \overline{1,2}$.

Начальными условиями для уравнений (7), (8) являются следующие:

$$\mu(0) = 0,\ \Psi_i(0) = \Psi_{i0}, \tag{9}$$

где величины Ψ_{i0} – относительные части сгоревшего пороха во время предварительного периода, которые вычисляются по известным формулам (см. например [4]). Во втором периоде выстрела для верхнего сосуда просто полагаем $\Psi_2 = 1$.

Для определения величины p_1 в первом периоде выстрела воспользуемся законом сохранения энергии.

Энергия E, выделяемая порохом при горении, идет на совершение следующих работ и получения энергий:

– работы A_1, идущей на преодоление силы трения строительного элемента о грунт (только при импульсном вдавливании и полузастреливании [1, 2]):

$$A_1 = \int_0^{l_a} F(V_a, \dot{l}_a) dl_a,$$

где F – сила сопротивления грунта движению СЭ;

– на сообщение кинетической энергии СЭ:

$$A_2 = \frac{m_{\text{сн}} V_a^2}{2};$$

– на сообщение кинетической энергии системе «АО – сосуд»:

$$A_3 = \frac{(M_1 + \varphi_2 M_2) V_p{}^2}{2};$$

– энергии, затраченной на преодоление силы тяжести системы:

$$A_4 = \int_0^{l_p} (m_1 + \varphi_2 M_2) g dl_p;$$

– работы по преодолению силы отдачи, создаваемой в верхнем сосуде:

$$A_5 = \int_0^{|l_p|} R_2 dx,$$

где m_1 – масса откатных частей нижнего орудия, коэффициент фиктивности

$$\varphi_2 = 1 + \frac{1}{3} \frac{\omega_2}{(m_1 + M_2) g}.$$

Кроме того, сила тяжести сама совершает работу A_6, которая задается соотношением $A_6 = m_{\text{сн}} g l_a$.

Так как E – энергия пороховых газов, за счет которой совершаются работы A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, то очевидно равенство $E = \sum_{i=1}^{5} A_i - A_6$.

Известно [4], что величину E можно аппроксимировать в следующем виде:

$$E = \frac{f}{\theta}\omega_1\Psi_1 - \frac{p_1\left(W_{\Psi_1} + s_1 l\right)}{\theta},$$

где W_{Ψ_1} – свободный объем каморы нижнего орудия при сгорании в нем части заряда; Ψ_1, θ – показатель адиабаты пороховых газов без единицы; ω_1 – масса заряда в нижнем орудии; l – относительный путь строительного элемента по каналу ствола.

На основе закона сохранения энергии, приравнивая записанные энергии E друг другу, выражая величину p_1 и дифференцируя ее по параметру t, получим дифференциальное уравнение для вычисления давления в нижнем орудии в первом периоде выстрела. Оно будет иметь вид

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{f\omega_1\Gamma_1 p_1 - \theta F(V_a, l_a)v_a - \theta m_{\text{сн}} V_a \frac{dV_a}{dt} - \theta\left(m_1 + \varphi_2 M_2\right) g V_p}{W_{\Psi_1} + s_1 l} +$$

$$+ \frac{\theta m_{\text{сн}} \mathrm{V_a} - \theta\left(M_1 + \varphi_2 M_2\right) V_p \frac{dV_p}{dt} - \theta R_2 \frac{d\left|l_p\right|}{dt}}{W_{\Psi_1} + s l_1} - \tag{10}$$

$$- \frac{p_1\left(s_1 V - a_1\Gamma_1 p_1\right)}{W_{\Psi_1} + s_1 l},$$

где $\frac{d\left|l_p\right|}{dt} = \begin{cases} V_p, \text{ если } l_p > 0, \\ -V_p, \text{ если } l_p \le 0. \end{cases}$

В формуле (10) величина a_1 для трубчатого зерненого пороха удовлетворяет соотношению [4]:

$$a_1 = \frac{W_{01}}{s_1}\left(\alpha - \frac{1}{\delta}\right),$$

где W_{01} – объем камеры в нижнем орудии.

Начальным условием для уравнения (10) является

$$p_1(0) = p_{10}, \tag{11}$$

где p_{10} – давление форсирования – давление в стволе орудия в конце предварительного периода.

Во втором периоде выстрела для нижнего орудия давление определяется из соотношения

$$p_1 = p_{k1}\frac{\left(l_{\Psi=1}+l_k\right)^{1+\theta}}{\left(l_{\Psi=1}+l\right)^{1+\theta}}, \qquad (12)$$

где p_{k1} – давление в канале ствола; l_k – относительный путь СЭ в стволе; $l_{\Psi=1}$ – приведенная длина свободного объема камеры в конце первого периода выстрела; $1+\theta$ – показатель политропы.

Таким образом, рассмотренная нами термодинамическая модель застреливания строительных элементов в грунт предполагает следующие допущения:

1. Ствол артиллерийского орудия опущен вниз под углом 90° к поверхности грунта, что обеспечивает вертикальное заглубление строительного элемента.

2. Ствол без нарезов, т.е. рассматриваются гладкоствольные системы, которые обеспечивают движение строительного элемента в грунте без вращения относительно его продольной оси.

3. Не учитывается работа, затрачиваемая на перемещение газов и заряда. Это можно сделать, приняв во внимание то, что вес заряда в рассматриваемых случаях мал по сравнению с весами откатных частей пушки и строительного элемента, а следовательно, кинетическая энергия заряда будет пренебрежимо мала по сравнению с кинетическими энергиями откатных частей и строительного элемента.

4. Давление газов на дно канала ствола и строительный элемент одинаковы.

5. Рассматривается порох с постоянной поверхностью горения.

6. Закон скорости горения пороха u выражается формулой $u = u_1 p$ [4–6], где u_1 = const; p – давление пороховых газов.

7. Состав продуктов горения не меняется, и величина силы пороха f и коволюма пороховых газов α постоянны.

8. Показатель политропы $\theta + 1$ принимается постоянным, равным некоторому среднему значению.

9. Предполагается, что строительный элемент стоит на месте, пока давление газов не достигает величины давления форсирования p_{10}.

10. Движение строительного элемента по каналу ствола рассматривается до момента прохождения его днища через дульный срез.

11. Растяжением стенок ствола при выстреле и прорывом газов через зазоры между строительным элементом и каналом ствола пренебрегается.

12. Сила сопротивления грунта описывается гладкой функцией от времени, модуль производной которой ограничен не очень большим числом.

13. Застреливаемый строительный элемент – недеформируемое тело.

14. Истечение газа из сосуда с соплом происходит через малое отверстие.

15. Тяга рассчитывается в предположении об установившемся движении газа.

16. Коэффициент фиктивности для нижнего откатного орудия равен единице.

Термодинамический подход для описания процесса истечения пороховых газов из сосуда с соплом и определения силы отдачи, возникающей при этом, требует проведения значительного количества экспериментов, что не совсем удобно. Существующие методы термодинамического подхода основаны на определении тяги при условии установившегося движения пороховых газов, что наблюдается, например, в ракетах [4, 7], и истечения газа через малое отверстие из большого сосуда. При этом критическое сечение предполагается неизменным. Так как во время горения артиллерийских порохов истечение образующихся пороховых газов далеко от установившегося и диаметр критического сечения сопла является переменным, то необходима общая газодинамическая модель, которая хотя бы приближенно, снимая вышеперечисленные недостатки, позволяет решать комплексную задачу динамики системы «пороховая машина – свая – грунт».

Газодинамическая модель истечения газа из сосуда с соплом

Рассмотрим газодинамическую модель, позволяющую ослабить ограничения п. 14, 15 и вычислять силу отдачи R_2 более корректно. Предположим, что внутри соплового блока ударные волны отсутствуют, что справедливо, например, при быстром горении пороха в сосуде. Согласно работе [8], соотношения, описывающие истечение газов для трубчатого зерненого пороха в предположении отсутствия ударных волн, начинающихся в конечной части диффузора, определяются системой гиперболических уравнений:

$$\begin{gathered}
\frac{\partial \rho ms}{\partial t}+\frac{\partial \rho msV}{\partial x}=sG;\\
\frac{\partial \rho msv}{\partial t}+\frac{\partial \rho msvV}{\partial x}=-ms\frac{\partial p}{\partial x}-s\tau_w+sGV_p;\\
m=1-a\Lambda_0(1-\Psi),\ a=\text{const};\\
\frac{\partial \rho ms\varepsilon}{\partial t}+\frac{\partial \rho ms\varepsilon V}{\partial x}=-p\frac{\partial(\rho msv+(1-m)sV_p)}{\partial x}+\\
+sG\left[Q+\frac{(v-V_p)^2}{2}\right]+s\tau_w(v-V_p);\\
p\left(1-\alpha\rho\right)=\theta\rho\varepsilon,\ \frac{\partial\Psi}{\partial t}+V_p\frac{\partial\Psi}{\partial x}=\frac{S_0}{\Lambda_0}u_k,
\end{gathered}\tag{13}$$

где ρ – плотность пороховых газов; m – пористость смеси «пороховые частицы – пороховые газы»; s – переменная площадь поперечного сечения сосуда; t – время; x – координата; G – газоприход в единице объема (для каморы сгорания он определяется формулой $G=aS_0\delta u_k$, вне каморы сгорания – равен нулю); v – скорость движения пороховых газов в сосуде с соплом; ε – внутренняя энергия единицы массы пороховых газов; p – давление пороховых газов в сосуде; a – счетная концентрация зерненых пороховых элементов; Ψ – относительная часть сгоревшего пороха; u_k – скорость горения пороха; Λ_0, S_0 – начальные объем и поверхность горения порохового зерна соответственно; Q – теплотворная способность пороха, $V=v-V_p$.

Начальные условия для решения системы уравнений (13) имеют вид [5, 6]

1. $0 \le x \le L_{\text{км}}$,

$$t = 0: v(0) = 0,\ \rho(0) = \frac{p_0}{\alpha p_0 + f},\ \varepsilon(0) = \frac{f}{\theta};\ \Psi(0) = \frac{\left(\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\delta}\right)}{\left(\frac{f}{p_0} + \alpha - \frac{1}{\delta}\right)};$$

$$m(0) = 1 - \frac{\Delta}{\delta},\ a = \frac{\omega_2}{\Lambda_0 \delta W_{02}}, \Delta = \frac{\omega_2}{W_{02}}. \qquad (14)$$

2. $x = 0,\ t \ge 0: v = V_p$.

В соотношениях $L_{\text{км}}$ – длина сосуда.

Теория, на которой основаны уравнения (13), согласно [5, 6], описывает процесс движения газа за снарядом в канале ствола. В нашем случае соотношения на границе, определяемой перемещением снаряда в стволе, заменим уравнениями

$$\frac{dm_s v_s}{dt} = p_s s, \frac{d}{dt}\ln\left[p_s\left(\frac{1}{\rho_s} - \alpha\right)^k\right] = 0, p_s\left(1 - \alpha\rho_s\right) = \theta\rho_s\varepsilon,\ m_s = \int_{x_s}^{L_s} \rho_0 s(x) dx, \frac{dx_s}{dt} = v_s, \qquad (15)$$

где v_s – скорость движения границы порохового газа со стороны, ближайшей к концу диффузора сопла; p_s, ρ_s – давление и плотность порохового газа на этой границе; L_s – суммарная длина сосуда и сопла; ρ_0 – атмосферная плотность; k – показатель адиабаты порохового газа; x_s – расстояние от дна сосуда до границы порохового газа.

Начальные условия для решения задачи Коши (15) имеют вид

$$v_s(0) = 0,\ p_s(0) = p_0,\ \rho_s(0) = \rho(0),\ x_s(0) = L_{\text{км}}.$$

Необходимо отметить, что систему уравнений (15) необходимо решать до тех пор, пока выполняется неравенство $x_s \le L_s$. В этом случае для выходной части диффузора сопла можно принять следующие граничные условия: $\frac{\partial v}{\partial n} = 0,\ \frac{\partial p}{\partial n} = 0,\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial n} = 0,$ где n – нормаль, направленная к днищу сосуда.

Согласно работе [7], силу отдачи R_2 для нестационарного процесса можно принять в виде

$$R_2 = p_{\text{дн}} s_{\text{дн}} + \int_0^{L_s} p \frac{ds}{dx} dx + \frac{d\Omega}{dt},\ \Omega = \left(\int_0^{L_s} \rho s v dx\right),$$

где $p_{\text{дн}}$, $s_{\text{дн}}$ – давление в сосуде у днища и площадь днища; Ω – собственный импульс пороховых газов.

Анализ численных экспериментов

Для рассмотренных выше моделей численное решение осуществлялось с помощью схемы Эйлера–Лагранжа [6] (газодинамическая модель истечения

газа из сосуда с соплом) и метода Рунге–Кутта второго порядка для решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

Верификация математической газодинамической модели на основе натурных экспериментов показывает, что относительная погрешность отклонения основных внутрибаллистических расчетных характеристик от опытных не превышает 15%.

В таблице 1 приведены значения основных внутрибаллистических параметров для пороха ВТМ. Они получены на основе термодинамической и газодинамической моделей импульсного вдавливания при технических характеристиках пороховой машины и сваи, помещенных в таблице 2. Рассматривался глинистый грунт с консистенцией 0,3, общий вид силы сопротивления прониканию для которого приведен выше.

Таблица 1

Значения основных внутрибаллистических характеристик

Характеристика	Термодинамическая модель	Газодинамическая модель
Максимальное давление в канале ствола (Па)	25630000	25000000
Максимальное давление в сосуде (Па)	27000000	13000000
Дульная скорость отката (м/с)	4,38	6,50
Дульный откат (м)	0,11	0,25
Заглубление в грунт (м)	2,79	2,60

Таблица 2

Технические характеристики строительной пороховой машины с соплом и застреливаемой сваи

Техническая характеристика	Значение характеристики
Масса нижнего орудия (кг)	3600
Масса сосуда (кг)	100
Масса заряда в нижнем орудии (кг)	2
Масса заряда в сосуде (кг)	25
Объем камеры нижнего орудия ($м^3$)	0,014
Объем сосуда ($м^3$)	0,1
Диаметр минимального сечения сопла (м)	0,2
Диаметр сосуда (м)	0,5
Длина конфузора сопла (м)	0,1
Длина диффузора сопла (м)	0,2
Диаметр конечной части диффузора (м)	0,5
Калибр ствола (м)	0,170
Масса сваи (кг)	360
Диаметр миделевого сечения сваи (м)	0,4

Анализ таблицы 1 позволяет утверждать, что расчетные максимальные давления в канале ствола и сосуде и величины проникания, полученные при помощи термодинамической теории, больше, чем вычисленные на основе газодинамической модели, а значения дульной скорости отката, дульного отката меньше. Это объясняется большей силой отдачи, рассчитанной при помощи первой теории по сравнению со второй, максимальное значение которой определяется наибольшим давлением в сосуде.

В таблице 3 приведены максимальные относительные отклонения внутрибаллистических характеристик, полученные при помощи термодинамической модели выстрела, от характеристик газодинамической модели. Эти результаты основаны на 250 численных экспериментах при различных параметрах заряжания и выражены в процентах. Таблица 3 показывает, что первую теорию можно применять для определения заглубления строительного элемента в грунт, максимального давления в канале ствола нижнего откатного артиллерийского орудия, коэффициента полезного действия пороховой машины. Максимальное давление в сосуде, полученное при помощи термодинамической теории истечения пороховых газов из сосуда с соплом, отличается от соответствующего давления, рассчитанного на основе газодинамической модели на величину порядка 250%.

Таблица 3

Максимальные относительные отклонения решений основной задачи внутренней баллистики при использовании термодинамической и газодинамической моделей выстрела

H (%)	P_{max} (%)	КПД (%)	$V_{рд}$ (%)	$L_{рд}$ (%)
4,90	9,24	6,43	99,37	800,0

Примечание. Максимальные отклонения в процентах для H – заглубления в грунт; P_{max} – максимального давления в канале ствола; КПД – коэффициента полезного действия пороховой машины [3]; $V_{рд}$, $L_{рд}$ – дульной скорости отката и пути отката соответственно.

Для определения массы зарядов, объемов камеры и сосуда, импульсов применяемых порохов с целью достижения заданной величины проникания строительных элементов в грунт необходимо решение обратной задачи внутренней баллистики [4], общей методики которой не существует. Применяемые способы основаны на алгоритмах перебора параметров заряжания и требуют большого машинного времени. Приведенный сравнительный анализ двух моделей проникания ценен тем, что, например, для подбора масс зарядов при условии достижения заданного заглубления нет необходимости решать газодинамическую задачу сразу, т.к. она требует большого машинного времени. Величины зарядов рекомендуется определять исходя из термодинамической теории, требующей на два порядка меньше этого времени. Полученные таким образом массы можно уточнять, исходя уже из газодинамической модели выстрела.

Список литературы

1. Основы импульсной технологии устройства фундаментов / А. А. Бартоломей, В. Н. Григорьев, И. М. Омельчак, О. Г. Пенский. – Пермь : Изд-во ПГТУ, 2002. – 175 с.
2. **Пенский, О. Г.** Импульсно-тепловые машины в строительстве / О. Г. Пенский. – Пермь : Изд-во Перм. гос. ун-та, 2000. – 95 с.
3. **Пенский, О. Г.** Термодинамическая оценка применения специальных импульсно-тепловых машин в строительстве / О. Г. Пенский. – Пермь : Изд-во Перм. гос. ун-та, 2003. – 105 с.
4. **Серебряков, М. Е.** Внутренняя баллистика ствольных систем и пороховых ракет / М. Е. Серебряков. – М. : Оборонгиз, 1962. – 715 с.

5. **Хоменко, Ю. П.** Математическое моделирование внутрибаллистических процессов в ствольных системах / Ю. П. Хоменко, А. Н. Ищенко, В. З. Касимов. – Новосибирск : Изд-во СО РАН, 1999. – 256 с.
6. **Русяк, И. Г.** Внутрикамерные гетерогенные процессы в ствольных системах / И. Г. Русяк, В. М. Ушаков. – Екатеринбург : Изд-во УрО РАН, 2001. – 259 с.
7. **Орлов, Б. В.** Термодинамические и баллистические основы проектирования ракетных двигателей на твердом топливе / Б. В. Орлов, Г. Ю. Мазинг. – М. : Машиностроение, 1979. – 390 с.
8. **Пенский, О. Г.** Расчет динамических характеристик сосуда с соплом, предназначенного для заглубления строительных элементов в грунт / О. Г. Пенский // Вестник машиностроения. – 2005. – № 4. – С. 83–85.

УДК 621.315

В. Н. Митрошин

ОПИСАНИЕ ОДНОЧЕРВЯЧНОГО ЭКСТРУДЕРА КАК ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ[1]

Решена задача математического описания температурного поля полимера в шнеке экструдера как функции пространственно-временного распределения температур нагревательных элементов цилиндра экструдера. Это позволило получить структурную схему процесса как объекта управления с распределенными параметрами для последующего синтеза системы управления наложением термопластичной кабельной изоляции на одночервячном экструдере.

Введение

Важнейшей технологической операцией производства кабелей связи с пластмассовой изоляцией, на которой формируются основные параметры качества кабеля как канала связи, является операция изолирования. Наложение изоляции кабеля из термопластичных материалов, таких как полиэтилен низкой плотности (ПЭНП – наиболее широко используемый при изготовлении кабелей связи материал), осуществляется на экструзионных линиях, содержащих одночервячные экструдеры. При этом одночервячный экструдер обычно рассматривается как объект управления с сосредоточенными параметрами [1]. И это несмотря на то, что на технологической линии изолирования конструктивно предусмотрено распределенное управление температурой зон нагрева цилиндра экструдера. Даже с учетом хорошей гомогенизации расплава полимера в зоне дозирования экструдера температурное поле расплава изоляции значительно изменяется вдоль продольной (осевой) координаты червяка экструдера.

Для управления процессом наложения кабельной изоляции (температурным полем расплава полимера) на одночервячном пластицирующем экструдере нам необходимо иметь его математическое описание как объекта управления с распределенными параметрами (ОРП).

В данной работе предпринята попытка математического описания процесса формирования кабельной изоляции, накладываемой на одночервячном экструдере как объекта управления с распределенными параметрами.

1. Описания процессов тепломассопереноса в прямоугольном канале пластицирующего экструдера

Для описания процессов тепломассопереноса в прямоугольном канале пластицирующего экструдера, у которого отношение глубины винтового канала h к внутреннему диаметру цилиндра экструдера D значительно меньше единицы, обычно пренебрегают кривизной канала, разворачивают его на плоскость и обращают движение, считая шнек неподвижным, а корпус – вращающимся в обратную сторону относительно реального направления вращения шнека [2]. Это допущение, справедливое для большинства экструдеров, позволяет пренебречь кривизной канала и дает возможность использовать описывающие процессы дифференциальные уравнения, записанные в декартовых координатах.

[1] Работа поддержана грантом РФФИ (проект № 06-08-00041-а).

На рисунке 1 приведена развернутая на плоскость модель канала шнека пластифицирующего экструдера.

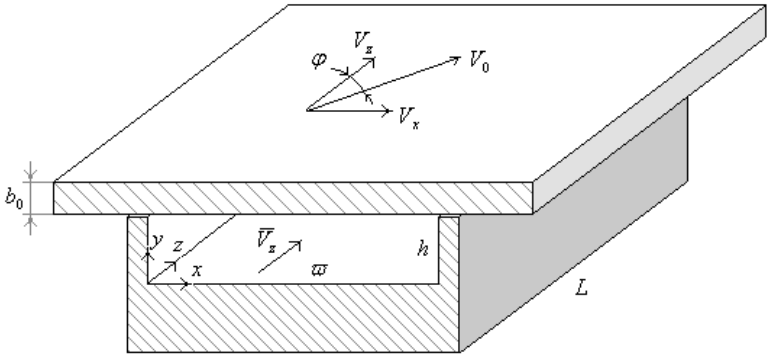


Рис. 1 Развернутая на плоскость модель канала шнека пластифицирующего экструдера

На рисунке 1 x, y, z – координатные оси; ϖ – ширина канала; h – глубина канала; φ – угол захода шнека экструдера; b_0 – толщина цилиндра экструдера; L – длина шнека вдоль оси канала экструдера; $\varpi/h \approx 17:1 >> 1$; $\bar{V}_z$ – средняя скорость движения расплава полимера вдоль канала шнека; V_x, V_z – циркуляционная и поступательная составляющие линейной скорости V_0 перемещения поверхности цилиндра относительно червяка; N – обороты шнека,

$$V_x = V_0 \sin\varphi;\ V_z = V_0 \cos\varphi;\ V_0 = \pi D N. \qquad (1)$$

С учетом сказанного можно ограничиться рассмотрением движения пластмассы в неподвижном прямоугольном канале под действием ограничивающей канал сверху плоскости, движущейся к продольной оси z канала под углом φ.

Средняя скорость движения расплава полимера вдоль канала шнека $\bar{V}_z$ может быть найдена следующим образом. Массовая производительность на выходе экструдера $Q_э$ может быть определена следующим образом:

$$Q_э = \rho V \frac{\pi}{4}\left(D_{из}^2 - d_{пр}^2\right), \qquad (2)$$

где ρ – плотность сплошной пластмассы (ПЭНП); V – скорость изолирования; $D_{из}$ – диаметр изготавливаемой кабельной жилы по изоляции; $d_{пр}$ – диаметр проводника.

Массовая производительность зоны дозирования экструдера $Q_д$ может быть рассчитана по формуле

$$Q_д = \rho_р \bar{V}_z h \varpi, \qquad (3)$$

где $\rho_р$ – плотность расплавленной пластмассы (ПЭНП).

Из необходимого условия равенства весовой производительности зоны дозирования и производительности на выходе экструдера (массы изоляции на единицу длины проводника) получаем выражение для средней скорости движения расплава полимера вдоль канала шнека:

$$\bar{V}_z = \frac{\pi\rho V}{4\ \rho_{\text{р}} h\varpi} \cdot \left(D_{\text{из}}^2 - d_{\text{пр}}^2\right). \tag{4}$$

В случае если изготавливается кабель с пенопластовой изоляцией, имеющей степень пористости изоляции δ, можно записать:

$$\delta = \frac{V_b}{V_{\text{пп}}} = 1 - \frac{\rho_{\text{пп}}}{\rho}, \tag{5}$$

где ρ – плотность сплошной пластмассы; $\rho_{\text{пп}}$ – плотность пенопластовой изоляции; V_b – объем воздушных включений; $V_{\text{пп}}$ – объем пенопласта.

Полученная формула связывает плотность пенопластовой изоляции со степенью пористости.

Тогда формула (4) с учетом (5) принимает вид

$$\bar{V}_z = \frac{\pi\rho V\left(1-\delta\right)}{4\ \rho_{\text{р}} h\varpi} \cdot \left(D_{\text{из}}^2 - d_{\text{пр}}^2\right) = \frac{\pi\rho_{\text{пп}} V}{4\ \rho_{\text{р}} h\varpi} \cdot \left(D_{\text{из}}^2 - d_{\text{пр}}^2\right). \tag{6}$$

Средняя скорость течения расплава полимера в зоне дозирования экструдера ME-90 фирмы *Maillefer*, на котором изготавливается изолированная жила кабеля ВКПАП с пенопластовой изоляцией, для $V = 22$ м/мин; $\varpi = 68{,}4$ мм; $h = 4{,}05$ мм; $D_{\text{из}} = 9{,}7$ мм; $d_{\text{пр}} = 2{,}14$ мм; $\delta = 0{,}5$; $\rho_p = 0{,}7$ г/см^3; $\rho = 0{,}922$ г/см^3 составила $\bar{V}_z = 6{,}4$ см/с.

Для указанных технологических режимов согласно (1) величина максимальной скорости циркуляционного течения V_x в зоне дозирования экструдера при $N = 24$ об/мин, $D = 80$ мм она оказалась равна $V_x = 30{,}65$ мм/с. Для приведенных размеров ϖ и h канала шнека время полного оборота $T_{\text{ц}}$ расплава пластмассы за счет циркуляционного течения составит

$$T_{\text{ц}} = \frac{2\ \left(\varpi + h\right)}{V_x} = 4{,}7\ \text{с}. \tag{7}$$

Наличие циркуляционного течения в зоне дозирования шнека экструдера и незначительное время полного оборота пластмассы свидетельствует о выравнивании температурного поля расплава полимера как по глубине, так и по ширине канала шнека. Следовательно, температура полимера существенно изменяется в канале экструдера лишь вдоль его осевой координаты.

Так как ширина канала шнека экструдера много больше его глубины $\varpi/h \approx 17:1 >> 1$, то при описании тепловых процессов в полимере его можно рассматривать как бесконечную пластину толщиной h, движущуюся относи-

тельно корпуса шнека – также бесконечной пластины, толщина которой равна $R-h$. Здесь R – внутренний радиус цилиндра экструдера.

Развернутая на плоскость модель канала шнека пластифицирующего экструдера, соответствующая данному допущению, показана на рисунке 2.

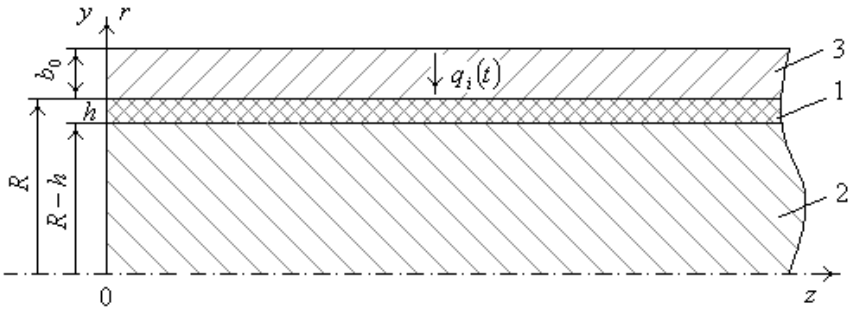


Рис. 2 Модель канала шнека пластифицирующего экструдера:
1 – пластмасса; 2 – корпус шнека; 3 – цилиндр экструдера

Уравнение энергетического баланса в прямоугольных координатах для описания процессов тепломассопереноса в канале пластицирующего экструдера имеет вид [2]

$$\begin{aligned}\rho C\left(\frac{\partial T}{\partial t}+\upsilon_x\frac{\partial T}{\partial x}+\upsilon_y\frac{\partial T}{\partial y}+\upsilon_z\frac{\partial T}{\partial z}\right)=-\left(\frac{\partial q_x}{\partial x}+\frac{\partial q_y}{\partial y}+\frac{\partial q_z}{\partial z}\right)-\\ -T\left(\frac{\partial P}{\partial t}\right)_\rho\left(\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}+\frac{\partial \upsilon_y}{\partial y}+\frac{\partial \upsilon_z}{\partial z}\right)+\\ +\left(\sigma_{xx}\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}+\sigma_{yy}\frac{\partial \upsilon_y}{\partial y}+\sigma_{zz}\frac{\partial \upsilon_z}{\partial z}\right)+\\ +\sigma_{xy}\left(\frac{\partial \upsilon_x}{\partial y}+\frac{\partial \upsilon_y}{\partial x}\right)+\sigma_{xz}\left(\frac{\partial \upsilon_x}{\partial z}+\frac{\partial \upsilon}{\partial x}\right)+\sigma_{yz}\left(\frac{\partial \upsilon_y}{\partial z}+\frac{\partial \upsilon_z}{\partial y}\right),\end{aligned} \tag{8}$$

где T – температура полимера; C – удельная теплоемкость полимера; ρ – плотность полимера; x, y, z – координаты шнека экструдера; υ_x, υ_y – циркуляционная скорость расплава полимера по осям x и y; υ_z – поступательная скорость расплава полимера по оси z; t – время; σ_{ij} $(i, j = x, y, z)$ – тензоры напряжений; P – давление,

$$q_i=-\lambda\frac{\partial T}{\partial i}\quad (i=x,y,z), \tag{9}$$

где λ – коэффициент теплопроводности полимера.

Для построения аналитической модели, значительно упрощающей описание процессов тепломассопереноса в канале червяка экструдера, но не искажающей существенно их характер, сделаем следующие допущения:

1. Поля скоростей изменяются вдоль оси z намного меньше, чем по двум другим осям.

2. Течение в направлении оси y существует только в непосредственной близости к стенкам канала. В остальной части сечения канала течение в направлении оси y отсутствует $\left(\upsilon_y = 0\right)$.

3. Вследствие большого отношения ширины винтового канала ϖ к его глубине h с учетом предыдущего допущения можно предположить, что на некотором расстоянии от стенок канала скорости υ_x и υ_z не зависят от x.

С учетом сделанных допущений, а также отмеченного факта, что температура полимера изменяется лишь по оси z, имеем

$$\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x} = 0;\ \frac{\partial \upsilon_x}{\partial z} = 0;\ \frac{\partial \upsilon_y}{\partial y} = 0;\ \frac{\partial \upsilon_z}{\partial z} = 0;\ \frac{\partial \upsilon_z}{\partial x} = 0;\ \frac{\partial \upsilon_y}{\partial z} = 0;$$
$$\frac{\partial \upsilon_y}{\partial x} = 0;\ \frac{\partial T}{\partial x} = 0;\ \frac{\partial T}{\partial y} = 0; \tag{10}$$

Тогда уравнение теплового баланса принимает вид

$$\rho C\left(\frac{\partial T}{\partial t} + \bar{V}_z \frac{\partial T}{\partial z}\right) = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \sigma_{xy} \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} + \sigma_{yz} \frac{\partial \upsilon_z}{\partial y}. \tag{11}$$

Связь между компонентами тензора напряжений σ_{ij} и тензора скоростей деформации ξ_{ij} определяется выражением [2]

$$\sigma_{ij} = \eta_a 2\xi_{ij};\ \left(i,\ \ j = x,\ y,\ z\right); \tag{12}$$

$$\xi_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \upsilon_i}{\partial j} + \frac{\partial \upsilon_j}{\partial i}\right); (i, j = x,\ y,\ z), \tag{13}$$

где η_a – эффективная вязкость расплава полимера.

С учетом вышесказанного уравнение (11) преобразуется к виду

$$\rho C\left(\frac{\partial T}{\partial t} + \bar{V}_z \frac{\partial T}{\partial z}\right) = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \eta_a \left[\left(\frac{\partial \upsilon_x}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \upsilon_z}{\partial y}\right)^2\right]. \tag{14}$$

В качестве реологического уравнения, описывающего свойства расплава полиэтилена, обладающего аномалией вязкости, используем обобщенный степенной закон [3, 4]:

$$\eta_a = \mu_0 e^{-b(T-T_0)} \left(\frac{I_2}{2}\right)^{\frac{n-1}{2n}}, \tag{15}$$

где μ_0 – ньютоновская вязкость (значение эффективной вязкости при $I_2 = 1$); n – индекс течения; b – температурный коэффициент вязкости; T – абсолютная текущая температура; T_0 – температура приведения; I_2 – квадратичный инвариант тензора скоростей деформации.

В прямоугольных координатах для нашего случая I_2 с учетом сделанных ранее допущений определяется выражением

$$\frac{I_2}{2} = \left(\frac{\partial \upsilon_x}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \upsilon_z}{\partial y}\right)^2 . \qquad (16)$$

Тогда (14) принимает вид

$$\rho C\left(\frac{\partial T}{\partial t} + \bar{V}_z \frac{\partial T}{\partial z}\right) = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \Phi^* , \qquad (17)$$

где Φ^* – функция диссипации, являющаяся внутренним источником тепла и определяемая выражением

$$\Phi^* = \mu_0 \exp\left[-b\left(T - T_0\right)\right] \cdot \left[\left(\frac{\partial \upsilon_x}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \upsilon_z}{\partial y}\right)^2\right]^{\frac{3n-1}{2n}} . \qquad (18)$$

Как отмечается в [2], скорость циркуляционного течения $\upsilon_x(y)$, если пренебречь утечками, не зависит от давления в кабельной головке, полностью определяется размерами канала и скоростью вращения червяка, и как функция от безразмерной глубины канала может быть аппроксимирована выражением

$$\upsilon_x = V_x \left[3\left(\frac{y}{h}\right)^2 - \frac{y}{h}\right], \qquad (19)$$

где y – координата по глубине канала.

Скорость поступательного течения зависит от коэффициента a^*, по физическому смыслу представляющего собой отношение расхода противопотока к расходу вынужденного потока в экструдере, и также является функцией безразмерной глубины канала [2]:

$$\frac{\upsilon_z}{V_z} = \frac{y}{h}\left(1 - 3a^* + 3a^* \cdot \frac{y}{h}\right) . \qquad (20)$$

С учетом (19) и (20) выражение (18) преобразуется к виду

$$\Phi^* = \mu_0 \exp\left[-b\left(T - T_0\right)\right] \cdot \left(\frac{V_0}{h}\right)^{\frac{3n-1}{n}} \times$$
$$\times \left[\sin^2\varphi \cdot \left(6\,y/h - 1\right)^2 + \cos^2\varphi \cdot \left(1 - 3a^* + 6a^*\,y/h\right)^2\right]^{\frac{3n-1}{2n}} , \qquad (21)$$

или

$$\Phi^* = K \exp\left[-b\left(T - T_0\right)\right]. \qquad (22)$$

Если процесс экструдирования осуществляется с подводом тепла извне от внешних нагревателей (что обычно и происходит), в уравнение (17) дол-

жен быть добавлен соответствующий член. В этом случае уравнение принимает вид

$$\frac{\partial T(z,t)}{\partial t} = a\frac{\partial^2 T(z,t)}{\partial z^2} - \bar{V}_z \frac{\partial T\ (z,t)}{\partial z} + \frac{1}{\rho C}\cdot \Phi^*(T) + \frac{\alpha}{\rho Ch}\left[T_{\text{ц}}(z,t) - T(z,t)\right]; \quad (23)$$

$$0 \le z \le L,$$

где a – коэффициент температуропроводности полимера; $T_{\text{ц}}$ – температура цилиндра экструдера; α – коэффициент теплоотдачи между полимером и цилиндром; L – общая длина экструдера вдоль канала шнека,

$$L = L^* / \text{tg}\varphi, \quad (24)$$

где L^* – общая длина экструдера вдоль его оси.

Так как температура вдоль экструдера изменяется практически линейно [2], то членом уравнения (23), соответствующим теплопередаче полимера вдоль оси шнека $\frac{\partial^2 T}{\partial\ z^2}$, можно вполне обоснованно пренебречь. Тогда уравнение (23) принимает вид

$$\frac{\partial T(z,t)}{\partial t} = -\bar{V}_z \frac{\partial T(z,t)}{\partial z} + \frac{1}{\rho C}\cdot \Phi^*(T) + \frac{\alpha}{\rho Ch}\left[T_{\text{ц}}(z,t) - T(z,t)\right]; \quad (25)$$

$$0 \le z \le L.$$

Нагрев полимера в канале шнека пластицирующего экструдера происходит как за счет внутреннего тепловыделения вследствие диссипации энергии (из-за вязкого трения перерабатываемого полимера), так и за счет тепла, подводимого от внешних ленточных нагревателей. Зависимость внутреннего тепловыделения является нелинейной функцией температуры полимера (18).

Итак, ОРП описывается нелинейным уравнением теплопроводности (25) для температурного поля $T(z,t)$ перерабатываемого полимера с краевыми условиями

$$T(z,0) = T^0(z);\ T(0,t) = g_1(t);\ T(L,t) = g_2(t)\ . \quad (26)$$

2. Структурное моделирование процесса наложения термопластичной кабельной изоляции на одночервячном экструдере

Вопросы моделирования нелинейных распределенных объектов рассмотрены в [5]. В случаях, когда дифференциальные уравнения ОРП оказываются существенно нелинейными, как в нашем случае, приходится учитывать соответствующие нелинейности для описания моделей объекта с приемлемой точностью.

Для нелинейного блока в достаточно общем случае функция состояния объекта может быть представлена в виде нелинейного интегрального оператора [5, 6]

$$T(z,t)=\int_0^t\int_0^L P\big(z,\xi,t,\tau,w(\xi,\tau)\big)d\xi d\tau \qquad (27)$$

с ядром $P(z,\xi,t,\tau,w)$, являющимся заданной нелинейной функцией входного воздействия $w(\xi,\tau)$. Если, в частности, ядро P оператора (27) образуется произведением

$$P(z,\xi,t,\tau,w)=S(z,\xi,t,\tau)\cdot\eta(\xi,\tau,w), \qquad (28)$$

где сомножитель S играет в сравнении с линейными распределенными блоками роль аналога функции Грина относительно нелинейной функции η от входного воздействия $w(\xi,\tau)$, то нелинейный оператор (27) приводится к пространственно-временной композиции [5]:

$$T(z,t)=\int_0^t\int_0^L S(z,\xi,t,\tau)\ \ \eta(\xi,\tau,w)d\xi d\tau=S(z,\xi,t,\tau)\circ\eta(\xi,\tau,w),$$

где значок $\circ$ обозначает пространственно-временную композицию.

Такой нелинейный распределенный блок называется нелинейным блоком Гаммерштейна и изображается в виде, представленном на рисунке 3.

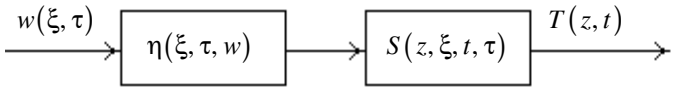


Рис. 3 Нелинейный распределенный блок Гаммерштейна

Блок Гаммерштейна представляется последовательным соединением линейного распределенного блока, характеризуемого «функцией Грина» $S(z,\xi,t,\tau)$ и блока с нелинейностью η, который чаще всего оказывается статическим, если η не зависит от временного аргумента τ. Тем самым осуществляется выделение в нелинейном блоке линейной динамической части, подобно тому, как это делается в теории нелинейных систем с сосредоточенными параметрами [5].

Представим структуру объекта управления с распределенными параметрами, описываемого нелинейным уравнением теплопроводности в форме линейного стационарного блока с функцией Грина $G(z,\xi,t-\tau)$, охваченного обратной связью в виде нелинейного блока Гаммерштейна, учитывающего нелинейную зависимость от его входного сигнала по температурному распределению (рис. 4).

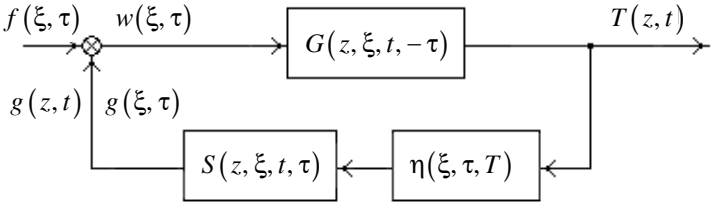


Рис. 4 ОРП с нелинейной распределенной обратной связью

Очевидно, что в качестве выходного сигнала $g(z,t)$ нелинейной обратной связи по температуре $T(z,t)$ можно рассматривать функцию диссипации $\Phi^*(T)$ в форме (22), а функция Грина $G(z,\xi,t-\tau)$ характеризует свойства линейного блока, описываемого линейным уравнением теплопроводности (25), при $\Phi^*(T)=0$ с краевыми условиями (26).

Функция Грина такого блока может быть получена, например, либо с использованием метода конечных интегральных преобразований, либо взята готовой для подобного ОРП. В [7] для ОРП, описываемого уравнениями

$$a\frac{\partial T(z,t)}{\partial t}+b\frac{\partial T(z,t)}{\partial z}+cT(z,t)=f(z,t); \tag{29}$$

$$0\le z\le L;\ t\ge 0;\ a\ne 0;\ b\ne 0;$$

$$T(z,0)=T_0(z);\ T(L,t)=g_1(t);\ T(0,t)=g_0(t), \tag{30}$$

соответствующими (25) при $\Phi^*(T)=0$, функция Грина имеет вид

$$G(z,\xi,t)=-\frac{1}{b}\cdot 1(\xi-z)\cdot\exp\left[-\frac{c}{b}(z-\xi)\right]\cdot\delta\left[t-\frac{a}{b}(z-\xi)\right]. \tag{31}$$

Применительно к нашему ОРП получаем

$$G(z,\xi,t)=-\frac{1}{\bar{V}_z}\cdot 1(\xi-z)\cdot\exp\left[-\frac{\alpha}{\rho Ch\bar{V}_z}(z-\xi)\right]\cdot\delta\left[t-\frac{1}{\bar{V}_z}(z-\xi)\right]. \tag{32}$$

В соответствии с (22)

$$g(z,t)=K\exp\left[-b(T-T_0)\right]. \tag{33}$$

Так как $\exp\left[-b(T-T_0)\right]=\exp(-bT)\cdot\exp(bT_0)$, а $\exp(bT_0)=\text{const}$, то выражение (33) преобразуется к виду

$$g(z,t)=K^*\exp\left[-bT(z,t)\right], \tag{34}$$

где $K^*=K\exp(bT_0)$.

Используя свойства δ-функции, выражение (33) можно представить в виде

$$g(z,t)=\int_0^t\int_0^L K^*\delta(z-\xi)\delta(t-\tau)\exp\left[-bT(\xi,\tau)\right]d\xi d\tau, \tag{35}$$

и, следовательно, нелинейный блок в обратной связи на рисунке 4 является, согласно (28), блоком Гаммерштейна, для которого в нашем случае

$$S(z,\xi,t,\tau)=K^*\delta(z-\xi)\delta(t-\tau); \tag{36}$$

$$\eta(\xi,\tau,T)=\exp\left[-bT(\xi,\tau)\right]. \tag{37}$$

При этом структура (рис. 4) объекта управления, описываемого нелинейным уравнением теплопроводности (25), может быть представлена в следующем виде (рис. 5).

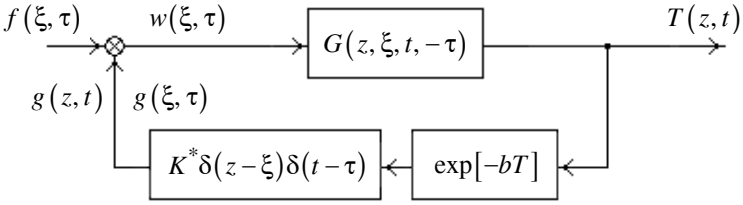


Рис. 5 Структура объекта управления,
описываемого нелинейным уравнением теплопроводности

При этом согласно (25)

$$f(\xi,\tau)=\frac{\alpha}{\rho Ch}T_{\text{ц}}(\xi,\tau); \tag{38}$$

и тогда стандартизирующая функция на входе ОРП определяется следующим выражением:

$$w(\xi,\tau)=f(\xi,\tau)+g(\xi,\tau)=\frac{\alpha}{\rho Ch}T_{\text{ц}}(\xi,\tau)+K\exp\left\{-b\left[T(\xi,\tau)-T_0\right]\right\}. \tag{39}$$

Как показано в [5], функция состояния рассматриваемого нелинейного объекта может быть определена из следующего интегрального уравнения:

$$T(z,t)=\int_0^t\int_0^L G(z,\xi,t-\tau)f(\xi,\tau)d\xi d\tau+\int_0^t\int_0^L M\left(z,\xi,t,\tau,T(\xi,\tau)\right)d\xi d\tau, \tag{40}$$

где

$$M\left(z,\xi,t,\tau,T(\xi,\tau)\right)=\eta\left(\xi,\tau,T(\xi,\tau)\right)\int_0^t\int_0^L G(z,\varepsilon,t-\nu)S(\varepsilon,\xi,\nu,\tau)d\varepsilon d\nu. \tag{41}$$

Вычисляя функцию M в (41) с учетом (36) и (37), имеем

$$\begin{aligned}M(z,\xi,t,\tau,T)&=\exp(-bT)\int_0^t\int_0^L G(z,\varepsilon,t-\nu)K^*\delta(\varepsilon-\xi)\delta(\nu-\tau)d\varepsilon d\nu=\\&=K^*\exp(-bT)G(z,\xi,t-\tau).\end{aligned} \tag{42}$$

Подставляя полученный результат в (40), получим основное интегральное уравнение, связывающее вход $T_{\text{ц}}(\xi,\tau)$ и выход $T(z,t)$ рассматриваемого нелинейного объекта с распределенными параметрами:

$$\begin{aligned}T(z,t)&=\int_0^t\int_0^L G(z,\xi,t-\tau)\frac{\alpha}{\rho Ch}T_{\text{ц}}(\xi,\tau)d\xi d\tau+\\&+\int_0^t\int_0^L G(z,\xi,t-\tau)K^*\exp\left[-bT(\xi,\tau)\right]d\xi d\tau.\end{aligned} \tag{43}$$

Решение этого уравнения можно найти известными численными методами, что позволит определить температурное поле полимера в шнеке экструдера как функцию пространственного распределения температур нагревательных элементов цилиндра экструдера.

Если в качестве выхода ОРП рассматриваются достаточно малые отклонения функции состояния объекта от некоторого стационарного режима, вызванные, соответственно, малыми вариациями внешних воздействий, то при гладких функциональных зависимостях, описывающих нелинейные эффекты объекта, при его моделировании можно применить широко используемый в теории управления прием линеаризации [5]. Он сводится к разложению нелинейных зависимостей в ряд Тейлора около стационарного режима с последующим учетом только его линейных членов в силу высшего порядка малости отбрасываемого остатка ряда. В результате получаем линейное уравнение, в первом приближении с удовлетворительной точностью моделирующее поведение нелинейного объекта управления в указанных условиях. Затем можно использовать известные способы описания линейных ОРП применительно к линеаризованной модели.

Используя разложение нелинейного члена в ряд Тейлора и ограничиваясь линейными членами ряда, получаем

$$\exp(-bT) = 1 - bT\,. \tag{44}$$

С учетом (44) линеаризованное уравнение (25) примет вид

$$\frac{\partial T(z,t)}{\partial t} = -\bar{V}_z \frac{\partial T(z,t)}{\partial z} + \frac{1}{\rho C}\cdot K^*\left[1 - bT(z,t)\right] + \frac{\alpha}{\rho Ch}\left[T_{\text{ц}}(z,t) - T(z,t)\right]; \tag{45}$$

$$0 \le z \le L\,,$$

или

$$\frac{\partial T(z,t)}{\partial t} + \bar{V}_z \frac{\partial T(z,t)}{\partial z} + \frac{1}{\rho C}\cdot\left(bK^* + \frac{\alpha}{h}\right)\cdot T(z,t) = \frac{\alpha}{\rho Ch}\left[T_{\text{ц}}(z,t)\right] + \frac{K^*}{\rho C}\,; \tag{46}$$

$$0 \le z \le L\,.$$

При этом структура объекта управления, описываемого линеаризованным уравнением теплопроводности (46), может быть представлена в следующем виде (рис. 6).

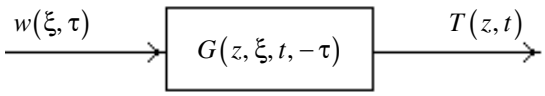


Рис. 6 Структурное представление объекта управления, описываемого линеаризованным уравнением теплопроводности

По аналогии с (29)–(32) согласно [7] для рассматриваемого линейного ОРП функция Грина имеет вид (47), подобный (32), а передаточная функция $W(z,\xi,p)$ определяется выражением (48):

$$G(z,\xi,t) = -\frac{1}{\bar{V}_z}\cdot 1(\xi - z)\cdot\exp\left[-\frac{bK^*h + \alpha}{\rho Ch\bar{V}_z}(z-\xi)\right]\cdot\delta\left[t - \frac{1}{\bar{V}_z}(z-\xi)\right]; \tag{47}$$

$$W(z,\xi,p) = -\frac{1}{\bar{V}_z}\cdot 1(\xi - z)\cdot \exp\left[-\left(\frac{p}{\bar{V}_z} + \frac{\alpha + bK^{*}h}{\rho Ch\bar{V}_z}\right)\cdot(z-\xi)\right]. \qquad (48)$$

Стандартизирующая функция в задаче моделирования рассматриваемого линейного ОРП была определена в соответствии с методикой, предлагаемой в [5]. Решение краевой задачи (30), (46) представляется в виде

$$T(z,t) = \int_0^t\int_0^L G(z,\xi,t-\tau)\,w(\xi,\tau)\,d\xi d\tau =$$
$$= \int_0^t\int_0^L G(z,\xi,t-\tau)[\delta(\tau)T_0(\xi) + w_1(\xi,\tau) - w_0(\xi,\tau) + f(\xi,\tau,u(\xi,\tau))]d\xi d\tau. \qquad (49)$$

Здесь

$$w_0(\xi,\tau) = -\ \bar{V}_z\delta(\xi)\cdot g_0(\tau)\ ;$$
$$w_1(\xi,\tau) = -\ \bar{V}_z\delta(\xi - L)\cdot g_1(\tau). \qquad (50)$$

Тогда

$$w(\xi,\tau) = \delta(\tau)T_0(\xi) + \bar{V}_z\left[\delta(\xi)\cdot g_0(\tau) - \delta(\xi - L)\cdot g_1(\tau)\right] + \frac{\alpha}{\rho Ch}\cdot T_{\text{ц}}(\xi,\tau). \qquad (51)$$

Как отмечается в [5], применение преобразования Лапласа по временному аргументу t к вход-выходным соотношениям вида (49) для линейных стационарных блоков позволяет распространить на системы с распределенными параметрами важнейшее понятие передаточной функции и использовать для ее определения методы структурного подхода, широко применяемые в теории управления линейными сосредоточенными системами.

При этом в терминах передаточных функций графическое изображение линейного распределенного блока показано на рисунке 7, где $\tilde{w}\ (\xi,p)$ и $\tilde{T}(z,p)$ – изображения по Лапласу соответственно $w\ (\xi,t)$ и $T(z,t)$.

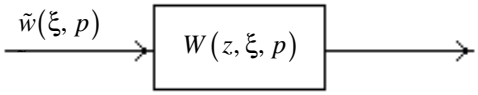


Рис. 7 Структурное представление линейного распределенного блока в терминах передаточных функций

Заключение

Получено математическое описание температурного поля полимера в шнеке пластицирующего экструдера как функции пространственно-временного распределения температур нагревательных элементов цилиндра экструдера. Это позволило осуществить структурное моделирование процесса наложения изоляции на одночервячном экструдере как объекта управления с распределенными параметрами для последующего синтеза системы управления.

Список литературы

1. **Laurich, K.** Untersuchung einer Zweigroβenregelstrecke an einer kabelummantelungsanlage / K. Laurich, G. Muller, B. Bluckler, H. Wallau. – Mess. – Steuern – Regeln, 1979. V. 22. – № 1. – S. 28–31.
2. **Торнер, Р. В.** Теоретические основы переработки полимеров / Р. В. Торнер. – М. : Химия, 1977. – 464 с.
3. **Виноградов, Г. В.** Реология полимеров / Г. В. Виноградов, А. Я. Малкин. – М. : Химия, 1977. – 256 с.
4. **Mitsoulis, E.** Finite element analysis of wire coating / E. Mitsoulis // Polymer Engineering and Science. – 1986. – V. 26. – № 2. – P. 171–186.
5. **Рапопорт, Э. Я.** Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами / Э. Я. Рапопорт. – М. : Высш. шк., 2003. – 299 с.
6. **Бутковский, А. Г.** Структурная теория распределенных систем / А. Г. Бутковский. – М. : Наука, 1977. – 320 с.
7. **Бутковский, А. Г.** Характеристики систем с распределенными параметрами / А. Г. Бутковский. – М. : Наука, 1979. – 224 с.

УДК 539.3:534.1

С. П. Иванов, Е. С. Иванова, О. Г. Иванов,
Ю. В. Лоскутов, С. В. Шлычков

К РАСЧЕТУ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ ПЛАСТИН В УПРУГОЙ СРЕДЕ

В статье предлагается методика расчета плит, выполняемых из нелинейно-упругих материалов, на устойчивость при наличии упругой среды. Выводятся дифференциальные уравнения устойчивости. Упругая среда учитывается в виде однослойного основания. Для конечной реализации поставленной задачи используется численный метод. В качестве примера рассмотрена устойчивость квадратной плиты.

Введение

В условиях упругой среды эксплуатируются дорожные плиты, различные шпунтовые ограждения. Как плиты, находящиеся в упругой среде, можно считать и ребристые плиты, т.к. влияние ребер на напряженно-деформированное состояние плиты можно учитывать в виде упругого основания по винклеровской модели. В настоящее время находят широкое применение пластинки и оболочки в различных областях – строительство, машиностроение, авиастроение, кораблестроение, приборостроение и т.д. Если подходить строго к диаграмме деформирования материалов, то практически все они обладают физической нелинейностью в той или иной степени. А такие материалы, как бетон, различные сплавы, пластмассы, композиты имеют достаточно сильную физическую нелинейность. В данной работе рассматривается упругая среда как однослойное основание. Нами отдано предпочтение этой модели из следующих соображений. Известно, что винклеровская модель применима в основном для несвязанных сред. В связанных средах можно использовать эту модель только при малых толщинах деформируемого слоя. В. З. Власов считает [1], что модель однослойного основания способна более равномерно «распределять» нагрузку.

1. Дифференциальные уравнения устойчивости

В связи с трудностями, возникающими при решении нелинейных задач, вводятся различные гипотезы и допущения. В основе данной теории расчета лежит гипотеза о нелинейно-упругом теле с одинаковой диаграммой работы материала на растяжение и сжатие [2]. Принимаем, что направляющие тензоров напряжений и деформаций совпадают.

Для таких материалов, как бетон, различные сплавы, композиты, зависимость между интенсивностями напряжений σ_i и деформаций e_i, как показывают экспериментальные данные, можно принять в виде кубического полинома

$$\sigma_i = Ee_i - E_1 e_i^3, \tag{1}$$

где E – начальный модуль упругости; E_1 – постоянная, учитывающая степень физической нелинейности материала (принимаются из опытных данных).

Уравнением (1) хорошо описываются кривые деформирования бетона, композитов, сплавов, некоторых видов сталей. Так, в зависимости от марки бетона и возраста [3, 4] указанные величины можно принять в следующих пределах: $E = 2 \cdot 10^4$–$4{,}5 \cdot 10^5$ МПа, $E_1 = 1{,}5 \cdot 10^{10}$–$6{,}5 \cdot 10^{10}$ МПа. Для композита марки ЭДФ –5–6 [5] в зависимости от укладки основы – $E = 1{,}9 \cdot 10^4$–$2{,}7 \cdot 10^4$ МПа, $E_1 = 1{,}4 \cdot 10^7$–$2{,}6 \cdot 10^7$ МПа, а стали марки 20Н5А [6] – $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $E_1 = 2 \cdot 10^{10}$ МПа.

Учитываем гипотезы Кирхгоффа–Лява и гипотезы теории расчета пластин В. З. Власова [1]. Запишем известные соотношения между деформациями и перемещениями:

$$\varepsilon_x = -z\chi_x; \quad \varepsilon_s = -z\chi_s; \quad \varepsilon_{xs} = -2z\chi_{xs}, \tag{2}$$

где

$$\chi_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \ \chi_s = \frac{\partial^2 w}{\partial s^2}; \ \chi_{xs} = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial s}.$$

Перемещения точки w в нормальном z направлении (рис. 1) представим в виде разложений по В. З. Власову [1]:

$$w(x,s) = \sum_k W_k(x) f_k(s), \quad (k = 1, 2, 3, ..., n). \tag{3}$$

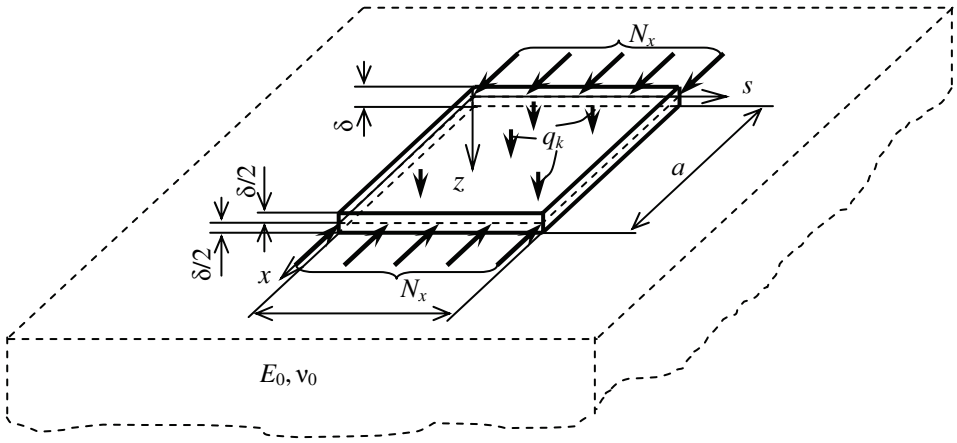


Рис. 1 Общая расчетная схема плиты на упругом основании с действующими нагрузками

Обобщенные перемещения $W_k(x)$ являются искомыми функциями, зависящими от переменной x в продольном направлении, а координатные функции $f_k(s)$ выбираются по виду деформированного состояния пластины в поперечном направлении в зависимости от действующей нагрузки.

Выражения интенсивности деформаций e_i и объемной деформации θ с учетом гипотез Кирхгофа–Лява и сжимаемости материала ($\sigma_z = 0$, $\varepsilon_{xz} = 0$, $\varepsilon_{sz} = 0$) можно записать следующим образом:

$$e_i = \frac{\sqrt{2}}{2(1+\nu)}\sqrt{(\varepsilon_x-\varepsilon_s)^2+(\varepsilon_s-\varepsilon_z)^2+(\varepsilon_z-\varepsilon_x)^2+\frac{3}{2}\varepsilon_{xs}^2}\ ; \tag{4}$$

$$\theta = \frac{1-2\nu}{1-\nu}(\varepsilon_x+\varepsilon_s), \tag{5}$$

а деформации

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu}{1-\nu}(\varepsilon_x+\varepsilon_s). \tag{6}$$

Учитывая соотношение (6), получим формулу для квадрата интенсивности деформаций:

$$e_i^2 = \frac{3}{(1+\nu)^2}\left[\nu_1(\varepsilon_x^2+\varepsilon_s^2)+\nu_2\varepsilon_x\varepsilon_s+\frac{1}{4}\varepsilon_{xs}^2\right], \tag{7}$$

где $\nu_1 = \frac{1}{3}\left[\frac{\nu}{(1+\nu)^2}+1\right]; \nu_2 = \frac{1}{3}\left[\frac{2\nu}{(1-\nu)^2}-1\right]$; ν – коэффициент Пуассона.

Принимая, что

$$b_0 = \nu_1(\chi_x^2+\chi_s^2)+\nu_2\chi_x\chi_s+\chi_{xs}^2, \tag{8}$$

получим

$$e_i^2 = \frac{3}{(1+\nu)^2}z^2 b_0. \tag{9}$$

Запишем выражение удельной энергии [2]

$$\Phi = \frac{1}{2}K\theta^2+\frac{2}{3}\int_0^{e_i}(1+\nu)\cdot\sigma_i de_i\ , \tag{10}$$

где $K = E/\left[3(1-2\nu)\right]$ – модуль объемного сжатия.

Подставляя в (10) соотношения (1)–(9), получим

$$\Phi = \frac{E(1-2\nu)}{6(1-\nu)^2}\left[-z(\chi_x+\chi_s)\right]^2+\frac{E}{1+\nu}(z^2 b_0)-\frac{3}{2(1+\nu)^3}E_1(z^2 b_0)^2. \tag{11}$$

Работа, отнесенная к единице площади поверхности плиты, равна

$$A = \int_{-\delta/2}^{\delta/2}\Phi dz\ . \tag{12}$$

Раскрывая (12), получим

$$A = \frac{E(1-2\nu)\delta^3}{72(1-\nu)^2}d_1+\frac{E\delta^3}{12(1+\nu)}b_0-\frac{1}{4}Дb_0^2, \tag{13}$$

где $Д = \frac{1}{2}\overline{E}_1\delta^3$; $\overline{E}_1 = E_1/(1+\nu)^3$; $d_1 = (\chi_x+\chi_s)^2$; δ – постоянная толщина плиты.

Записываем полную энергию системы (рис. 1):

$$\Pi = \int_0^a \int_0^b \left[A + q\sum_k W_k f_k + \frac{1}{2} N_x \sum_k (W_k' f_k)^2 \right] ds dx . \qquad (14)$$

Определим минимум функционала (14), используя уравнения Эйлера–Лагранжа [7]:

$$-\frac{\mathrm{d}^2}{dx^2}\frac{\partial F}{\partial W_k''} + \frac{d}{dx}\frac{\partial F}{\partial W_k'} - \frac{\partial F}{\partial W_k} = 0, \qquad (15)$$

где F – подынтегральная функция (14), штрихи означают обычные производные от функций по переменной x.

Полагаем, что прогибы пластины совпадают с осадкой упругой среды. Развернув уравнения (15) и присоединив работу реактивных давлений $Q^{\text{осн}}$ упругой среды [1] в нормальном направлении z

$$Q^{\text{осн}} = 2\sum_k \rho_{hk}^0 W_k^{\text{II}} - \sum_k s_{hk}^0 W_k , \qquad (16)$$

получим дифференциальные уравнения продольно-поперечного изгиба физически нелинейной пластины в упругой среде:

$$\sum_{k=1}^n \left[a_{ik} W_k^{\text{IV}} + \left(\frac{N_x}{bD} a_{ik} - 2b_{ik} - \rho_{ik}^0 \right) W_k^{\text{II}} + \left(c_{ik} + s_{ik}^0 \right) W_k \right] - Q_i = \Phi_{k,\,\text{нел}} , \qquad (17)$$

$$(i = 1, 2, 3, \ldots, n).$$

Выражение N_x соответствует полной величине сжимающей нагрузки, b – ширина пластины.

Коэффициенты уравнения имеют вид

$$a_{ik} = \int_0^b f_k f_i ds; \quad c_{ik} = \int_0^b f_k'' f_i'' ds; \; b_{ik} = \int_0^b f_k' f_i' ds - \frac{\nu}{2}[f_k f_i' + f_k' f_i]_0^b;$$

$$\rho_{ik}^0 = \frac{E_0 H}{12(1+\nu_0)D} \int_0^b f_k f_i ds + \frac{E_0 H^2 (1-\nu_0)}{24(1+\nu_0)\sqrt{6(1-\nu_0)}D} [(f_k f_i)]_0^b;$$

$$s_{ik}^0 = \frac{E_0}{H(1-\nu_0^2)D} \left\{ \int_0^b f_k f_i ds + \frac{H^2(1-\nu_0)}{6} \int_0^b f_k' f_i' ds \right\} + \qquad (18)$$

$$+ \frac{H\sqrt{6(1-\nu_0)}}{6D} [(f_k f_i)]_0^b; \quad D = \frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)}.$$

Упругая среда учитывается через H – толщину деформируемого слоя; E_0, ν_0 – соответственно модуль деформации и коэффициент Пуассона. Постоянные E, ν – соответственно модуль упругости и коэффициент Пуассона материала плиты; δ, b – соответственно толщина и ширина плиты. Если в урав-

нении (17) принять поперечную нагрузку равной нулю ($Q_i = 0$), то получим уравнение устойчивости плиты. В формулах (18) выражения только в квадратных скобках означают разность значений произведений координатных функций и их производных на краях плиты; выражения в двойных скобках означают сумму значений произведений координатных функций по краям плиты, а в случае закрепления краев плиты в направлении оси x вышеуказанные выражения обращаются в нуль.

Правая часть уравнения (17) учитывает физическую нелинейность материала плиты и имеет следующий вид:

$$\Phi_{k,\ \text{нел}} = \int_s N_{1,xx} f_t ds + \int_s N_2 f_{t,ss} ds - \int_s N_{3,x} f_t ds. \qquad (19)$$

В (19) индексы после запятой указывают на дифференцирование по данным переменным, а функции, находящиеся под интегралами, записываются следующим образом:

$$N_1 = \bar{Д}_1 b(\nu_1 \chi_x + 0.5\nu_2 \chi_s);$$
$$N_2 = \bar{Д}_1 b(\nu_1 \chi_s + 0.5\nu_2 \chi_x); \qquad (20)$$
$$N_3 = \bar{Д}_1 b \chi_{xs},$$

где $\bar{Д}_1 = 9E_2\delta^2/10, \quad E_2 = (E_1/E)[(1-\nu)(1+\nu)^2]$.

2. Постановка граничных условий

Рассмотрим наиболее часто используемые граничные условия для пластин:

1. В направлении оси s края защемлены, тогда прогибы и углы поворота на краях ($x = 0$, $x = a$) равны нулю:

$$W_k(x) = 0; \ W_k'(x) = 0. \qquad (21)$$

2. В случае шарнирного опирания краев прогибы и изгибающие моменты M_x будут равны нулю:

$$W_k(x) = 0; \ \int_x \left[-Д_0(\chi_x + \nu\chi_y) + Д_1 b_2 \left(\nu_1 \chi_x + \frac{\nu_2}{2}\chi_y \right) \right] f_k' dx = 0. \qquad (22)$$

Первое условие в (22) выражает отсутствие прогибов; второе – равенство нулю работы изгибающего момента в шарнирном закреплении.

3. При свободных краях для записи граничных условий воспользуемся «естественными» условиями:

$$\frac{\partial F}{\partial W_k''} = 0; \ \frac{\partial F}{\partial W_k'} - \frac{d}{dx}\frac{\partial F}{\partial W_k''} = 0, \qquad (23)$$

где F – подынтегральная функция (14).

Первое условие будет аналогично второму условию (22). Раскрывая уравнение (23), второе условие получим в виде

$$G\left\{\sum_k\left[\frac{2\gamma}{1+\nu}(b_{ik}-\frac{\nu}{1-\nu}\alpha_{hk}\right]W_k'(x)-\right.$$
$$\left.-\gamma_1\sum_k a_{ik}W_k'''(x)+\int_s N_{1,x}f_t\ ds\right\}=0, \tag{24}$$

где G – модуль сдвига материала пластины.

4. Анализ результатов расчета

В качестве примера рассмотрен продольно-поперечный изгиб квадратной плиты со сторонами a и толщиной $\delta = a/20$ с шарнирно опертыми краями при действии на нее продольно-поперечной равномерно распределенной нагрузки (рис. 2).

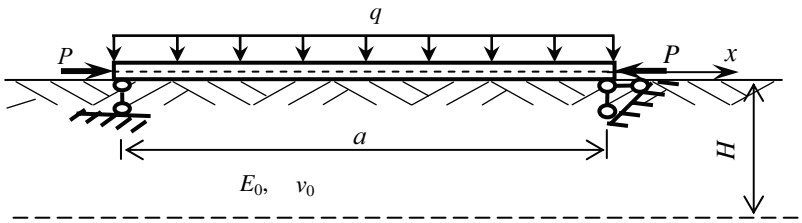


Рис. 2 Расчетная схема плиты на упругом основании (вид в направлении оси s)

В расчетах приняты следующие характеристики: величина отношения толщины H упругой среды к размеру a плиты – $H/a = 2{,}5$; отношение модуля деформации E_0 упругой среды к модулю упругости E материала плиты – $E_0/E = 10^{-3}$; отношение $E_1/E = 10^5$ учитывает физическую нелинейность материала плиты (можно принять бетон); коэффициенты Пуассона материала плиты $\nu = 0{,}2$, упругой среды $\nu_0 = 0{,}3$.

Для решения данной задачи достаточно первого приближения (3):

$$w(x,s)=W_1\ (x)f_1\ (s)\,. \tag{25}$$

Известно из [1], что уже первое приближение дает точный результат для прогибов, а погрешность при определении изгибающих моментов составляет около 2%.

Для рассматриваемой задачи уравнение (17) с учетом (25) принимает следующий вид:

$$a_{11}W_1^{IV}+\left(\frac{P}{aD}a_{11}-2b_{11}-\rho_{11}^0\right)W_1''+(c_{11}+s_{11}^0)W_1-Q_1=\Phi_{1,\text{ нел}}, \tag{26}$$

где P – полная величина сжимающей нагрузки при $N_x = P$.

Выберем функцию $f_1(s)$ как линию прогибов балки, загруженной равномерно распределенной нагрузкой. В безразмерном виде функцию запишем следующим образом:

$$f_1(s)=\frac{s}{a}\left(1-2\frac{s^2}{a^2}+\frac{s^3}{a^3}\right). \tag{27}$$

Нелинейную задачу решаем численным методом при помощи ПЭВМ. Интегрирование нелинейных дифференциальных уравнений проводим методом Рунге–Кутта. Для поиска недостающих граничных условий краевой задачи используем итерационный метод типа Ньютона.

Для решения задачи устойчивости в качестве ведущего параметра принята продольная нагрузка P. На каждом приращении нагрузки ΔP решается краевая задача. Момент расхождения итерационного процесса принимаем за критическое состояние системы. Таким образом можно с требуемой точностью определить величину критической нагрузки.

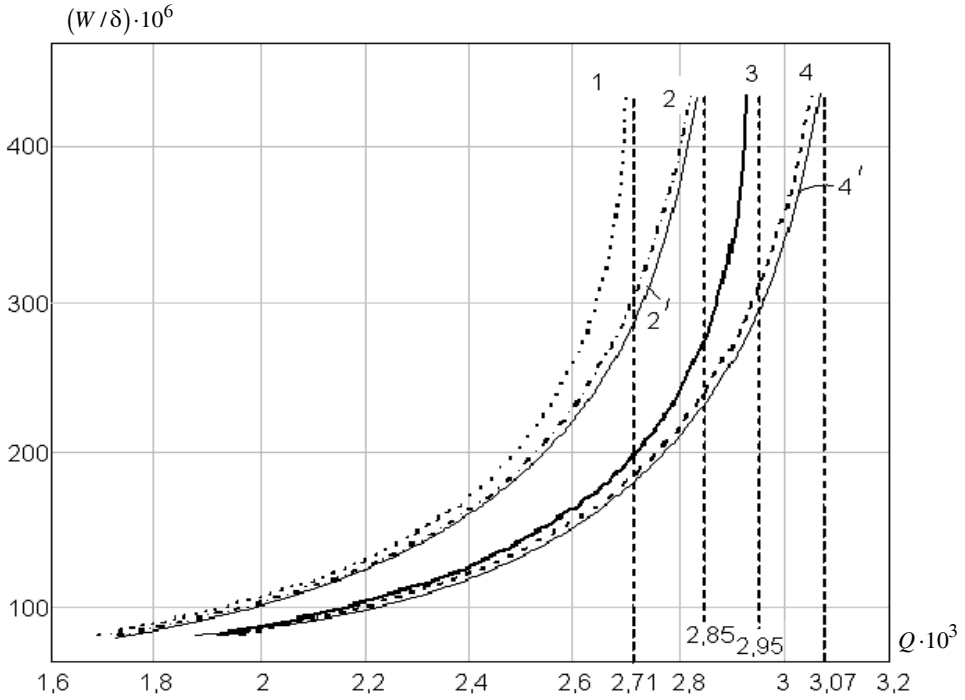


Рис. 3 Зависимости прогиба срединной поверхности пластины от продольной нагрузки: 2, 4 – по линейной теории соответственно без учета и с учетом упругой среды; 1, 3 – по нелинейной теории без учета и с учетом упругой среды

На рисунке 3 представлены графики зависимости прогиба срединной поверхности пластины от продольной нагрузки Q. При отсутствии упругой среды и решении задачи в нелинейной постановке величина критической нагрузки $Q = P/G\delta^2 = 2{,}71 \cdot 10^{-3}$ (см. кривую 1), а при учете упругой среды в линейной постановке $Q = 3{,}07 \cdot 10^{-3}$ (см. кривую 4). Кривая 2 представлена при расчете по линейной теории без упругой среды $Q = 2{,}85 \cdot 10^{-3}$. При наличии физической нелинейности и упругой среды величина критической нагрузки уменьшается $Q = 2{,}95 \cdot 10^{-3}$ (см. кривую 3). Кривые 2′ и 4′ получены из расчета в тригонометрических рядах по линейной теории соответственно без и с учетом упругой среды. Разница результатов, полученных численным методом и в рядах, составляет не более 2%.

Заключение

По результатам вычислений можно сделать следующие выводы:

1. Напряженно-деформированное состояние плиты значительно зависит от соотношения модуля деформации E_0 упругой среды к модулю упругости E материала пластины и высоты H сжимаемого слоя упругой среды.

2. При учете физической нелинейности и упругой среды критическая нагрузка оказывается близкой к критической нагрузке, полученной по линейной теории без учета упругой среды.

3. Разработанная методика и алгоритм позволяют рассчитывать на продольно-поперечный изгиб, устойчивость пластины, взаимодействующие с упругой средой и при наличии нелинейной диаграммы деформирования материала плиты.

Список литературы

1. **Власов, В. З.** Тонкостенные пространственные системы / В. З. Власов. – М. : Госстройиздат, 1958. – 502 с.
2. **Лукаш, П. А.** Основы нелинейной строительной механики / П. А. Лукаш. – М. : Стройиздат, 1978. – 204 с.
3. **Карпенко, Н. И.** Общие модели механики железобетона / Н. И. Карпенко. – М. : Стройиздат, 1996. – 416 с.
4. **Залигер, Р.** Железобетон, его расчет и проектирование / Р. Залигер. – 4-е изд. – М. ; Л., 1929. – 281 с.
5. **Тарнопольский, Ю. М.** О механизме передачи усилий при деформации ориентированных стеклопластиков / Ю. М. Тарнопольский, Т. Я. Кинцыа // Механика полимеров. – 1965. – № 1. – С. 28–36.
6. **Писаренко, Г. С.** Вибропоглощающие свойства конструкционных материалов : справочник / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев. – Киев : Наук. думка, 1971. – 325 с.
7. **Смирнов, В. И.** Курс высшей математики / В. А. Смирнов. – М. ; Л. : ГИТЛ, 1957. – 627 с.

УДК 656.07 + 004.415.538

Д. Ю. Полянский, И. Л. Кисин

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЗАЯВКАМИ НА ГРУЗОВЫЕ АВТОПЕРЕВОЗКИ

Решена новая актуальная задача повышения эффективности управления и функционирования АТП за счет обеспечения выполнения заявок на грузоперевозки на основе учета реальной ситуации и возможностей принятия адекватных этой ситуации решений. Разработаны математическая модель и алгоритм автоматизированного поиска оптимального варианта удовлетворения заявок. Приведена информационная модель и дано описание разработанной системы автоматизации управления заявками на АТП.

Введение

Развитие рыночных отношений в экономике обусловливает необходимость перехода к адаптивным принципам управления, наиболее соответствующим современным условиям и дающим возможность гибкого реагирования на быстро изменяющиеся приоритеты потребителей.

Анализ отечественного рынка АСУ [1] показывает, что, как правило, действующие АСУ ориентированы на автоматизацию бухгалтерского учета и документооборота [2–4] и в меньшей степени на решение вопросов диспетчеризации с элементами оптимизации – поиска рационального соотношения адекватных ресурсов и заказов/обязательств перед клиентами.

Необходимость динамической настройки ресурсов предприятия на экономически выгодные заявки потребителей особенно остро проявляется в момент, когда количество поступающих заявок на автоперевозки входит в противоречие с возможностью их выполнения из-за отсутствия требуемых ресурсов.

1. Постановка задачи оптимального управления заявками на грузовые автоперевозки

Сформулируем задачу оптимального управления заявками на грузовые автоперевозки следующим образом: *из множества заявок клиентов на грузоперевозки (далее заявки) при наличии адекватных ресурсов в проекции на заданный временной интервал найти рациональное сочетание одновременно выполнимых экономически выгодных для предприятия заявок*.

Заявка $z_j \in Z$ включает в себя $z_j \Rightarrow (j, t_j^{\text{н}}, t_j^{\text{к}}, V_j, h_j)$, где j – идентификатор заявки; $t_j^{\text{н}}, t_j^{\text{к}}$ – соответственно минимально/максимально допустимые дата/время начала/окончания выполнения j-й заявки; V_j – задание на грузоперевозку, включающее: адреса пунктов погрузки/разгрузки транспортного средства (ТС), пробег ТС, описание груза, марку ТС; h_j – общее число рейсов ТС по заявке, за которое должно быть выполнено задание на грузоперевозку.

Рейсу ТС по заявке (далее рейс) припишем следующие атрибуты: назначенное ТС с закрепленными водителями, интервал времени, необходимый для подачи ТС в пункт погрузки, время начала и окончания рейса.

Под заданным временным интервалом – *интервалом поиска рацио-*

нальных решений $(T^{\text{н}}, T^{\text{к}})$, будем понимать временной период от начала исполнения заявки с самым ранним сроком начала исполнения до завершения работ по заявке с максимально допустимым сроком окончания.

Под *ресурсами* будем понимать *материальные и трудовые ресурсы*, адекватные выполнению заявок – множество готовых для выполнения заявок ТС с закрепленными не занятыми в заданном временном интервале водителями – *свободные транспортные средства* (СТС). Готовность ТС учитывает его возможность к выполнению работ по заявке в соответствии с ограничениями по нормам на пробег узлов (шины, агрегаты).

Ресурсы автотранспортного предприятия $R^{\text{СТС}}(t)$ определим следующим образом:

$$R^{\text{СТС}}(t) = (R^{\text{ТС}}(t) \leftrightarrow R^{\text{ВОД}}(t)) \big/ (T^{\text{н}}, T^{\text{к}}),$$

где $R^{\text{ТС}}(t) = \bigcup_{i=1}^{3} R_i^{\text{ТС}}(t)$ – ТС, готовые к выполнению заявок; $R_i^{\text{ТС}}(t)$ – ТС, соответственно, вновь вводимые в эксплуатацию, высвобожденные из ремонта и от выполнения других заявок; $R^{\text{ВОД}}(t) = \bigcup_{i=1}^{3} R_i^{\text{ВОД}}(t)$ – водители, закрепленные за ТС и готовые к выполнению заявок; $R_i^{\text{ВОД}}(t)$ – водители, соответственно, вновь принятые на работу, вернувшиеся с больничного (выходного, из отпуска, высвободившиеся от выполнения других заявок);

$$t \in (T^{\text{н}}, T^{\text{к}}).$$

Каждую заявку $z_j \in Z$ представим совокупностью всех возможных вариантов ее конкретного исполнения – *моделями заявки*. В качестве исходных данных для формирования модели примем параметры заявки z_j и ресурсы АТП $R^{\text{СТС}}(t)$. Каждая модель заявки строится отдельно, без учета остальных моделей заявок множества Z.

Модели заявок представим в виде матрицы моделей заявок $[M]$, каждый столбец которой суть модели одной выполняемой заявки. Тогда количество столбцов r матрицы определится числом заявок, а число строк q – наибольшим количеством моделей одной из заявок. Пустые элементы матрицы моделей заявок заполняются нулями.

Формируемая модель заявки представляет собой объект со следующими атрибутами: $M_{i,\,j} \Rightarrow (i, j, \tau^{\text{н}}, \tau^{\text{к}}, \{W\}, S)$, где i – идентификатор модели j-й заявки; $\tau^{\text{н}}, \tau^{\text{к}}$ – соответственно время начала и время окончания выполнения i-й модели j-й заявки; $\{W\}$ – вектор назначенных рейсов, где каждый p-й рейс представляет собой объект с атрибутами:

$$W_p \Rightarrow (p, R_p^{\text{ТС}} \leftrightarrow R_p^{\text{ВОД}}, \vartheta_p, \tau 1_p, \tau 2_p), \qquad (1)$$

где p – идентификатор рейса; $R_p^{\text{ТС}}$ – ТС, назначенное в p-м рейсе; $R_p^{\text{ВОД}}$ – водитель, закрепленный за ТС в p-м рейсе; $\vartheta_p^{i,j}$ – интервал времени, необходимый для подачи ТС в пункт погрузки в p-м рейсе; $\tau 1_p$ – время начала p-го рейса; $\tau 2_p = \tau 1_p + \Delta\tau_j$ – время окончания p-го рейса; $\Delta\tau_j$ – продолжительность рейса: рассчитывается исходя из задания на грузоперевозку V_j и справочных данных по марке ТС; S – расчетная стоимость модели заявки.

Для построения моделей заявки сформируем матрицу $[Q]$ – проекцию поля СТС на j-ю заявку для соответствующей марки ТС на временном отрезке $(t_j^{\text{н}}, t_j^{\text{к}})$.

Каждой строке матрицы $[Q]$ поставим в соответствие одно СТС, а каждому столбцу временной интервал $\Delta t \le \Delta\tau_j$, где $\Delta t = \Delta\tau / k$, $k = 1, 2, 3, ...$ выбирается опытным путем. Число столбцов определится как $s = \text{div}\left[\left(t_j^{\text{к}} - t_j^{\text{н}}\right) / \Delta t\right]$, где оператор $\text{div}[.]$ выделяет целую часть дроби.

Элементам матрицы $[Q]$ присвоим значение 1 (рис. 1), если соответствующее СТС готово к началу возможного выхода в рейс в момент t_n, в противном случае – 0:

$$t_n = t_j^{\text{н}} + (n-1)\Delta t, \tag{2}$$

где n – номер столбца матрицы $[Q]$.

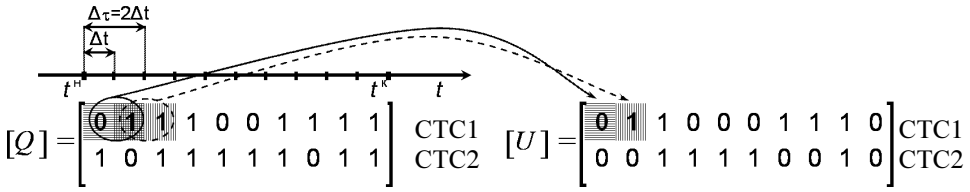


Рис. 1 Формирование матриц $[Q]$ и $[U]$

Для каждой заявки сформируем матрицу $[U]$, соответствующую моментам времени начала рейсов СТС. Элементам матрицы присвоим значение 1, если с указанного момента времени соответствующее СТС может выполнить рейс заданной продолжительности $\Delta\tau_j$. Пример построения матрицы $[U]$ для двух СТС приведен на рисунке 1.

Назначение рейсов ТС по заявке произведем при выполнении условий:

$$\begin{cases} \tau 1_p \ge \tau 1_{p-1} + \Delta\tau_j, \text{ при } \quad R_p^{\text{ТС}} \equiv R_{p-1}^{\text{ТС}}; \\ \tau 1_{h_j} \le t_j^{\text{к}} - \Delta\tau_j; \\ p = 1, 2, ..., h_j. \end{cases} \tag{3}$$

Тогда с учетом (3) алгоритм формирования моделей заявок представим следующими этапами.

Этап 1. *Формирование моделей заявок с выполнением заявки одним ТС.*

Построим все возможные сочетания единичных элементов первой строки матрицы $[U]$ так, чтобы число элементов сочетания равнялось требуемому числу рейсов по заявке h_j.

Сформированные сочетания сохраним в 3-мерном массиве $a_{k,l,m}$, где максимальное значение индекса k соответствует числу сочетаний; $l = 1, 2$; $m = h_j$, а значения элементов $a_{k,1,m}$, $a_{k,2,m}$ соответствуют номерам строк и столбцов в матрице $[U]$. Тогда получим, что для каждого фиксированного значения k элементы массива $a_{k,l,m}$ будут соответствовать одному сочетанию рейсов. Аналогичная процедура повторяется для каждой следующей строки $[U]$. На рисунке 2 приведен пример построения массива $a_{k,l,m}$ для двух СТС.

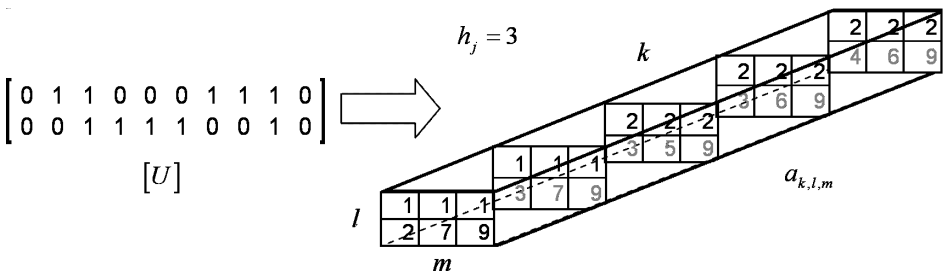


Рис. 2 Формирование массива $a_{k,l,m}$

В массиве $a_{k,l,m}$ вычислим для каждого k согласно (2) время начала рейсов, которым соответствует индекс m, и занесем их в вектор рейсов $\{W\}$ модели заявки. Дополним сформированный массив рейсов недостающими атрибутами согласно (1), исходя из назначенных рейсов рассчитаем стоимость S модели заявки и вычислим время начала и окончания выполнения модели заявки: $\tau^{н} = \tau 1_1 - \vartheta_1; \tau^{к} = \tau 2_{h_j}$. После этого заносим построенную модель в матрицу моделей заявок $[M]$.

Этап 2. *Формирование моделей с выполнением заявки несколькими ТС.*

Если количество рейсов по заявке $h_j \geq 2$, то строятся все возможные сочетания единичных элементов первой строки матрицы $[U]$ с единичными элементами последующих строк так, чтобы количество элементов сочетания равнялось требуемому числу рейсов по заявке h_j при выполнении условия (3), а каждое сочетание соответствовало отправке в рейсы как минимум двух СТС. После этого исключим первую строку матрицы $[U]$ из рассмотрения и повторим процедуру для каждой следующей строки $[U]$.

Аналогично этапу 1 найденные сочетания сохраним в массиве $a_{k,l,m}$, сформируем модели заявки и занесем их в матрицу моделей заявок $[M]$.

Сочетания одновременно выполнимых моделей заявок в интервале поиска рациональных решений назовем *производственными моделями заявок*. Очевидно, что одновременное выполнение двух и более моделей одной и той же заявки в одной производственной модели недопустимо.

Тогда поставленная выше задача будет сведена к следующей: *из множества моделей заявок клиентов на грузоперевозки в интервале поиска рациональных решений при наличии материальных и трудовых ресурсов построить оптимальную производственную модель заявок – рациональное сочетание одновременно выполнимых экономически выгодных для предприятия моделей заявок.*

2. Алгоритм решения задачи оптимального управления заявками на грузовые автоперевозки

Алгоритм поиска оптимальной производственной модели представим в следующем виде:

$$Z \to [M] \ \left[U\left(R^{\text{СТС}}(T^{\text{н}}, T^{\text{к}})\right)\right] \ P \to P^{*},$$

где Z – заявки клиентов на грузовые автоперевозки; $[M]$ – матрица моделей заявок; U – формирование производственных моделей; P – стек производственных моделей заявок; P^{*} – оптимальная производственная модель заявок; оператор $[M] \ \left[U\left(R^{\text{СТС}}(T^{\text{н}}, T^{\text{к}})\right)\right] \ P$ означает, что объект $[M]$ преобразуется в объект P в процессе U при помощи ресурса $R^{\text{СТС}}(T^{\text{н}}, T^{\text{к}})$.

Построение производственных моделей заявок произведем рассмотрением всех возможных сочетаний моделей заявок. На первом этапе формируем стек одинарных производственных моделей из всех моделей заявок матрицы $[M]$: $P_1 = stack\left(M_{i,j}\right); \quad i = 1, 2, ..., q; \ j = 1, 2, ..., r$.

На втором этапе рассматриваются бинарные связи между всеми вариантами моделей заявок $M_{i,j} \cup M_{k,l} \quad (j \neq l)$, а именно вначале рассматриваются связи первого элемента первого столбца со всеми элементами последующих столбцов, затем связи второго элемента первого столбца со всеми элементами следующих столбцов и т.д. до последнего элемента первого столбца.

После этого первый столбец матрицы $[M]$ исключается из рассмотрения, и аналогичная процедура повторяется для каждого элемента второго столбца. Поиск бинарных производственных моделей заявок продолжается до последнего элемента $(r-1)$-го столбца матрицы $[M]$.

Если данные связи образуют производственные модели, то они заносятся в стек бинарных производственных моделей P_2: $P_2 = stack\left(M_{i,j} \cup M_{k,l}\right)$; $1 \le i, k \le q; \ 1 \le j, l \le r; \ j \neq l$.

На следующем этапе рассматриваются тернарные связи между всеми вариантами моделей заявок, а именно бинарные производственные модели заявок $M_{i,j} \cup M_{k,l}$ $(j \neq l)$ последовательно дополняются каждым элементом матрицы $[M2]$, сформированной из матрицы $[M]$ путем вычеркивания столбцов j и l. Если данные связи образуют производственные модели $M_{i,j} \cup M_{k,l} \cup M_{m,n}$, то они в свою очередь заносятся в стек P_3 тернарных производственных моделей: $P_3 = stack\left(M_{i,j} \cup M_{k,l} \cup M_{m,n}\right)$; $1 \leq i, k, m \leq q$; $1 \leq j, l, n \leq r$; $j \neq l \neq n$. При этом бинарные производственные модели, из которых порождаются тернарные, исключаются из дальнейшего рассмотрения в стеке P_2.

Аналогично производится построение $(r-1)$-арных производственных моделей заявок. Поиск производственных моделей заявок может быть закончен на k-м шаге $(k \leq r)$, если $(k-1)$-арные производственные модели заявок образуют пустое множество.

Последовательное объединение k-арных стеков образует обобщенный стек производственных моделей заявок P: $P = stack(P_1, P_2, P_3, ..., P_{r-1})$.

Определение оптимальной производственной модели заявок получим решением многокритериальной задачи оптимизации [5], а именно из стека производственных моделей заявок P выбрать рациональную производственную модель P^* на системе ограничений G_j, минимизирующую векторный критерий K_k:

$$\left(P^* \in P\right) \Big/ \left(G_j[P^*], K_k[P^*] \to \min\right); \; j \Rightarrow \{C, N, T\},$$

где C – расчетная стоимость производственной модели; N – число СТС при реализации производственной модели; T – срок реализации производственной модели.

Цель функционирования системы заключается в минимизации векторного критерия качества $K_k[P^*]$: $C \to \min$; $N \to \min$; $T \to \min$.

Известно [6, 7], что задачи подобного типа решаются, как правило, двумя основными методами:

– оптимизации по Парето;

– сведением многопараметрической задачи к задаче однокритериальной.

Решение поставленной задачи произведем по второму методу – сверткой векторного пространства критериев. Для этого воспользуемся методом обобщенной целевой функции [6], где при составлении обобщенного критерия качества $K_{\text{об}}(C, N, T)$ необходимо привести параметры к безразмерной форме, назначить параметрам весовые коэффициенты и определить параметрам знаки.

Приведение параметра к безразмерной форме достигается делением значения параметра на нормирующую величину:

$$C_{\text{норм}} = C_{\max}; \;\; N_{\text{норм}} = N_{\text{ТС}}; \;\; T_{\text{норм}} = \Delta\tau,$$

где $C_{\text{норм}}$ – коэффициент нормирования расчетной стоимости производственной модели; $C_{\max}$ – суммарная расчетная стоимость удовлетворения заявок; $N_{\text{норм}}$ – коэффициент нормирования числа СТС; $N_{\text{ТС}}$ – общее количество ТС предприятия; $T_{\text{норм}}$ – коэффициент нормирования сроков реализации производственной модели.

Весовые коэффициенты α_k параметров назначаются методами экспертных оценок. При этом сумма всех коэффициентов должна равняться единице:

$$\sum_{k=1}^{3} \alpha_k = \alpha_C + \alpha_N + \alpha_T = 1; \quad \alpha_k > 0 .$$

Знаки параметров определим из условия, что улучшающие параметры увеличивают значение обобщенного критерия качества $K_{\text{об}}$, а ухудшающие соответственно уменьшают.

С учетом вышеизложенного обобщенный критерий качества принимает следующий вид:

$$K_{\text{об}}(C, N, T) = \left(-\alpha_C \frac{C}{C_{\text{норм}}} - \alpha_N \frac{N}{N_{\text{норм}}} - \alpha_T \frac{T}{T_{\text{норм}}} \right) \to \max .$$

Тогда алгоритм построения рациональной производственной модели представим следующими шагами.

Шаг 1. Вычисление значений параметров C, N, T и обобщенного критерия оптимальности $K_{\text{об}}$ для каждой производственной модели.

Шаг 2. Выбор рациональной производственной модели по максимальному значению обобщенного критерия оптимальности $K_{\text{об}}^{\max}$.

Шаг 3. В случае неоднозначного определения рациональной производственной модели $\left(K_{\text{об}}^{opt1} = K_{\text{об}}^{opt2} = \ldots = K_{\text{об}}^{opt\ i} \right)$ дальнейший выбор производится по весовым коэффициентам и соответствующим значениям параметров: оптимальной считается модель, параметр с наибольшим весовым коэффициентом которой имеет максимальное значение:

$$\{C, N, T\} \to \max \Big/ (K_{\text{об}} = K_{\text{об}}^{\max}, \alpha = \alpha_{\max}) .$$

Если и в этом случае не удается найти единственное решение, то окончательный выбор производится на основе неформализованных критериев.

Апробацию алгоритма построения рациональной производственной модели заявок рассмотрим на примере разработанной информационной модели управления грузоперевозками.

3. Информационная модель оптимального управления заявками

Разработка *информационной модели оптимального управления заявками* (далее информационной модели) включает в себя разработку схемы хранения и обмена данными между модулями АСУ [8–10] (структурной схемы информационной модели) и разработку программного модуля оптимального управления заявками [9, 11–13].

Разработанная структурная схема информационной модели (рис. 3) является универсальной и не зависит от выбора конкретной платформы СУБД для физической реализации. В рамках данной работы в качестве СУБД был выбран сервер Firebird (Interbase Server v6).

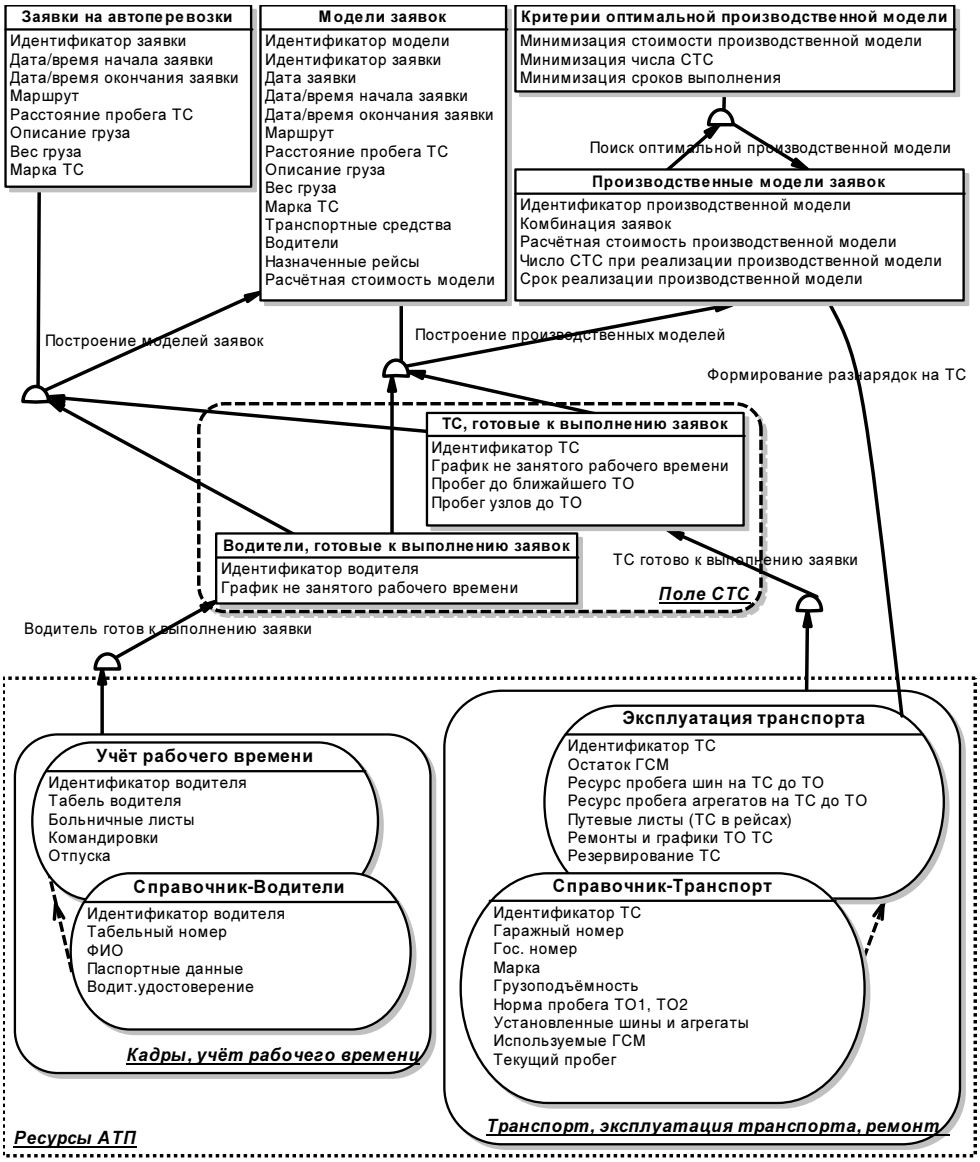


Рис. 3 Структурная схема информационной модели
оптимального управления заявками на грузоперевозки

Программный модуль оптимального управления заявками – модуль «Управление заявками» – реализован в среде разработчика Borland Delphi. Программа позволяет осуществлять регистрацию заявок, управлять списком заявок, формировать модели заявок (автоматически с возможностью просмотра и ручной корректировки), выстраивать производственные модели и осуществлять оптимизацию стека производственных моделей, а также в удобной форме визуализировать результаты оптимизации.

На рисунке 4 представлены экранные формы программного модуля «Управление заявками» автоматизации оптимального управления заявками. Из главного окна модуля осуществляется управление списком заявок, настройка модуля, запуск режимов построения моделей заявок и формирования производственных моделей.

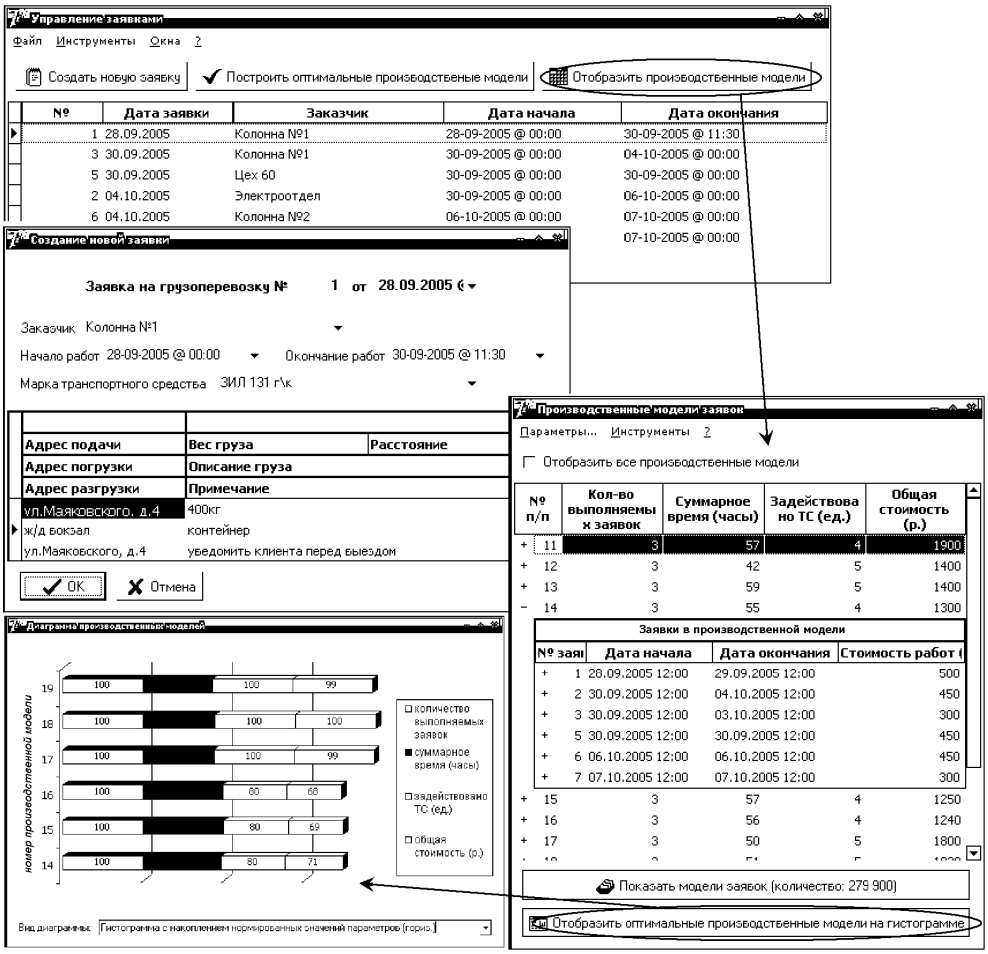


Рис. 4 Экранные формы модуля «Управление заявками»

Для визуального сравнения полученного набора рациональных производственных моделей служит «Гистограмма производственных моделей». Значения параметров на гистограмме нормированы относительно максимальных значений параметров во всем наборе рациональных производственных моделей. Таким образом, гистограмма позволяет визуально оценить абсолютное различие параметров между моделями в процентах.

Разработанный модуль через систему запросов осуществляет обмен информацией с АСУ АТП, результатом которого является формирование поля СТС. Интеграция с АСУ может быть осуществлена как на уровне доступа к базам данных и файлам, так и с помощью динамического обмена данными. Таким образом, разработанный модуль управления заявками инвариантен действующим автоматизированным системам на АТП.

Заключение

Решена новая актуальная задача повышения эффективности управления и функционирования АТП за счет обеспечения выполнения заявок на основе учета реальной ситуации и возможностей принятия адекватных этой ситуации решений. Внедрение построенного программного модуля в промышленную эксплуатацию АТП позволяет увеличить объемы оказываемых услуг по автоперевозкам в приемлемых временных интервалах при минимальных затратах.

Список литературы

1. **Кисин, И. Л.** Анализ систем управления автотранспортными предприятиями в малом и среднем бизнесе / И. Л. Кисин // Конструирование, управление и эксплуатация в транспортном комплексе : монография / под ред. Ю. А. Микипориса. – Ковров : КГТА, 2006. – С. 18–27.
2. Автоматизированные системы управления в автотранспортном комплексе : сборник науч. тр. / МАДИ ТУ; отв. ред. А. Б. Николаев. – М., 1998. – 181 с.
3. Комплексные системы автоматизированного управления автотранспортным комплексом : сборник науч. тр. / МАДИ ТУ ; отв. ред. А. Б. Николаев. – М., 1998. – 112 с.
4. **Кисин, И. Л.** Информационные технологии в системах управления автотранспортными предприятиями / И. Л. Кисин // Материалы III Всероссийской научно-практической конференции (11–12 декабря 2004). – Томск : Изд-во Томского университета, 2004. – 1 ч. – С. 67–68.
5. **Подиновский, В. В.** Парето-оптимальные решения многокритериальных задач / В. В. Подиновский, В. Д. Ногин. – М. : Наука, 1982. – 256 с.
6. **Хоменюк, В. В.** Элементы теории многоцелевой оптимизации / В. В. Хоменюк. – М. : Наука, 1983. – 128 с.
7. **Поляк, Б. Т.** Введение в оптимизацию / Б. Т. Поляк. – М. : Наука, 1983. – 384 с.
8. **Кисин, И. Л.** Информационная модель оптимального управления заявками на перевозки АТП в малом и среднем бизнесе / И. Л. Кисин, Д. Ю. Полянский // Проблемы технической эксплуатации и автосервиса подвижного состава автомобильного транспорта : сборник научных трудов МАДИ (государственный технический университет). – М. : МАДИ, 2006. – С. 123–127.
9. **Кисин, И. Л.** Информационные технологии в системах управления автотранспортными предприятиями / И. Л. Кисин // Материалы III Всероссийской научно-практической конференции (11–12 декабря 2004). – Томск : Изд-во Томского университета, 2004. – 1 ч. – С. 67–68.
10. **Полянский, Д. Ю.** Математическое и информационное обеспечение оптимального управления заявками на грузоперевозки / Д. Ю. Полянский, И. Л. Кисин // Конструирование, управление и эксплуатация в транспортном комплексе : монография / под ред. Ю. А. Микипориса. – Ковров : КГТА, 2006. – С. 27–37.
11. **Кисин, И. Л.** Какой должна быть система автоматизации автотранспортного предприятия (АТП) / И. Л. Кисин // Материалы III Всероссийской научно-практической конференции (11–12 декабря 2004). – Томск : Изд-во Томского университета, 2004. – 1 ч. – С. 68–70.
12. **Черкасов, О. Н.** Повышение эффективности управления автотранспортом на базе современных информационных технологий / О. Н. Черкасов, Г. Е. Ковалев, В. Е. Межов, В. К. Зольников // Информационные технологии моделирования и управления. – 2005. – № 2 (20). – С. 178–184.
13. **Полянский, Д. Ю.** Система автоматизации управления перевозками на автотранспортных предприятиях / Д. Ю. Полянский, И. Л. Кисин // Конструирование, управление и эксплуатация в транспортном комплексе : монография / под ред. Ю. А. Миккипориса. – Ковров : КГТА, 2006. – С. 4–17.

УДК 621.001.57

И. Г. Епишин, С. М. Жмуркин, В. О. Трилисский

ЭКСПЕРТНАЯ ТЕХНОЛОГИЯ УПРАВЛЕНИЯ РИСКОМ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ И РАЗРАБОТКЕ ОБОРУДОВАНИЯ ДЛЯ ОПАСНЫХ ПРОИЗВОДСТВ

В работе рассматривается экспертная технология обеспечения надежности и безопасности технологического оборудования для опасных производств на этапе разработки рабочей конструкторской документации (РКД). Технология основана на системном применении экспертных процедур и информационной поддержке специализированного интеллектуального интерфейса. Излагаются основные положения технологии, охватывающей разработку графической документации и текстовых документов – расчетов, программ и методик испытаний, инструкций по монтажу и пуску-наладке, руководств по эксплуатации. Показателем соответствия разрабатываемой РКД требованиям надежности и безопасности является критичность требований РКД.

Приведенная технология внедрена на предприятии ОАО НПП «Химмаш-Старт» (г. Пенза) и зарекомендовала себя как эффективное средство повышения производительности и улучшения качества разрабатываемой РКД на головные образцы технологического оборудования.

В работе [1] рассмотрены проблемы разработки головных образцов оборудования для опасных производств (далее по тексту изделия), отмечается актуальность разработки технической документации, приведены инструментальные методы моделирования критичности этапов жизненного цикла (ЖЦ) изделия, используемые при разработке изделия с целью обеспечения его надежности и безопасности.

В настоящей работе предлагается экспертная технология обеспечения надежности и безопасности изделия на наиболее ответственных этапах его ЖЦ – этапах технического проекта (ТП) и разработки рабочей конструкторской документации (РКД). Требования РКД непосредственно исполняются при изготовлении, техническом контроле, испытаниях, монтаже, пуске-наладке и эксплуатации изделия. Поэтому РКД должна быть лишена критических несоответствий, ошибок, которые могут повлечь опасные последствия. В соответствии с ГОСТ 2.102 к РКД изделия относят графические документы, спецификации, текстовые документы, а именно расчеты (РР), программы и методики испытаний (ПМ), инструкции по монтажу и пуску-наладке (ИМ), руководство по эксплуатации (РЭ).

Важно выделить три группы требований РКД, играющих различную роль в обеспечении надежности и безопасности изделия.

Первая группа требований направлена на обеспечение заданных тактико-технических характеристик изделия при изготовлении, монтаже и пуске-наладке (требования функциональных схем, монтажных, сборочных, деталировочных чертежей, расчетов, регулировок).

Вторая группа требований направлена на выявление и устранение возможных дефектов, несоответствий изделия при техническом контроле, испытаниях, пуске-наладке (требования монтажных, сборочных чертежей, программ и методик).

Третья группа требований направлена на предупреждение инцидентов при эксплуатации (требования РЭ).

На рисунке 1 приведена обобщенная функциональная модель традиционного процесса разработки и актуализации РКД.

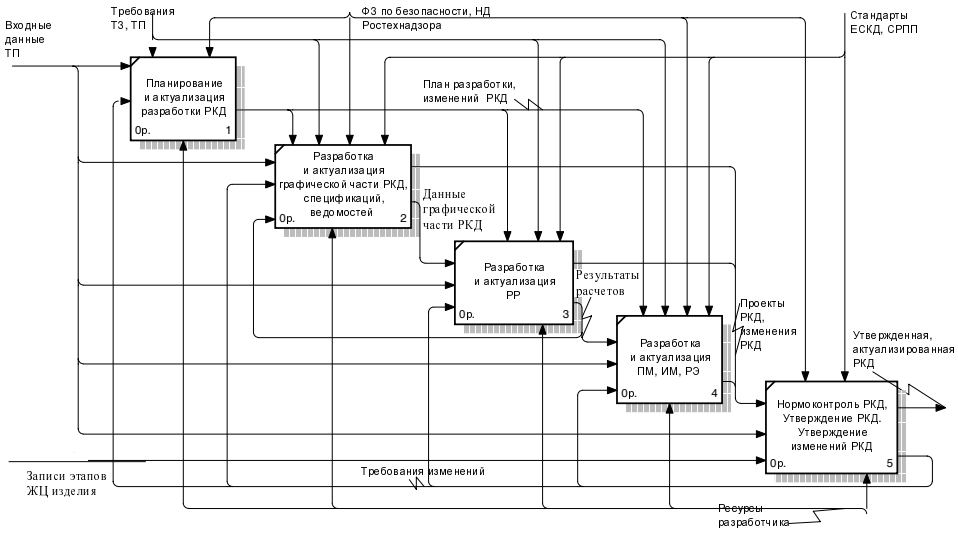


Рис. 1 Традиционная разработка и актуализация РКД

Как показывает функциональная модель разработки и актуализации РКД, чертежи, карты контроля сварных швов и их текстовые разделы являются основой РКД, они определяют требования и исходные данные при разработке ПМ, ИМ, РЭ. Выполнение расчетов и разработка чертежей осуществляются совместно. При этом часть требований чертежей продуцируется в соответствии с результатами расчетов, а другая часть продуцируется разработчиками на основании их опыта и требований нормативной документации. Актуализация РКД проводится на основании записей этапов ЖЦ изделия.

Необходимо отметить характерную проблему традиционного процесса разработки РКД – многократную корректировку отдельных документов в процессе разработки и внесение в них существенных изменений на последующих этапах ЖЦ изделия. Однако, как отмечалось в [1], в условиях ограниченных ресурсов разработчика многократные корректировки документов в процессе разработки и тем более на последующих этапах ЖЦ изделия недопустимы.

В чем же причины традиционной проблемы? Анализ существующих организационных подходов к разработке РКД на многих производственных предприятиях показывает следующие основные причины.

1. Отсутствие системного подхода к управлению разработкой РКД, согласованного с задачами управления риском изделия [2]. Жесткий лимит времени разработки как бы отодвигает эту актуальную задачу на второй план, берет верх традиционная ориентация разработчика на последующую затратную доработку конструкции изделия.

2. Отсутствие обоснованных методов валидации и критериев оценивания качества отдельных документов и РКД в целом. В настоящее время на многих предприятиях оценки качества РКД связывают только с результатами ее нормоконтроля.

3. Отсутствие экспертных методов, инструментальных и информационных средств, обеспечивающих эффективное решение обозначенной проблемы разработки РКД.

Рассмотрим основные положения экспертной технологии управления риском изделия при техническом проектировании и разработке РКД, основанной на моделировании критичности изделия [1] на этапах изготовления, технического контроля, испытаний, монтажа, пуска-наладки и эксплуатации. Для оценивания степени соответствия РКД по аналогии с понятием критичности изделия введем понятие «критичность РКД».

Под критичностью РКД будем понимать риск возникновения инцидентов при эксплуатации изделия, обусловленных несоответствиями и/или ошибками требований РКД, направленных на обеспечение надежности и безопасности изделия.

Основные принципы и требования обеспечения минимальной критичности разрабатываемой РКД заключаются в следующем.

1. РКД должна быть *системной*. Принципами системного подхода к разработке РКД как сложного объекта [3] являются:

– единство функционально-целевых и причинно-следственных отношений;

– последовательность раскрытия неопределенности.

Применительно к разработке РКД системный принцип единства функционально-целевых и причинно-следственных отношений заключается в комплексном использовании функционального моделирования и причинно-следственной информации о критичности изделия в целях создания структурных моделей критичности РКД и подчинения требований документов РКД единой цели – снижению риска эксплуатации изделия.

Принцип последовательного раскрытия неопределенности требует установления строгого порядка последовательного введения необходимой функционально-целевой и причинно-следственной информации, определения круга решаемых задач для каждого этапа разработки.

2. РКД должна быть *полной*, т.е. содержать исчерпывающие требования обеспечения надежности и безопасности изделия на этапах его ЖЦ. В требованиях РКД не должно быть *неопределенностей и пробелов.*

3. РКД должна быть *адекватной и эффективной*, т.е. требования РКД должны точно выражать реализацию требований ТП и с заданной гарантией обеспечивать при допустимых затратах достижение целей управления риском изделия. Требования РКД должны быть практически выполнимыми.

Полнота, адекватность и эффективность требований РКД обусловливают ее минимальную критичность, что должно подтверждаться валидацией процесса разработки РКД. Входными данными валидации являются результаты моделирования критичности изделия [1, 4].

На рисунке 2 представлена функциональная модель процесса моделирования критичности изделия.

Процесс моделирования включает следующие экспертные процедуры.

1. Анализ входных данных ТП. Оценивание категории сложности разработки с учетом ее уровня заимствования (использования элементов прототипов, аналогов). Планирование моделирования критичности изделия на основании оценки категории сложности разработки.

2. Разработка функциональной модели изделия с целью создания информационной среды для последующего построения структурных моделей причинно-следственных связей (ПСС) возможных инцидентов при эксплуатации. Разработка функциональной модели заключается в построении IDEF0 модели процесса «Эксплуатация головного образца технологического оборудования», включающей описание входов, основных функций и выходов процесса.

Разработанная функциональная модель оценивается на адекватность и полноту. Адекватность модели подтверждается полным соответствием (отсутствием противоречий) элементов модели (входов, функций и выходов) процесса эксплуатации изделия требованиям ТП и НД. Достаточность полноты модели подтверждается в том случае, когда добавление любого нового элемента модели является повторением или противоречием существующих элементов модели.

Для входов и выходов функциональной модели, согласно ТП и НД, ставятся требования «какими они должны быть».

3. Построение функциональным (дедуктивным) методом АВПКО [5] структурной модели ПСС возможных инцидентов изделия ($ПСС_1$). Структурная модель $ПСС_1$ предусматривает три иерархических уровня:

I – уровень, элементами которого являются возможные инциденты изделия при эксплуатации;

II – уровень, элементами которого являются возможные несоответствия и отказы составных частей изделия (СЧ), соединений (стыковок) СЧ;

III – уровень, элементами которого являются причины несоответствий и отказов СЧ, соединений (стыковок) СЧ – возможные несоответствия, дефекты конструкций СЧ, стыковок и системы управления изделия.

Информационной основой для построения структурной модели $ПСС_1$ являются функциональная модель изделия и классификаторы:

– разрабатываемого на предприятии технологического оборудования;

– несоответствий, отказов и дефектов технологического оборудования;

– несоответствий, отказов систем управления.

4. Моделирование критичности изделия. Информационной основой моделирования являются структурная модель $ПСС_1$, классификатор возможных последствий инцидентов, классификатор и шкала критичности тяжести последствий инцидентов.

Моделирование критичности изделия проводится согласно определению структуры критичности [1]:

$$C = \sum_i C_i^{\mathrm{I}}\ ,\ C_i^{\mathrm{I}} = \sum_j C_{ij}^{\mathrm{II}}\ ,\ C_{ij}^{\mathrm{II}} = \sum_k C_{ijk}^{\mathrm{III}}\ , \qquad (1)$$

где $C_i^{\mathrm{I}}, C_{ij}^{\mathrm{II}}, C_{ijk}^{\mathrm{III}}$ – значения критичности элементов I, II и III уровней $ПСС_1$.

Моделирование критичности включает:

– моделирование возможных последствий инцидентов при эксплуатации изделия, моделирование осуществляется структурным (индуктивным) методом АВПКО [5];

– оценивание допустимой совокупной критичности изделия C^* по специально разработанной шкале рисков, согласованной с заказчиком;

– распределение критичности изделия C^* по элементам иерархических уровней структурной модели $ПСС_1$ – элементам I, II и III уровней.

Результатом моделирования критичности изделия является распределение допустимых оценок критичности элементов III уровня модели ПСС$_1$ – $C^*(C_{ijk}^{\text{III}})$.

5. Актуализация (если она необходима) классификаторов предприятия, обеспечивающих построение структурных моделей ПСС$_1$ и моделирование критичности изделия.

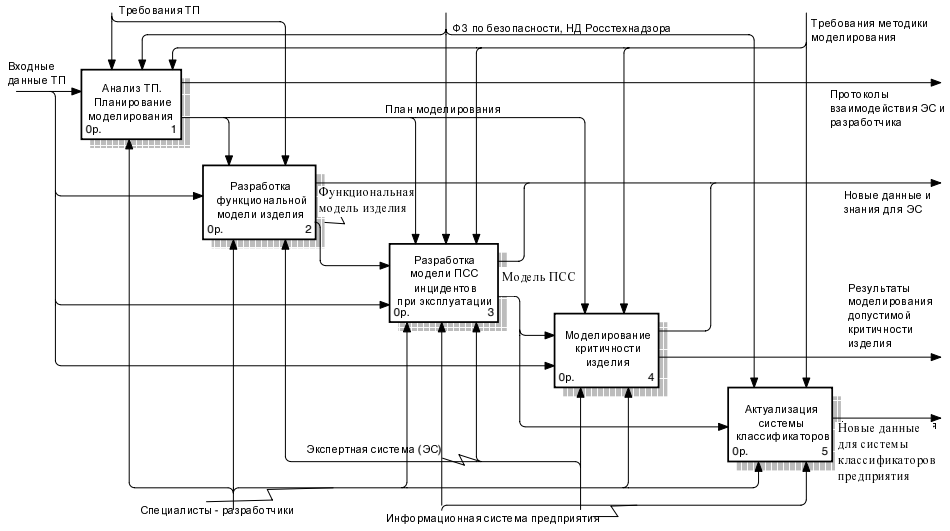


Рис. 2 Моделирование критичности изделия

Процесс последующей разработки и валидации РКД представлен функциональной моделью на рисунке 3.

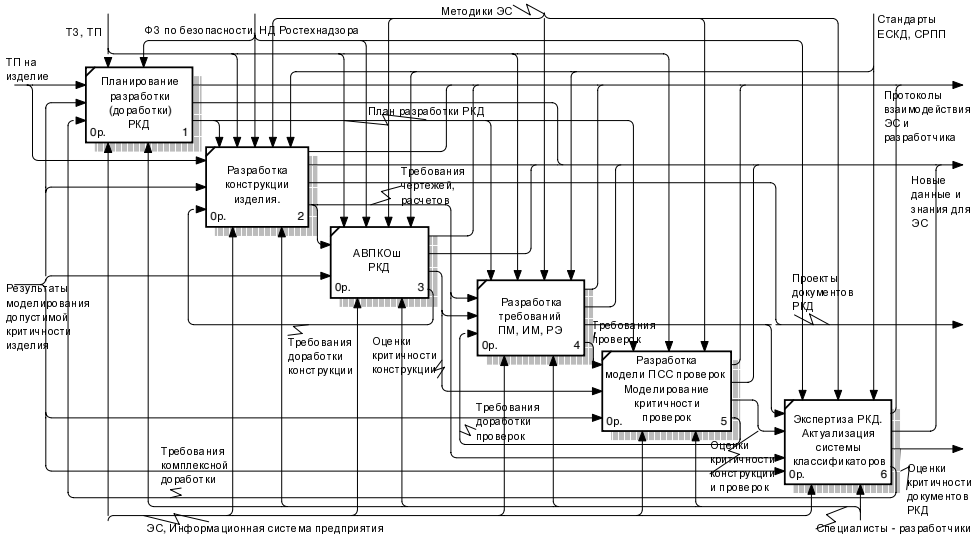


Рис. 3 Разработка и валидация РКД изделия

Процесс включает следующие этапы.

1. Планирование разработки РКД на основании данных ТП и распределения критичности изделия $C^*(C_{ijk}^{\text{III}})$. При планировании в зависимости от

допустимых оценок C_{ijk}^{III} устанавливают требования к валидации отдельных документов РКД (графических документов, ПМ, ИМ, РЭ) с учетом полноты и достоверности расчетов (РР).

По мере разработки РКД требования к валидации уточняются.

2–3. Разработка конструкции изделия проводится с учетом результатов моделирования критичности изделия. Результаты разработки подлежат валидации, предусматривающей выполнение процедуры «Анализа видов, последствий и критичности возможных ошибок РКД» (АВПКОш) [6]. Суть процедуры заключается в выдвижении экспертами гипотез о возникновении различных видов инцидентов, последующем анализе и оценивании полноты, адекватности и эффективности конструкторских решений, направленных на предупреждение причин анализируемых инцидентов. Если требования проектов РКД недостаточны или/и неадекватны, или/и малоэффективны, РКД подлежит целенаправленной доработке. В заключительной части процедуры АВПКОш проводится экспертное оценивание рисков результативности (критичности) требований (при условии, что все требования РКД строго выполняются). Оценивание проводится по специальной шкале критичности требований РКД с учетом оценок достоверности и полноты проведенных расчетов, полноты, адекватности и эффективности принятых конструкторских решений. Оценки критичности не должны превышать предельных допустимых оценок C_{ijk}^{III}, полученных при моделировании критичности изделия. Если отдельные оценки превышают допустимые значения C_{ijk}^{III}, а конструктивные решения исчерпаны, снижение критичности изделия планируется за счет технического контроля, испытаний, мероприятий пуска-наладки и технического обслуживания при эксплуатации.

Информационной основой процедуры АВПКОш является структурная модель ПСС_1, классификатор возможных ошибок РКД и их причин, шкала рисков результативности требований РКД.

4–5. Разработка требований технического контроля, ПМ, ИМ, РЭ предусматривает валидацию, включающую:

– построение структурной модели ПСС возможных пропусков несоответствий, дефектов изделия при осуществлении операций технического контроля, испытаний, пуска-наладки, эксплуатации изделия (далее модель ПСС_2 ошибок второго рода);

– моделирование и анализ критичности ошибок второго рода;

– выработку (если необходимо) специальных мер по обеспечению надежности, безопасности изделия при техническом контроле, испытаниях, пуске-наладке и эксплуатации изделия.

При построении структурной модели ПСС_2 к причинам ошибок второго рода относят возможные несоответствия, ошибки РКД, технического контроля, испытаний, пусконаладочных работ и эксплуатации изделия. Информационной основой построения структурных моделей ПСС_2 являются функциональная модель изделия, классификаторы видов несоответствий и ошибок РКД, технического контроля, испытаний, пусконаладочных работ и эксплуатации технологического оборудования.

Информационной основой для построения структурной модели ПСС$_2$ являются структурная модель ПСС$_1$, распределение критичности изделия $C^*(C_{ijk}^{\text{III}})$, классификаторы несоответствий, ошибок типовых операций технического контроля, испытаний, пуска-наладки и эксплуатации изделия.

Оценивание критичности m-причины (π_m) ошибки второго рода l-го вида ω_l, допущенной на n-й ступени проверок несоответствия или дефекта вида π_{ijk}, проводится по формуле

$$C_{lmn}^{ijk} = C_{ijk}^{\text{III}} \cdot \mu_{\underline{R}}(\pi_m, \omega_l, \pi_{ijk}) \cdot \beta_l^n(\pi_{ijk}),$$

где $\mu_{\underline{R}}(\pi_m, \omega_l, \pi_{ijk})$ – значение функции принадлежности определяет, с какой степенью уверенности, выраженной в долях единицы, π_m считается причиной возникновения ошибки вида ω_l при проверке несоответствия или дефекта вида π_{ijk}; $\beta_l^n(\pi_{ijk})$ – оценка вероятности ошибки второго рода l-го вида ω_l, допущенной на n-й ступени проверок несоответствия или дефекта вида π_{ijk}:

$$\beta_l^n(\pi_{ijk}) = \prod_{p=1}^{n} \beta_l^p(\pi_{ijk}),$$

где $\beta_l^p(\pi_{ijk})$ – оценка вероятности возникновения ошибки второго рода l-го вида ω_l на p-й ступени проверок π_{ijk}, $1 \le p \le n$.

Результатами моделирования являются оценки критичности возможных несоответствий и ошибок технического контроля, испытаний, пусконаладочных работ, эксплуатации.

Информационной основой моделирования являются структурная модель ПСС$_2$, распределение критичности изделия $C^*(C_{ijk}^{\text{III}})$, классификатор несоответствий, ошибок проверок и их причин.

6. Экспертиза РКД предусматривает выполнение следующих процедур:

6.1 Проведение комплексного анализа разрабатываемых документов на полноту, адекватность и эффективность требований. Полнота комплекса требований оценивается экспертами по результатам анализа требований обязательных НД, а также по результатам проведения процедур «ситуационного моделирования» или/и «мозгового штурма». При этом отклоняются требования, которые являются невыполнимыми по тем или иным объективным причинам. При анализе требований методик ПМ РЭ проводится их «имитационное моделирование» с последующей оценкой адекватности и завершенности процедур методик, а также их соответствия требованиям логики.

В результате анализа могут быть установлены новые дополнительные требования, которые учитывают при доработке РКД. Достаточность комплекса требований констатируется экспертами как достижение состояния насыщения.

Информационной основой анализа являются результаты решения предыдущих задач разработки, а именно:

– функциональная модель IDEF0 изделия;

– оценки критичности возможных несоответствий и дефектов конструкций СЧ, соединений (стыковок) СЧ;

– оценки критичности возможных несоответствий и ошибок при проведении технического контроля, испытаний, пусконаладочных работ, эксплуатации;

– классификаторы видов типовых несоответствий и ошибок РКД, ИМ, ПМ, РЭ.

6.2 Оценивание эффективности каждого комплекса требований T_{ijk}, направленного на предупреждение несоответствия или дефекта вида π_{ijk}, проводится по формуле

$$Э_{ijk} = C_{ijk}^{III} \cdot P(\pi_{ijk} / T_{ijk}) \cdot P(T_{ijk} / З_{ijk}) \cdot / З_{ijk},$$

где $P(\pi_{ijk} / T_{ijk}), P(T_{ijk} / З_{ijk})$ – соответственно экспертная оценка условной вероятности предотвращения несоответствия или дефекта вида π_{ijk} при условии выполнения комплекса требований T_{ijk} и экспертная оценка вероятности выполнения комплекса требований T_{ijk} при затратах $З_{ijk}$.

Критичность комплекса требований T_{ijk} оценивается по формуле

$$C(T_{ijk}) = C_{ijk}^{III} \cdot (1 - P(\pi_{ijk} / T_{ijk}) \cdot P(T_{ijk} / З_{ijk})).$$

6.3 Оценивание эффективности каждого комплекса требований T_{lmn}, направленного на предупреждение *m*-причины ошибки второго рода *l*-го вида, допущенной на *n*-й ступени проверок π_{ijk}, проводится по формуле

$$Э_{lmn}^{ijk} = C_{ijk}^{III} \cdot \beta_l^n (\pi_{ijk} / T_{lmn}) \cdot P(T_{lmn} / З_{lmn}) / З_{lmn}.$$

Результатами оценивания являются оценки эффективности и критичности требований разрабатываемой РКД. Качество разработанных документов считается удовлетворительным, если оценки их критичности не превышают установленную предельно допустимую величину. Если оценки критичности отдельных комплексов требований неудовлетворительны, то РКД целенаправленно дорабатывается в части наиболее неэффективных и критичных комплексов требований.

6.4 Актуализация (если она необходима) классификаторов предприятия, обеспечивающих построение структурных моделей $ПСС_2$ и моделирование критичности проверок.

Шкалы для оценивания эффективности и критичности РКД уточняются в соответствии с актуализацией РКД на последующих этапах ЖЦ изделия.

С целью эффективного применения изложенной технологии, повышения качества и производительности разработки РКД на предприятии ОАО НПП «Химмаш-Старт» внедрена прикладная экспертная система (ЭС).

Согласно функциональным моделям процессов моделирования и разработки (рис. 2, 3) рассмотрим основные функции ЭС.

При осуществлении процессов моделирования и разработки ЭС выполняет следующие функции:

а) продуцирование знаний в части:

– классификации изделий;

– требований нормативной документации к обеспечению надежности, стойкости и безопасности изделия на этапах разработки РКД, изготовлении, контроля, испытаний, пуска-наладки и эксплуатации;

– требований нормативной документации к содержанию и оформлению текстовой РКД;

– классификации видов несоответствий, отказов конструкций изделий (узлов, деталей), их причин;

– классификации последствий несоответствий, отказов изделий и оценок соответствующих рисков;

– классификации видов несоответствий, ошибок на этапах жизненного цикла изделия (при разработке РКД, изготовлении, контроле, испытаниях, пуске-наладке, эксплуатации) и их причин;

– классификации видов несоответствий, ошибок при разработке РКД;

– методик процесса и области их применения;

– организации проведения экспертных процедур;

б) поиск и представление информации (данных):

– о существующих изделиях – предполагаемых аналогах;

– о несоответствиях, отказах, дефектах, ошибках, имевших место при разработке РКД, изготовлении, контроле, испытаниях, пуске-наладке и эксплуатации изделия, их причинах и последствиях;

– о несоответствиях, ошибках, имевших место при разработке РКД на изделие, их причинах и последствиях;

в) моделирование критичности этапов ЖЦ изделия, оценивание критичности требований РКД;

г) организация диалогового режима работы пользователей ЭС;

д) работа с базой данных информационной системы предприятия.

Входы процессов, преобразуемые в выходы процессов.

Информация от специалистов-разработчиков включает:

– ответы на вопросы ЭС, подлежащие обработке;

– дополнительные данные (по инициативе разработчиков или/и по требованию ЭС) при выполнении отдельных процедур разработки;

– решения, принимаемые разработчиками при выполнении отдельных процедур и подлежащие обработке.

ТП на изделие предоставляет данные об изделии в соответствии с требованиями ГОСТ 2.102.

Информация от ЭС включает:

– ответы на вопросы разработчика, подлежащие анализу со стороны разработчика;

– дополнительные данные для анализа со стороны разработчика (по инициативе разработчиков или/и ЭС) при выполнении отдельных процедур разработки;

– решения, принимаемые ЭС при выполнении отдельных процедур и подлежащие анализу – утверждению со стороны разработчика.

В настоящее время данная технология внедрена на предприятии ОАО НПП «Химмаш-Старт» в виде требований стандарта предприятия «Управление РКД» и интегрированной информационной системы предприятия, включающей ЭС. Внедрение технологии дает предприятию возможность опера-

тивно и качественно выполнять большой объем заказов на разработку оборудования для опасных химических производств.

Список литературы

1. **Епишин, И. Г.** Моделирование критичности этапов жизненного цикла технологического оборудования специального назначения / И. Г. Епишин // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. – 2007. – № 3. – (Технические науки).
2. ГОСТ Р 51901-2002. Управление надежностью. Анализ риска технологических систем. – М. : Изд-во стандартов, 2002.
3. Имитационное моделирование производственных систем / под общ. ред. А. А. Вавилова. – М. Машиностроение ; Берлин : Техника, 1983. – 416 с.
4. **Епишин, И. Г.** Методология разработки технической документации технологического оборудования для уничтожения химических боеприпасов / И. Г. Епишин, С. М. Жмуркин, Ф. Ф. Тихонов, В. О. Трилисский // Современные технологии безопасности. – 2006. – № 3–4. – С. 23–27.
5. ГОСТ 27.310-95. Надежность в технике. Анализ видов, последствий и критичности отказов. Основные положения. – М. : Изд-во стандартов, 1996.
6. **Епишин, И. Г.** Методика анализов видов и последствий ошибок в рабочей конструкторской документации / И. Г. Епишин // Сборка в машиностроении, приборостроении. – 2002. – № 4. – С. 34–35.

УДК 621.747

О. Н. Голотенков, А. К. Лифанов, А. И. Антонов

ИНЖЕНЕРНАЯ МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ РАБОТЫ ВИБРАЦИОННОЙ ВЫБИВНОЙ МАШИНЫ

Рассматривается процесс разрушения стержней при их удалении из отливок вибрационным способом. Разработана приближенная математическая модель, которая позволила создать инженерную методику расчета параметров работы машины. Аналитические зависимости, которые лежат в основе предлагаемой инженерной методики расчета, легко рассчитываются и обладают физической наглядностью, что позволит технологу избрать правильное направление при рациональном выборе параметров.

Одно из важнейших требований в работе вибромашины по выбивке стержней из отливок – минимальные энергозатраты. Это требование выполняется при выборе рациональных параметров: амплитуды и частоты электромагнитной силы, величины хода бойка, жесткости буферной пружины и т.д.

При нормальной работе вибромашины должны обеспечиваться:

– постоянство скорости и интервалов между соударениями бойка с ударником (синхронность);

– удары стержня об отливку при наличии любых зазоров между стержнем и отливкой;

– получение напряжений в стержне при взаимодействии его с отливкой, превышающих остаточную прочность напряжения.

В связи с этим представляется важной в настоящее время разработка математической модели работы вибромашины.

Аналитические зависимости, которые лежат в основе предлагаемой методики расчета, легко рассчитываются и, кроме того, они обладают физической наглядностью, что при необходимости позволит технологу выбрать правильное направление при рациональном выборе параметров.

При этом были приняты следующие допущения:

– пренебрегаем трением между стержнем и отливкой;

– боек и ударник считаем абсолютно твердыми телами;

– применяем классическую теорию удара при взаимодействии бойка с ударником;

– отливку и стержень считаем упругими телами, при их взаимодействии применяются положения классической теории упругости.

Работа вибромашины представляет собой совокупность нескольких взаимосвязанных процессов. Поэтому решение поставленной задачи разбивается на этапы.

Первый этап – взаимодействие бойка с ударником. На этом этапе должны быть выполнены следующие требования:

– синхронность;

– достижение максимальной скорости соударения.

Движение бойка ограничено ударником справа и ограничителем слева (рис. 1). Движение бойка происходит под действием электромагнитной силы, которая является одним из основных параметров вибратора.

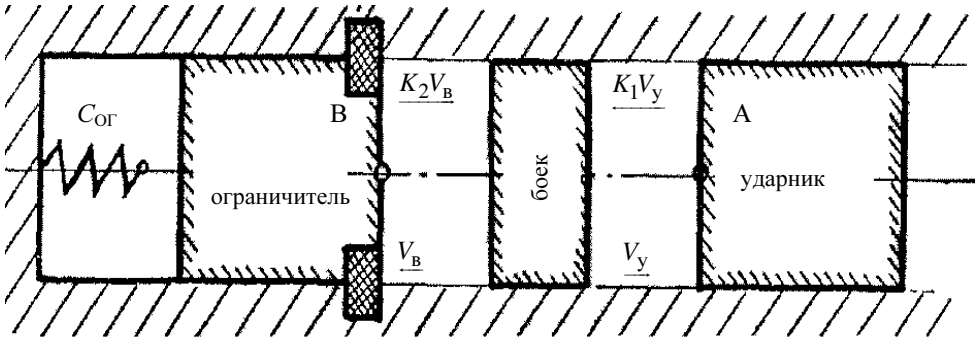


Рис. 1

Исследования динамического поведения системы «боек–ограничитель» на основе дифференциальных уравнений движения и основ классической теории удара [1] позволяют дать аналитические зависимости параметров данной системы:

– длина пробега бойка

$$L = \frac{2\pi F_2 (1+K)}{m_б v^2 (1-K)}; \tag{1}$$

– скорость соударения

$$V_у = \frac{2F_э}{m_б v (1-K)}, \tag{2}$$

– период ударного воздействия бойка на ударник

$$T_{уд} = 2t_{AB} = \frac{(2n+1)2\pi}{v}, \tag{3}$$

где $F_э$ – амплитуда электромагнитной силы; v – частота электромагнитной силы; K – коэффициент восстановления при ударе; $m_б$ – масса бойка.

Для обеспечения скорости соударения $V_у$ предложены следующие рекомендации по практической реализации:

1) импульсное (ударное) воздействие с импульсом $S = \dfrac{2F_э K}{v(1-K)}$;

2) предварительное поджатие пружины ограничителя.

Второй этап в решении поставленной задачи заключается в исследовании взаимодействия тел системы «ударник–отливка–основание».

Согласно классической теории удара, скорость ударника после соударения с бойком

$$U_{уд} = \frac{m_б V_у (1+K)}{m_б + m_у}, \tag{4}$$

а скорость отливки после взаимодействия ее с ударником зависит от схемы связи тел системы «отливка–основание».

Рассмотрим две схемы взаимодействия отливки с основанием.

1. Отливка связана с основанием буферной пружины, жесткость которой мала по сравнению с жесткостью контакта «ударник–отливка» (рис. 2). Тогда скорость отливки после ее взаимодействия с ударником

$$U_{\text{о}} = \frac{m_{\text{у}} V_{\text{уд}} (1 + K_{\text{у}})}{m_{\text{у}} + m_{\text{о}}}, \tag{5}$$

где $K_{\text{у}}$ – коэффициент восстановления скорости ударника при взаимодействии его с отливкой; $m_{\text{о}}$ – масса отливки.

Или, учитывая (4), получим

$$U_{\text{о}} = \frac{m_{\text{у}} m_{\text{б}} (1 + K)(1 + K_{\text{у}})}{(m_{\text{у}} + m_{\text{о}})(m_{\text{б}} + m_{\text{у}})} V_{\text{у}}. \tag{6}$$

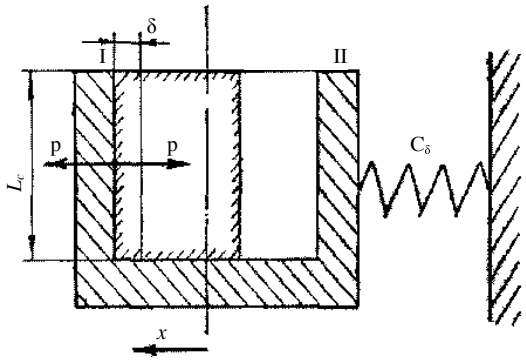


Рис. 2

Скорость центра масс системы «ударник–отливка» после соударений

$$U = \frac{m_{\text{у}} U_{\text{уд}} + m_{\text{о}} U_{\text{о}}}{m_{\text{у}} + m_{\text{о}}} = \frac{m_{\text{у}} m_{\text{б}} (1 + K)[m_{\text{у}} + m_{\text{о}}(2 + K_{\text{у}})]}{(m_{\text{у}} + m_{\text{о}})^2 (m_{\text{б}} + m_{\text{у}})} V_{\text{у}}.$$

Дифференциальное уравнение движения системы «ударник–отливка»

$$(m_y + m_0)\ddot{x} + c_{\text{б}} x = 0 \text{ или } \ddot{x} + w^2 x = 0,$$

где $c_{\text{б}}$ – жесткость буферной пружины; $\varpi = \sqrt{\dfrac{c_{\text{б}}}{m_{\text{у}} + m_{\text{о}}}}$ – частота собственных колебаний системы «ударник–отливка».

Решение данного дифференциального уравнения с учетом начальных условий $x_0 = 0$, $\dot{x}_0 = U$ имеет вид

$$x = \frac{U}{\varpi} \sin \varpi t. \tag{7}$$

Взаимодействие ударника с отливкой моделируем упругим взаимодействием двух тел с контактной жесткостью:

$$c_{\text{к}} = \frac{E_{\text{отл}} J}{0{,}149 R^3},$$

где $E_{отл}$ – модуль упругости отливки; $J = \dfrac{\pi(R^4 - R_{отл}^4)}{4}$ – момент инерции поперечного сечения отливки; R, $R_{отл}$ – внешний и внутренний радиус отливки.

Сила взаимодействия между отливкой и ударником

$$F_{уд} = -m_у \ddot{x} = m_у wU \sin wt,$$

а деформация отливки

$$\delta = \frac{F_{уд}}{c_к} = \frac{m_у \varpi U}{c_к} \sin \varpi t = \frac{\gamma^2 U}{\varpi} \sin \varpi t,$$

где $\varpi_к = \sqrt{\dfrac{c_к}{m_у}}$ – собственная частота изменения деформации отливки; $\gamma = \dfrac{\varpi}{\varpi_к}$.

Максимальное значение деформации $\delta_{max} = \dfrac{\gamma^2 U}{\varpi}$ при $\gamma << 1$ является достаточно малым. Это позволяет сделать вывод о том, что на первоначальном этапе разрушения стержня схема взаимодействия отливки с основанием должна быть жесткой.

2. При жесткой связи отливки с основанием процесс деформации описывается дифференциальным уравнением $\ddot{\delta} + \varpi_к^2 \delta = 0$ с начальными условиями при $\delta = 0$; $\dot{\delta}_0 = U_{уд}$.

Решение этого дифференциального уравнения $\delta = \dfrac{U_{уд}}{\varpi_к} \sin \varpi_к t$.

Максимальное значение деформации $\delta_{max} = \dfrac{U_{уд}}{\varpi_к} = \dfrac{\gamma U_{уд}}{\varpi}$, что значительно больше, чем в предыдущем случае. Этим подтверждается необходимость жесткой связи отливки с основанием на первом этапе разрушения.

Третий этап – исследование возможности разрушения стержня на первоначальной стадии. Расчет напряжений в стержне проводим не по максимальному значению деформации, а по среднему значению за время взаимодействия ударника с отливкой

$$\delta_{ср} = \frac{\varpi_к}{\pi} \int_0^{\frac{\pi n}{\varpi_к}} \delta dt = \alpha_{ср} V_у, \qquad (8)$$

где $\alpha_{ср} = \dfrac{2m_б(1+K)}{\pi \varpi_к (m_б + m_у)}$, $V_у$ – скорость соударения бойка об ударник.

По второй теории прочности расчетное напряжение в точках стержня (рис. 3)

$$\sigma_{расч} = \sigma[p^2(1 - \mu_{ст})\cos 2\theta - (1 + \mu_{ст})(p^2 - 1)], \qquad (9)$$

где $\sigma = \dfrac{3E_{ст}\delta_{ср}}{R(3+\mu_{ст})}$ – величина напряжения, действующего на поверхности стержня в точке взаимодействия с ударником; $p = \dfrac{r}{R}$; r, θ – полярные координаты, определяющие положение точки стержня; $E_{ст}$ – модуль упругости материала стержня; $\mu_{ст}$ – коэффициент Пуассона материала стержня.

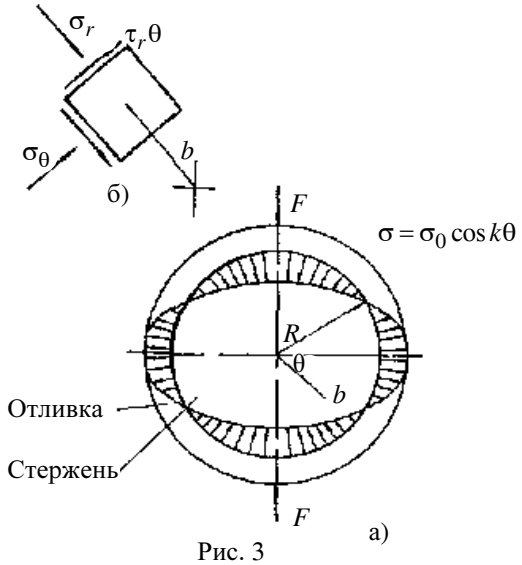


Рис. 3

Если выражение в квадратных скобках положительное, то в данных точках процесс сжатия, в противном случае – процесс растяжения. Следовательно, уравнение

$$p^2(1 - \mu_{ст})\cos 2\theta - (1 + \mu_{ст})(p^2 - 1) = 0 \qquad (10)$$

определяет границу зон возможного сжатия и растяжения.

Для определения этой границы перейдем к декартовым координатам (рис. 4) $x = r \sin\theta$, $y = \cos\theta$.

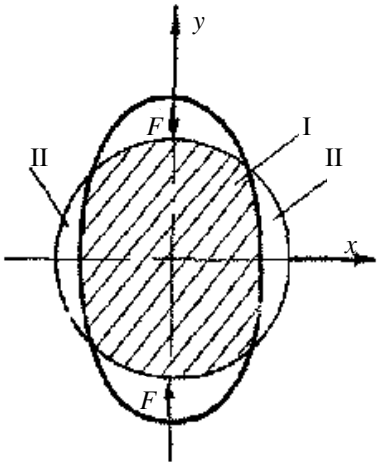


Рис. 4

Тогда уравнение (10) принимает вид $x^2 \big/ a_x^2 + y^2 \big/ a_y^2 = 1$, что определяет эллипс с полуосями a_x и a_y:

$$a_x = R\sqrt{\frac{1+\mu_{ст}}{2}}\,;\, a_y = R\sqrt{\frac{1+\mu_{ст}}{2\mu_{ст}}}\,.$$

Так как $\mu_{ст} < 1$, то $a_x < R$, $a_y > R$, то в стержне всегда существуют зоны растяжения I и сжатия II (рис. 4).

Расчетное напряжение в точке силового действия определяется из (9) при $p = 1$ и $\theta = 0$: $\sigma_{расч} = (1 - \mu_{ст})\sigma$.

Из условия разрушения стержня $a_{расч} \geq [a_{ост}]$ определяется минимально возможная скорость соударения бойка с ударником:

$$V_у \geq [V_у]_{min}, \tag{11}$$

где $[V_у]_{min} = \dfrac{[\sigma_{ост}]R(3+\mu_{ст})}{3E_{ст}\alpha_{ср}(1-\mu_{ст})}$.

Как следует из вышеизложенного, чем больше скорость соударения $V_у$, тем больше объем возможного разрушения стержня. Но увеличение скорости $V_у$ может привести к разрушению самой отливки. Следовательно, требуется определить верхнюю границу возможных значений $V_у$.

Согласно теории контактных напряжений, максимальное напряжение в отливке (рис. 5) $\sigma_{max} = \dfrac{(F_{уд})_{max}}{\pi R \nu_1 l_p}$, где $(F_{уд})_{max} = c_к\delta_{max} = \sqrt{mcU_{уд}}$ – максимальная сила взаимодействия между ударником и отливкой; l_p – длина рабочей части взаимодействия ударника и отливки;

$$\nu_1 = \nu_у + \nu_{отл};\ \nu_у = \frac{1-\mu_у^2}{E_у}\,;\ \nu_{отл} = \frac{1-\mu_{отл}^2}{E_{отл}}\,,$$

где $\mu_у$, $\mu_{отл}$ – коэффициенты Пуассона материалов ударника и отливки; $E_у$, $E_{отл}$ – модули упругости материалов ударника и отливки.

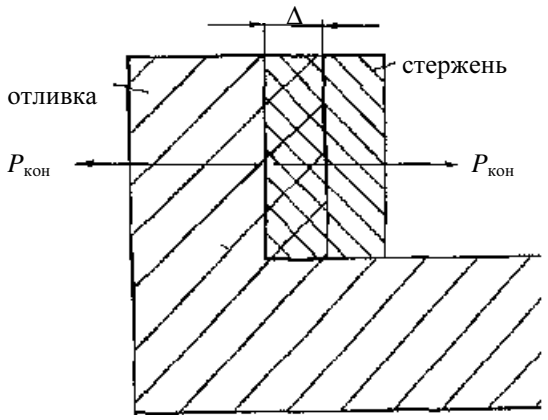


Рис. 5

Из условия прочности $\sigma_{max} \le [\sigma]_{отл}$, где $[\sigma]_{отл}$ – допускаемое напряжение для материала отливки, получим

$$V_у \le [V_у]_{max}, \tag{12}$$

где $[V_у]_{max} = \dfrac{\pi R \nu_1 l_p [\sigma]^2_{отл}}{\alpha_{уд}\sqrt{m_у c_к}}$; $\alpha_{уд} = \dfrac{m_б(1+K)}{m_б + m_у}$.

Сопоставляя (11) и (12), получим диапазон возможных значений скорости соударения бойка с ударником

$$[V_у]_{min} \le V_у \le [V_у]_{max}. \tag{13}$$

Данный диапазон возможных значений $V_у$ обеспечивает первоначальный процесс разрушения стержня. Но образование зазора между стержнем и отливкой и необходимость введения буферной пружины могут изменить границы изменения величины $V_у$, определяемой условием (13). Поэтому возникает необходимость в решении задачи о взаимодействии стержня с отливкой с учетом образовавшегося зазора.

Четвертый этап – контактное взаимодействие стержня с отливкой. На этапе взаимодействия стержня с отливкой будем исходить из предположения, что на данные тела действует только ударная сила P, которая значительно больше всех остальных сил (восстанавливающей силы пружины, силы трения и т.д.) (рис. 2).

На основе дифференциального уравнения движения системы «стержень–отливка» и положений теории контактного взаимодействия тел [2] можно получить зависимости для значений контактных напряжений:

– максимальное напряжение на поверхности контакта $\sigma_{max} = \dfrac{2P}{\pi l_p b}$;

– среднее напряжение на площадке контакта

$$\sigma_{ср} = \frac{P}{\pi l_p b}, \tag{14}$$

где $b = 2\sqrt{\dfrac{P\vartheta R_{отл} R_{ст}}{\Delta}}$ – полуширина полоски контакта; $R_{отл}, R_{ст}$ – радиусы отливки и стержня; Δ – зазор между стержнем и отливкой.

Анализ приведенной зависимости показывает, что для более эффективного процесса разрушения стержня, при котором захватывается максимальный объем в зоне контакта, следует создавать условия, приводящие к увеличению контактной силы, а следовательно, и скорости соударения стержня с отливкой.

Минимальная допустимая скорость соударения стержня с отливкой определяется из условия, что среднее напряжение на поверхности контакта должно превосходить остаточную прочность стержня

$$\sigma_{ср} \ge [\sigma_{ост}]. \tag{15}$$

Переходя в зависимости (14) к безразмерным параметрам, получим

$$\bar{\sigma}_{ср} \ge \sqrt{\bar{P}}, \tag{16}$$

где $\bar{\sigma}_{\text{ср}} = \dfrac{\sigma_{\text{ср}}}{\sigma^*}$; $\sigma^* = \dfrac{\Delta}{4\vartheta l\sqrt{R_{\text{отл}}R_{\text{ст}}}}$.

Тогда условие (15) будет иметь вид $\bar{\sigma}_{\text{ср}} \geq [\bar{\sigma}]$, или, с учетом (16),

$$\bar{P} \geq \bar{q}\,, \tag{17}$$

где $\bar{q} = [\bar{\sigma}]^2$; $[\bar{\sigma}] = \dfrac{[\sigma_{\text{ост}}]}{\sigma^*}$.

Интегрированием уравнения локальных деформаций и с учетом неравенства (17) получим

$$V_{\text{у}} \geq [V_{\text{у}}]_{\min}\,, \tag{18}$$

где $[V_{\text{у}}]_{\min} = \Delta\sqrt{\dfrac{2I(\bar{q})}{m\vartheta}}$ – минимальная допустимая скорость соударения стержня с отливкой.

Максимальная допустимая скорость соударения стержня с отливкой определяется из условия прочности для отливки $\sigma_{\max} \leq [\sigma]_{\text{отл}}$. Учитывая выражение для $\sigma_{\max}$, получим $V_{\text{у}} \leq [V_{\text{у}}]_{\max}$, где $[V_{\text{у}}]_{\max} = \Delta\sqrt{\dfrac{2I(\bar{\bar{q}})}{m\vartheta}}$; $\bar{\bar{q}} = [\bar{\bar{\sigma}}]^2$; $[\bar{\bar{\sigma}}] = \dfrac{[\sigma]_{\text{отл}}}{\sigma^*_{\text{отл}}}$; $\sigma^*_{\text{отл}} = \dfrac{\Delta}{\pi l\vartheta\sqrt{R_{\text{отл}}R_{\text{ст}}}}$.

Таким образом, ограничение на скорость соударения стержня с отливкой имеет вид

$$[V_{\text{у}}]_{\min} \leq V_{\text{у}} \leq [V_{\text{у}}]_{\max}\,. \tag{19}$$

Для того чтобы произошло взаимодействие стержня с отливкой, необходимо обеспечить выбор зазора между ними, а это непосредственно связано с силовым воздействием ударника на отливку и, следовательно, со скоростью соударения $V_{\text{у}}$ бойка с ударником.

На этапе выбора зазора будем учитывать восстанавливающую силу пружины и импульсивное действие ударника на отливку.

Пусть $T_{\text{у}}$ – период импульсивного воздействия ударника на отливку, а Λ – ударный импульс этого взаимодействия, определяемый согласно (6) по зависимости

$$\Lambda = m_{\text{о}}U_{\text{о}} = \alpha_{\text{о}}V_{\text{у}}\,, \tag{20}$$

где $\alpha_{\text{о}} = \dfrac{m_{\text{б}}m_{\text{у}}m_{\text{о}}(1+K_{\text{б}})(1+K_{\text{у}})}{(m_{\text{о}}+m_{\text{у}})(m_{\text{б}}+m_{\text{у}})}$.

За обобщенные координаты системы «стержень–отливка» возьмем x – перемещение отливки; y – перемещение стержня относительно отливки (рис. 6). Тогда дифференциальные уравнения движения системы будут иметь вид

$$\begin{cases} m_{\text{о}}\ddot{x} + c_{\text{б}}x = -\sum_{i=1}^{l} \Lambda\delta[t-(i-1)T_{\text{у}}], \\ m_{\text{с}}(\ddot{x}+\ddot{y}) = 0 \end{cases}$$

при $(l-1)T_{\text{у}} \le t < lT_{\text{у}}$, где c – жесткость пружины; $l = \text{int}\left(\frac{t}{T_{\text{у}}}\right)+1$ – число ударов ударника об отливку за время t; $\delta(t)$ – импульсивная функция (дельта-функция Дирака); int означает целую часть числа.

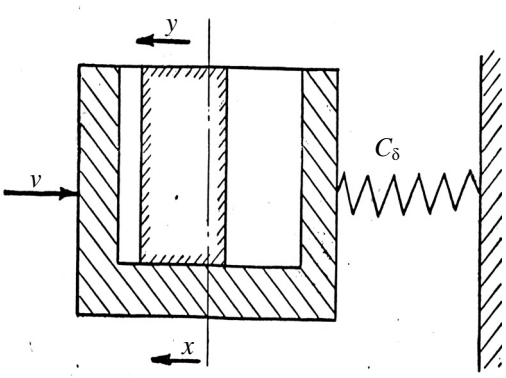


Рис. 6

С учетом нулевых начальных условий решение дифференциальных уравнений представляется в виде

$$y = \frac{\Lambda}{m_{\text{о}}V_{\text{о}}}\sum_{i=1}^{l}\sin\left\{\omega_{\text{о}}[t-(i-1)T_{\text{у}}]\right\} = \frac{\Lambda}{m_{\text{о}}\vartheta_{\text{о}}}\frac{\sin\frac{l\omega_{\text{о}}T_{\text{у}}}{2}}{\sin\frac{\omega_{\text{о}}T_{\text{у}}}{2}}\sin\left[\omega_{\text{о}}t - \frac{(l-1)\omega_{\text{о}}T_{\text{у}}}{2}\right]$$

при $(l-1)T_{\text{у}} \le t < lT_{\text{у}}$, где $\omega_{\text{о}} = \sqrt{\frac{c}{m_o}}$ – частота собственных колебаний отливки.

Скорость движения стержня относительно отливки для того же промежутка времени

$$(n-1)T_{\text{у}} \le t < nT_{\text{у}},$$

$$V = \dot{y} = \frac{\Lambda}{m_o}\frac{\sin\frac{l\omega_o T_{\text{у}}}{2}}{\sin\frac{\omega_o T_{\text{у}}}{2}}\cos\left[\omega_{\text{о}}t - \frac{(l-1)\omega_{\text{о}}T_{\text{у}}}{2}\right].$$

Для обеспечения синхронности ударного воздействия на отливку необходимо, чтобы период импульсивного воздействия ударника был равен половине периода собственных колебаний системы «отливка–пружина»

$$T_{\text{у}} = \frac{T_{\text{о}}}{2}. \qquad (21)$$

Учитывая (3) и зависимость периода $T_{\text{о}}$ от жесткости пружины

$$T_{\text{о}} = \frac{2\pi}{\omega_{\text{о}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m_{\text{о}}}{c}},$$

получим связь между частотой электромагнитной силы и жесткостью

$$c = \frac{m_{\text{о}}}{4(2n+1)^2}\upsilon^2. \tag{22}$$

С учетом условия (22) решение на интервале $(n-1)T_{\text{у}} \le t < nT_{\text{у}}$ будет иметь вид

$$y = \frac{\Lambda}{m_{\text{о}}\omega_{\text{о}}}\sin\frac{l\pi}{2}\sin\left[\omega_{\text{о}}t - \frac{(l-1)\pi}{2}\right]; \tag{23}$$

$$V = \frac{\Lambda}{m_{\text{о}}}\sin\frac{l\pi}{2}\cos\left[\omega_{\text{о}}t - \frac{(l-1)\pi}{2}\right]. \tag{24}$$

Из уравнений (23) и (24) следует

$$y^2 + \left(\frac{V}{\omega_{\text{о}}}\right)^2 = \frac{\Lambda^2}{m_{\text{о}}^2\omega_{\text{о}}^2}\sin^2\frac{l\pi}{2}. \tag{25}$$

Как следует из уравнения (23), максимальное значение амплитуды колебаний стержня относительно отливки $a = \dfrac{\Lambda}{m_{\text{о}}\omega_{\text{о}}}$ и достигается оно после первого соударения.

Следовательно, при $l = 1$ уравнение (25) будет иметь вид

$$y^2 + \left(\frac{V}{\omega_{\text{о}}}\right)^2 = \frac{\Lambda^2}{m_{\text{о}}^2\omega_{\text{о}}^2}. \tag{26}$$

При выборе зазора $(|y| = \Delta)$ из выражения (26) определим скорость соударения стержня с отливкой

$$V_{\text{у}} = \omega_{\text{о}}\sqrt{\frac{\Lambda^2}{m_{\text{о}}^2\omega_{\text{о}}^2} - \Delta^2} = \sqrt{\frac{\Lambda^2}{m_{\text{о}}^2} - \frac{c\Delta^2}{m_{\text{о}}}}. \tag{27}$$

Из выражения (27) с учетом условия (19) получим ограничение для ударного импульса

$$\Lambda_{1(\Delta)} \le \Lambda \le \Lambda_{2(\Delta)},$$

где $\Lambda_{1(\Delta)} = \sqrt{m_{\text{о}}c\Delta^2 + m_{\text{о}}^2[V_{\text{у}}]_{\min}^2}$, $\Lambda_{2(\Delta)} = \sqrt{m_{\text{о}}c\Delta^2 + m_{\text{о}}^2[V_{\text{у}}]_{\max}^2}$.

Анализ данного ограничения показывает, что область возможных значений параметров $\Lambda_{1(\Delta)}$ и $\Lambda_{2(\Delta)}$ зависит от величины зазора Δ.

При помощи выражения (21) можно получить ограничение на скорость удара бойка об ударник

$$V_{1(\Delta)} \le V_y \le V_{2(\Delta)}, \tag{28}$$

где $V_{1(\Delta)} = \dfrac{\Lambda_{1(\Delta)}}{\alpha_o}$; $V_{2(\Delta)} = \dfrac{\Lambda_{2(\Delta)}}{\alpha_o}$.

Чтобы обеспечить весь процесс работы вибромашины, области возможных значений V_y, определяемые условиями (13) и (28), должны быть непротиворечивыми, т.е. должны перекрываться, а это выполняется при следующих условиях:

$$V_{1(\Delta)} \le [V_y]_{\max}; \; V_{2(\Delta)} \ge [V_y]_{\min}.$$

Из этих ограничений вытекает ограничение на жесткость буферной пружины

$$c_{1(\Delta)} \le c \le c_{2(\Delta)}, \tag{29}$$

где $c_{1(\Delta)} = \dfrac{\alpha_o^2 [V_y]_{\min}^2 - m_o^2 [V_y]_{\max}^2}{m_o \Delta^2}$; $c_{2(\Delta)} = \dfrac{\alpha_o^2 [V_y]_{\max}^2 - m_o^2 [V_y]_{\min}^2}{m_o \Delta^2}$.

Чтобы область возможных значений жесткости была приемлемой для всех величин зазоров, вместо ограничения (29) следует наложить более сильное ограничение

$$c_{\min} \le c \le c_{\max}, \tag{30}$$

где $c_{\min} = \overset{\max}{\Delta} \left\{ c_{1(\Delta)} \right\}$; $c_{\max} = \overset{\min}{\Delta} \left\{ c_{2(\Delta)} \right\}$.

Для конкретной величины жесткости ограничение на скорость удара бойка с ударником

$$V_{\min} \le V_y \le V_{\max}, \tag{31}$$

где $V_{\min} = \max\left\{ \left[V_y \right]_{\min}, \overset{\max}{\Delta} V_{1(\Delta)} \right\}$; $V_{\max} = \min\left\{ \left[V_y \right]_{\max}, \overset{\min}{\Delta} V_{2(\Delta)} \right\}$.

Учитывая (12), получим ограничение на амплитуду электромагнитной силы

$$F_{э\min} \le F_э \le F_{э\max}, \tag{32}$$

где $F_{э\min} = \dfrac{m_б \upsilon (1-K)}{2} V_{\min}$; $F_{э\max} = \dfrac{m_б \upsilon (1-K)}{2} V_{\max}$.

Процесс выбора параметров системы должен начинаться с задания значения одного из них. Приведем пример выбора параметров при задании частоты υ электромагнитной силы.

Учитывая (22) и ограничение (30), определяем область возможных значений целого числа n:

$$\frac{\upsilon}{2}\sqrt{\frac{m_o}{c_{\max}}} \le 2n+1 \le \frac{\upsilon}{2}\sqrt{\frac{m_o}{c_{\min}}}.$$

Из данной области возможных значений определяется наименьшее целое число n.

По зависимости (22) определяется жесткость буферной системы. Согласно (31) и (32) определяется область возможных значений амплитуды электромагнитной силы. Выбирая из этой области приемлемое значение амплитуды, определяем длину пробега бойка согласно (1):

$$L = \frac{2\pi F_э (1+K)}{m_б \upsilon^2 (1-K)}.$$

Список литературы

1. **Лифанов, А. К.** Определение параметров работы вибрационной машины для удаления стержней из отливок / А. К. Лифанов, А. И. Антонов // Экономия металла при конструировании и производстве отливок : межвуз. сборник научных трудов. – Вып. 5. – Пенза : Изд-во Пенз. гос. техн. ун-та, 1995.– С. 97–102.
2. **Лифанов, А. К.** Автоматизация процесса удаления стержней из отливок / А. К. Лифанов, А. И. Антонов, О. Н. Голотенков // Точность автоматизированных производств (ТАП-97) : сборник статей международной научно-технической конференции. – Пенза, 1997. – С. 126–128.

АННОТАЦИИ

Информатика и вычислительная техника

УДК 681.324
САМОМОДИФИЦИРУЕМЫЕ СЦЕНАРНЫЕ МОДЕЛИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМ И СЕТЕЙ ХРАНЕНИЯ И ОБРАБОТКИ ДАННЫХ (БАЗОВЫЙ ФОРМАЛИЗМ И ТЕМПОРАЛЬНЫЕ ОПЕРАЦИИ). *Зинкин С. А.* –
Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки, 2007, № 1, с. 3–12.

На основе введенного определения самомодифицируемого сценария как активной семантической сети, представленной суперпозициями концептуальных графов, рассматривается алгебраический подход к конструированию сложных иерархических эволюционирующих сценарных сетей. Принятая парадигма взаимодействия процессов соответствует согласованному использованию информационных объектов, представленных сигнатурой многоосновной алгебраической системы. Структурные и логические связи между понятиями предметной области представляются сигнатурой и формулами в этой сигнатуре. Сигнатура представляет декларативные знания, сценарии – процедурные знания о предметной области. Сценарии реализуются сетями абстрактных машин, состоящих из модулей, объединенных причинно-следственными связями.

УДК 681.5:681.3.066
МОДЕЛИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ВЫПОЛНЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ БЛОКОВ IEC 61499 НА ОСНОВЕ ДИНАМИЧЕСКИ ИЗМЕНЯЕМЫХ ПРИОРИТЕТОВ.
Дубинин В. Н., Вяткин В. В. –
Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки, 2007, № 1, с. 13–22.

В статье рассматривается подход к построению различных последовательных моделей выполнения функциональных блоков нового международного стандарта IEC 61499 на основе приоритетного механизма. Предлагаются многоуровневые приоритеты модельных переходов и правила их изменения для реализации различных дисциплин планирования выполнения функциональных блоков. Рассматриваются три модели последовательного выполнения: 1) «Прямой вызов»; 2) модель на основе последовательной гипотезы; 3) синхронная модель.

УДК 681.3.001.57
АНАЛИЗ ВЕРОЯТНОСТНО-ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОДСИСТЕМЫ «ПРОЦЕССОР–ПАМЯТЬ» МНОГОПРОЦЕССОРНЫХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ СЕТЕЙ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ. *Бикташев Р. А.* –
Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки, 2007, № 1, с. 23–33.

В статье рассматриваются способы организации многопроцессорных систем (МПС) с архитектурами разделяемой памяти типа UMA и NUMA. Предлагаются модели на основе стохастических сетей массового обслуживания для получения вероятностно-временных характеристик таких систем. Приводится алгоритм расчета стохастических сетей, используемый в разработанной визуальной программе для моделирования и исследования характеристик МПС. Представлены модели для микроанализа подсистем «процессор–память» многопроцессорных ВС. Рассмотрен конкретный пример построения моделей для получения сравнительных характеристик двух четырехпроцессорных систем с различными архитектурами памяти.

УДК 681.32.512
ВЫЧИСЛЕНИЯ В КОНЕЧНЫХ ПОЛЯХ МАЛОЙ РАЗМЕРНОСТИ. *Савельев Б. А., Бобрышева Г. В.* –
Известия высших учебных заведений. Поволжский регион.
Технические науки, 2007, № 1, с. 34–42.

В статье предложен алгоритм вычисления операций умножения, деления и сложения для конечных полей Галуа. Алгоритм позволяет упростить вычисления для полей небольшой размерности за счет исключения операции логарифмирования.

УДК 621.3.019:621.397:681.3
ТРИПЛЕТНЫЕ ПРИЗНАКИ РАСПОЗНАВАНИЯ СЛОЖНОСТРУКТУРИРОВАННЫХ, СЕМАНТИЧЕСКИ НАСЫЩЕННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ.
Федотов Н. Г., Кольчугин А. С., Смолькин О. А., Романов С. В. –
Известия высших учебных заведений. Поволжский регион.
Технические науки, 2007, № 1, с. 43–53.

В статье дается описание признаков распознавания образов, основанных на методах стохастической геометрии и имеющих трехфункциональную структуру (триплетных признаков). Рассматриваются подходы к формированию информативных триплетных признаков на основе генерации и экстракции. На примере распознавания изображений из области медицинской диагностики обосновывается применимость описываемых методов формирования признаков для распознавания сложноструктурированных, семантически насыщенных изображений.

УДК 004.42
РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА ПО СОЗДАНИЮ ЭВОЛЮЦИОНИРУЮЩЕГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ. *Кольчугина Е. А.* –
Известия высших учебных заведений. Поволжский регион.
Технические науки, 2007, № 1, с. 54–60.

Рассматриваются результаты эксперимента по построению эволюционирующей программной системы.

УДК 519.23.8
ЗАДАЧА НЕЧЕТКОЙ КЛАСТЕРИЗАЦИИ ДАННЫХ МОНИТОРИНГА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ.
Волчихин В. И., Прошкина Е. Н. –
Известия высших учебных заведений. Поволжский регион.
Технические науки, 2007, № 1, с. 61–65.

Предлагается алгоритм решения задачи кластеризации при анализе деятельности преподавателей с учетом размытости границ формируемых подмножеств. Приводится пример решения задачи кластеризации в среде математического пакета Mathcad.

Электроника, измерительная техника и радиотехника

УДК 621.396.6
ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕКОМПОЗИЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ АВТОНОМНЫХ БЛОКОВ С КАНАЛАМИ ФЛОКЕ НА ОСНОВЕ ЛИНЕАРИЗАЦИИ ИХ ДЕСКРИПТОРОВ. *Голованов О. А., Макеева Г. С., Туманов А. А.* –
Известия высших учебных заведений. Поволжский регион.
Технические науки, 2007, № 1, с. 66–73.

Разработан итерационный метод рекомпозиции нелинейных универсальных автономных блоков в виде прямоугольного волновода с каналами Флоке (УБФ) на основе линеаризации их дескрипторов. На каждом шаге нелинейные УБФ в декомпозиционной схеме устройства СВЧ заменяются на линеаризованные УБФ с дескрипторами в виде матриц рассеяния, а затем осуществляется их рекомпозиция. Методом нелинейных УБФ проведено математическое моделирование связанных полосковых линий (СПЛ) с нелинейной диэлектрической нерегулярностью, базирующееся на решении трехмерной нелинейной задачи дифракции.

УДК 629.73.08
ВЛИЯНИЕ ВРЕМЕННОГО ЗАПАЗДЫВАНИЯ ПРИ ИМИТАЦИОННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ. *Данилов А. М., Лапшин Э. В., Гарькина И. А.* –
Известия высших учебных заведений. Поволжский регион.
Технические науки, 2007, № 1, с. 74–90.

Предлагается аналитический метод оценки влияния запаздывания на выходные координаты при имитационном моделировании управляемых динамических систем и точный метод решения задач для рассматриваемых систем. Для решения задачи предлагается метод совершенных операторов.

УДК 621.3.087.92

∑Δ-АЦП: СИНТЕЗ ОДНОКОНТУРНЫХ СТРУКТУР.

Чувыкин Б. В., Шахов Э. К., Ашанин В. Н. –

Известия высших учебных заведений. Поволжский регион.
Технические науки, 2007, № 1, с. 91–106.

Данная статья является первой из серии статей, посвященных синтезу структур ∑Δ-АЦП. В ней излагаются основные концепции построения ∑Δ-АЦП, приводится пояснение терминологии, используемой в зарубежных источниках. ∑Δ-АЦП рассматриваются как разновидность класса гетерогенных непрерывно-дискретных систем (НДС), включающих как аналоговые, так и цифровые элементы. На простом примере излагается предлагаемая методика синтеза структур ∑Δ-АЦП.

УДК 531.7

К ПРОБЛЕМЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДАТЧИКОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭЛЕКТРОГИДРАВЛИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА И ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗА.

Алексеев К. А., Телицын Д. Ю. –

Известия высших учебных заведений. Поволжский регион.
Технические науки, 2007, № 1, с. 107–115.

В работе рассматривается решение задачи восстановления импульсных характеристик датчиков переменных давлений и испытательных воздействий, синтезируемых взрывом металлического проводника в жидкости, из откликов с использованием техники континуального вейвлет-анализа. Кратко рассмотрены теоретические основы вейвлет-анализа, приведен алгоритм восстановления составляющих отклика. Приведено теоретическое подтверждение полученных результатов – элементы физики электрогидравлического эффекта, а также некоторые частные вопросы динамики датчика.

УДК 519.7

ЭВОЛЮЦИОННЫЕ МЕТОДЫ В СИСТЕМАХ С ОБНАРУЖЕНИЕМ И АДАПТАЦИЕЙ. *Федорова М. А.* –

Известия высших учебных заведений. Поволжский регион.
Технические науки, 2007, № 1, с. 116–124.

В статье рассмотрены вопросы, связанные с применением эволюционных методов к задаче оптимизации сложных взаимосвязанных систем фильтрации и управления в условиях неопределенности. Необходимость поддержания работоспособности системы в условиях априорной неопределенности и резких, непредвиденных изменений привела к развитию большого числа разнообразных численных методов, сейчас часто называемых «классическими». Но в то же время стандартные численные методы и методы математического программирования иногда не способны гарантировать хорошие результаты: надежное обнаружение изменений и быстродействующую адаптацию к вновь возникшим условиям при низкой вычислительной стоимости. Эти обстоятельства усиливают интерес к альтернативным решениям, иногда эвристическим; в их числе заимствование механизмов адаптации из природной эволюции. В данной работе рассматривается применение эволюционных методов, в частности генетических алгоритмов, в качестве альтернативы стандартным численным методам и проводится сравнительное исследование классических методов и генетического подхода на основе экспериментальных данных, полученных с помощью специально разработанного программного продукта, в классе стохастических систем с обнаружением и адаптацией.

УДК 621.396

НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ КОГЕРЕНТНОГО ОБНАРУЖИТЕЛЯ РАДИОИМПУЛЬСА С НЕИЗВЕСТНЫМИ ЧАСТОТОЙ И ФАЗОЙ НА ФОНЕ МАРКОВСКОЙ ПОМЕХИ. *Неволин В. И.* –

Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки, 2007, № 1, с. 125–134.

Излагаются метод и методики, используемые для непараметрического синтеза оптимального когерентного обнаружителя радиоимпульса, у которого неизвестными являются несущая частота и начальная фаза. Используется новый условно-параметрический робастный метод синтеза нелинейных алгоритмов обработки нестационарных информационных сигналов на фоне помех, основывающийся на теории робастных статистик и методах марковских случайных процессов.

Машиностроение и машиноведение

УДК 658.56:621.924.93

К ТЕОРИИ ДИСЛОКАЦИОННОГО УПРОЧНЕНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОБРАБОТКИ ДЕТАЛЕЙ УПЛОТНЕННЫМ АБРАЗИВОМ.

Кревчик В. Д., Скрябин В. А., Тарабрин Г. В. –

Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки, 2007, № 1, с. 135–139.

В рамках простейшей модели Гранато-Люкке теоретически рассмотрен механизм дислокационного упрочнения поверхностного слоя деталей в процессе обработки незакрепленным абразивом. Показано, что на этапе микрорезания, когда мгновенная контактная температура достаточно высока, происходит увеличение дефекта модуля упругости за счет расплывания зон Коттрелла. Последующий процесс диффузии термически генерированных вакансий к стокам сопровождается значительным уменьшением дефекта модуля упругости, т.е. дислокационным упрочнением, при котором возможно образование микротрещин.

УДК 621.923

ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ УПЛОТНЕННОЙ МАССЫ РАБОЧЕЙ ЗАГРУЗКИ ПРИ ОБЪЕМНОЙ ЦЕНТРОБЕЖНОЙ ОБРАБОТКЕ ДЕТАЛЕЙ. *Зверовщиков В. З., Зверовщиков А. Е.* –

Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки, 2007, № 1, с. 140–150.

Рассматривается проблема повышения эффективности объемной обработки деталей. Математически описано движение дискретных частиц обрабатывающей среды и деталей в скользящем слое. Получено аналитическое выражение для определения скорости резания. Установлены закономерности изменения скорости резания по профилю детали и по длине скользящего слоя. Приведен пример расчета и даны рекомендации по повышению эффективности обработки.

УДК 532.546; 533.6.011
СОПРЯЖЕННЫЕ МОДЕЛИ ПРОНИКАНИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ. *Пенский О. Г.* –
Известия высших учебных заведений. Поволжский регион.
Технические науки, 2007, № 1, с. 151–161.

Статья посвящена математическому моделированию нового вида артиллерийских орудий, предназначенных для решения задач строительства. Предложен комплекс сопряженных моделей, описывающих процесс проникания твердых тел в грунт и включающий в себя термодинамические и газодинамические модели, для которых также произведено сравнение результатов численных экспериментов при решении основной задачи внутренней баллистики импульсного вдавливания. Определены условия применения этих моделей с целью обеспечения необходимой точности расчетов величин проникания, скорости и пути отката, максимальных давлений в рассматриваемых частях орудий.

УДК 621.315
ОПИСАНИЕ ОДНОЧЕРВЯЧНОГО ЭКСТРУДЕРА КАК ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ. *Митрошин В. Н.* –
Известия высших учебных заведений. Поволжский регион.
Технические науки, 2007, № 1, с. 162–174.

Решена задача математического описания температурного поля полимера в шнеке экструдера как функции пространственно-временного распределения температур нагревательных элементов цилиндра экструдера. Это позволило получить структурную схему процесса как объекта управления с распределенными параметрами для последующего синтеза системы управления наложением термопластичной кабельной изоляции на одночервячном экструдере.

УДК 539.3:534.1
К РАСЧЕТУ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ ПЛАСТИН В УПРУГОЙ СРЕДЕ.
Иванов С. П., Иванова Е. С., Иванов О. Г., Лоскутов Ю. В., Шлычков С. В. –
Известия высших учебных заведений. Поволжский регион.
Сер. Технические науки, 2007, № 1, с. 175–182.

В статье предлагается методика расчета плит, выполняемых из нелинейно-упругих материалов, на устойчивость при наличии упругой среды. Выводятся дифференциальные уравнения устойчивости. Упругая среда учитывается в виде однослойного основания. Для конечной реализации поставленной задачи используется численный метод. В качестве примера рассмотрена устойчивость квадратной плиты.

УДК 656.07 + 004.415.538
ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЗАЯВКАМИ НА ГРУЗОВЫЕ АВТОПЕРЕВОЗКИ. *Полянский Д. Ю., Кисин И. Л.* –
Известия высших учебных заведений. Поволжский регион.
Технические науки, 2007, № 1, с. 183–192.

Решена новая актуальная задача повышения эффективности управления и функционирования АТП за счет обеспечения выполнения заявок на грузоперевозки на основе учета реальной ситуации и возможностей принятия адекватных этой ситуации решений. Разработаны математическая модель и алгоритм автоматизированного поиска оптимального варианта удовлетворения заявок. Приведена информационная модель и дано описание разработанной системы автоматизации управления заявками на АТП.

УДК 621.001.57

ЭКСПЕРТНАЯ ТЕХНОЛОГИЯ УПРАВЛЕНИЯ РИСКОМ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ И РАЗРАБОТКЕ ОБОРУДОВАНИЯ ДЛЯ ОПАСНЫХ ПРОИЗВОДСТВ.

Епишин И. Г., Жмуркин С. М., Трилисский В. О. –

Известия высших учебных заведений. Поволжский регион.
Технические науки, 2007, № 1, с. 193–202.

В работе рассматривается экспертная технология обеспечения надежности и безопасности технологического оборудования для опасных производств на этапе разработки рабочей конструкторской документации (РКД). Технология основана на системном применении экспертных процедур и информационной поддержке специализированного интеллектуального интерфейса. Излагаются основные положения технологии, охватывающей разработку графической документации и текстовых документов – расчетов, программ и методик испытаний, инструкций по монтажу и пуску-наладке, руководств по эксплуатации. Показателем соответствия разрабатываемой РКД требованиям надежности и безопасности является критичность требований РКД.

Приведенная технология внедрена на предприятии ОАО НПП «Химмаш-Старт» (г. Пенза) и зарекомендовала себя как эффективное средство повышения производительности и улучшения качества разрабатываемой РКД на головные образцы технологического оборудования.

УДК 621.747

ИНЖЕНЕРНАЯ МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ РАБОТЫ ВИБРАЦИОННОЙ ВЫБИВНОЙ МАШИНЫ.

Голотенков О. Н., Лифанов А, К., Антонов А. И. –

Известия высших учебных заведений. Поволжский регион.
Технические науки, 2007, № 1, с. 203–214.

Рассматривается процесс разрушения стержней при их удалении из отливок вибрационным способом. Разработана приближенная математическая модель, которая позволила создать инженерную методику расчета параметров работы машины. Аналитические зависимости, которые лежат в основе предлагаемой инженерной методики расчета, легко рассчитываются и обладают физической наглядностью, что позволит технологу избрать правильное направление при рациональном выборе параметров.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Алексеев Кирилл Александрович – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры автоматики и телемеханики Пензенского государственного университета.

Антонов Александр Иванович – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры технической механики Пензенского артиллерийского инженерного института.

Ашанин Василий Николаевич – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой электротехники и транспортного электрооборудования Пензенского государственного университета.

Бикташев Равиль Айнулович – кандидат технических наук, доцент кафедры вычислительных машин и систем Пензенской государственной технологической академии.

Бобрышева Галина Владимировна – кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры информационно-вычислительных систем Пензенского государственного университета.

Волчихин Владимир Иванович – доктор технических наук, профессор, ректор Пензенского государственного университета.

Вяткин Валерий Владимирович – доктор технических наук, профессор факультета электронных и компьютерных наук Оклендского университета (г. Окленд, Новая Зеландия).

Гарькина Ирина Александровна – кандидат технических наук, доцент кафедры высшей математики Пензенского государственного университета архитектуры и строительства.

Голованов Олег Александрович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математики и начертательной геометрии Пензенского артиллерийского инженерного института им. Н. Н. Воронова.

Голотенков Олег Николаевич – кандидат технических наук, доцент, заместитель заведующего кафедрой машин и технологий литейного производства Пензенского государственного университета.

Данилов Александр Максимович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики Пензенского государственного университета архитектуры и строительства, Соросовский профессор.

Дубинин Виктор Николаевич – кандидат технических наук, доцент кафедры вычислительной техники Пензенского государственного университета.

Епишин Игорь Георгиевич – кандидат технических наук, доцент, начальник научно-исследовательской лаборатории ОАО НПП «Химмаш-Старт» (г. Пенза).

Жмуркин Сергей Михайлович – главный конструктор ОАО НПП «Химмаш-Старт» (г. Пенза).

Зверовщиков Александр Евгеньевич – кандидат технических наук, доцент кафедры технологии машиностроения Пензенского государственного университета.

Зверовщиков Владимир Зиновьевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой технологии машиностроения Пензенского государственного университета.

Зинкин Сергей Александрович – кандидат технических наук, доцент кафедры вычислительной техники Пензенского государственного университета.

Иванов Олег Геннадьевич – ассистент кафедры сопротивления материалов и прикладной механики Марийского государственного технического университета (г. Йошкар-Ола).

Иванов Сергей Павлович – доктор технических наук, профессор кафедры сопротивления материалов и прикладной механики Марийского государственного технического университета (г. Йошкар-Ола).

Иванова Екатерина Сергеевна – студентка Марийского государственного технического университета (г. Йошкар-Ола).

Кисин Илья Львович – начальник отдела информационных технологий дополнительного офиса «Отделение в г. Ковров» ВРУ АКБ Московского индустриального банка.

Кольчугин Андрей Сергеевич – аспирант кафедры экономической кибернетики Пензенского государственного университета.

Кольчугина Елена Анатольевна – кандидат технических наук, доцент кафедры математического обеспечения и применения ЭВМ Пензенского государственного университета.

Кревчик Владимир Дмитриевич – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой физики Пензенского государственного университета.

Лапшин Эдуард Владимирович – доктор технических наук, профессор кафедры конструирования и проектирования радиоаппаратуры Пензенского государственного университета.

Лифанов Александр Константинович – кандидат технических наук, доцент кафедры технической механики Пензенского артиллерийского инженерного института.

Лоскутов Юрий Васильевич – кандидат технических наук, доцент кафедры сопротивления материалов и прикладной механики Марийского государственного технического университета (г. Йошкар-Ола).

Макеева Галина Степановна – доктор физико-математических наук, профессор кафедры радиотехники и радиоэлектронных систем Пензенского государственного университета, действительный член академии инженерных наук им. А. М. Прохорова.

Митрошин Владимир Николаевич – кандидат технических наук, доцент, докторант кафедры автоматики и управления в технических системах Самарского государственного технического университета.

Неволин Владимир Иванович – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры электротехники и транспортного электрооборудования Пензенского государственного университета.

Пенский Олег Геннадьевич – кандидат технических наук, ведущий программист Пермского государственного университета.

Полянский Дмитрий Юрьевич – кандидат технических наук, доцент, проректор по научной работе Ковровской государственной технологической академии им. В. А. Дегтярева.

Прошкина Елена Николаевна – аспирант кафедры вычислительной техники Пензенского государственного университета.

Романов Сергей Валентинович – аспирант кафедры экономической кибернетики Пензенского государственного университета.

Савельев Борис Александрович – доктор технических наук, профессор кафедры информационно-вычислительных систем Пензенского государственного университета.

Скрябин Владимир Александрович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой бытовых машин и приборов Пензенского государственного университета.

Смолькин Олег Александрович – аспирант кафедры экономической кибернетики Пензенского государственного университета.

Тарабрин Геннадий Владиславович – директор ОАО «Специализированное конструкторское бюро турбокомпрессоров».

Телицын Дмитрий Юрьевич – инженер кафедры автоматики и телемеханики Пензенского государственного университета.

Трилисский Владимир Овсеевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой металлообрабатывающих станков и комплексов Пензенского государственного университета.

Туманов Антон Александрович – сотрудник 3 Центр НИИ, г. Москва.

Федорова Мария Анатольевна – аспирант Ульяновского государственного университета, инженер ОАО «НПО «Марс».

Федотов Николай Гаврилович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой экономической кибернетики Пензенского государственного университета.

Чувыкин Борис Викторович – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры информационно-вычислительных систем Пензенского государственного университета.

Шахов Эдуард Константинович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой информационно-вычислительных систем Пензенского государственного университета.

Шлычков Сергей Васильевич – кандидат технических наук, доцент кафедры сопротивления материалов и прикладной механики Марийского государственного технического университета (г. Йошкар-Ола).

Вниманию авторов!

Редакция журнала «Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки» приглашает специалистов опубликовать на его страницах оригинальные статьи, содержащие новые научные результаты в области информатики, вычислительной техники, управления, электроники, измерительной техники, радиотехники, машиностроения, машиноведения, а также обзорные статьи по тематике журнала.

Статьи, ранее опубликованные, а также принятые к опубликованию в других журналах, редколлегией не рассматриваются.

Редакция принимает к рассмотрению статьи, подготовленные с использованием текстового редактора Microsoft Word for Windows версий 97 или выше. Необходимо представить статью в электронном виде (дискета 3,5'', CD-диск) и дополнительно на бумажном носителе в двух экземплярах, с указанием даты написания и личной подписью автора, заверенной в установленном порядке.

Оптимальный объем рукописи 10–14 страниц формата А4. Статья должна сопровождаться краткой аннотацией и индексом УДК. Основные разделы статьи, кроме введения и заключения, следует пронумеровать. Основной шрифт статьи – Times New Roman, 14 pt через полуторный интервал. Тип файла в электронном виде – RTF. Рисунки и таблицы должны быть размещены в тексте статьи и предоставлены в виде отдельных файлов (растровые рисунки в формате TIFF, BMP с разрешением 600 dpi, векторные рисунки в формате Corel DRAW, с минимальной толщиной линии 0,75 pt). Рисунки должны сопровождаться подрисуночными надписями. Формулы в тексте статьи выполняются в редакторе формул Microsoft Word Equation, версия 3.0 и ниже. Допускается вставка в текст специальных символов (с использованием шрифтов Symbol).

В библиографическом списке нумерация источников должна соответствовать очередности ссылок на них в тексте. Номер источника указывается в квадратных скобках. В списке указывается:

– для книг – фамилия и инициалы автора, название, город, издательство, год издания, том, количество страниц;

– для журнальных статей, сборников трудов – фамилия и инициалы автора, название статьи, полное название журнала, серия, год, том, номер, выпуск, страницы;

– для материалов конференций – фамилия и инициалы автора, название статьи, название издания, время и место проведение конференции, город, издательство, год, страницы.

В конце статьи допускается указание наименования программы, в рамках которой выполнена работа, или наименование фонда поддержки.

К материалам статьи прилагается информация для заполнения учетного листа автора: фамилия, имя, отчество, место работы и должность, ученая степень, ученое звание, адрес, телефон, e-mail.

Рукопись, полученная редакцией, не возвращается.

Редакция оставляет за собой право проводить редакторскую и допечатную правку текстов статей, не изменяющую их основного смысла, без согласования с автором.

Уважаемые читатели!

Для гарантированного и своевременного получения журнала **«Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки»** рекомендуем вам оформить подписку.

Журнал выходит 4 раза в год по тематике:
- ***информатика***
- ***вычислительная техника***
- ***управление***
- ***электроника***
- ***измерительная техника***
- ***радиотехника***
- ***машиностроение***
- ***машиноведение***

Стоимость одного номера журнала – 250 руб. 00 коп.

Для оформления подписки через редакцию необходимо заполнить и отправить заявку в редакцию журнала: факс (841-2) 56-34-96, тел.: 36-82-06, 56-47-33; E-mail: VolgaVuz@mail.ru

Подписку на второе полугодие 2007 г. можно также оформить по каталогу агентства «РОСПЕЧАТЬ» «Газеты. Журналы» тематический раздел «Известия высших учебных заведений». Подписной индекс – 36966

– –

ЗАЯВКА

Прошу оформить подписку на журнал «Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки» на 2007 г.

№ 1 –_____ шт., № 2 – _____ шт., № 3 – _____ шт., № 4 – _____ шт.

Наименование организации (полное) _____

_____

ИНН _____ КПП _____

Почтовый индекс _____

Республика, край, область _____

Город (населенный пункт) _____

Улица _____ Дом_____

Корпус _____ Офис_____

ФИО ответственного_____

Должность _____

Тел. _____ Факс _____ E-mail _____

Руководитель предприятия _____ _____

(подпись) (ФИО)

Дата «____» _____ 2007 г.